

Εκπαίδευση, Δια Βίου Μάθηση, Έρευνα και Τεχνολογική Ανάπτυξη, Καινοτομία και Οικονομία

Τόμ. 2 (2019)

Πρακτικά του 2ου Πανελληνίου Επιστημονικού Συνεδρίου με Διεθνή Συμμετοχή «Ελλάδα-Ευρώπη 2020: Εκπαίδευση, Δια Βίου Μάθηση, Έρευνα, Νέες Τεχνολογίες, Καινοτομία και Οικονομία», Λαμία 28, 29, 30 Σεπτεμβρίου 2018



**Θεωρητικά και εφαρμοσμένα μαθηματικά: Οι
πυλώνες των επιστήμων**

Γεώργιος Δάσιος

doi: [10.12681/elrie.2442](https://doi.org/10.12681/elrie.2442)

Θεωρητικά και εφαρμοσμένα μαθηματικά: Οι πυλώνες των επιστήμων

Γεώργιος Δάσιος

Ομότ. Καθηγητής, Πανεπιστήμιο Πατρών, Αντεπιστέλλον Μέλος Ακαδημίας Αθηνών

Ο πρωτόγονος άνθρωπος ανέπτυξε σταδιακά τη γλώσσα για να επικοινωνεί στην καθημερινότητά του με τους συνανθρώπους του. Πολύ αργότερα, όταν αυτή η επικοινωνία, αλλά και το επίπεδο νοημοσύνης του, εξελίχθηκαν, εμφανίστηκε η ανάγκη της ανάπτυξης μιας γλώσσας όπου οι λέξεις και τα διατυπούμενα νοήματα να έχουν εννοιολογική μοναδικότητα. Μια τέτοια γλώσσα θα επέτρεπε μια επικοινωνία σε μεγαλύτερο βάθος αλλά και ομοιομορφία στην κατανόηση πολύπλοκων επιχειρημάτων.

Η στιγμή αυτή σηματοδοτεί τη γένεση των Μαθηματικών, εκείνης δηλαδή της γλώσσας επικοινωνίας που, όταν μιλάμε, καταλαβαίνουμε όλοι το ίδιο πράγμα. Η γλώσσα αυτή μας παρέχει το μοναδικό τρόπο να παρακολουθούμε πολύπλοκες νοητικές διαδρομές χωρίς να αποκλίνουμε ούτε κατ' ελάχιστο, τόσο από την ακρίβεια της σκέψης μας, όσο και από τη μεταφορά της στους συνανθρώπους μας. Χρησιμοποιώντας απλοϊκή έκφραση θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι τα Μαθηματικά είναι μια γλώσσα με αυστηρούς κανόνες που δεν επιδέχονται καμία απολύτως εξαίρεση.

Όταν λοιπόν λέμε σήμερα ότι τα Μαθηματικά αποτελούν το υπόβαθρο κάθε επιστήμης, στην ουσία αναγνωρίζουμε ότι το επίπεδο των επιστημών έχει τέτοια ανάπτυξη, προς κάθε κατεύθυνση, που η κατανόησή τους απαιτεί αυτή την απόλυτα οργανωμένη ανθρώπινη σκέψη. Η διάχυση λοιπόν της μαθηματικής σκέψης στη σύγχρονη κοινωνία υπαγορεύεται από την καθημερινή απαίτηση για όλο και πιο πολύπλοκα νοήματα, για όλο και πιο βαθιά κατανόηση του κόσμου μας σε επίπεδο φυσικών επιστημών, κοινωνικών διαδικασιών και πολιτικό-οικονομικών προκλήσεων.

Με αυτή λοιπόν την έννοια τα Μαθηματικά αποτελούν τους πυλώνες των επιστημών, την στέρεη βάση της ανθρώπινης σκέψης και της σωστής επιχειρηματολογίας.

Πιστεύω δε, ότι είναι περιττό να αναφερθώ στη χρησιμότητα των Μαθηματικών στο σημερινό κόσμο. Όλοι γνωρίζουμε τη διάδοσή τους σε όλες τις πτυχές της καθημερινότητάς μας. Εκείνο βέβαια που ίσως είναι λιγότερο γνωστό είναι ότι δεν υπάρχουν μαθηματικές θεωρίες σήμερα που να μην έχουν βρει το δρόμο τους, προς τουλάχιστον μία εφαρμογή τους, και θέλω να σας διαβεβαιώσω ότι οι δημιουργούμενες ανάγκες για νέες μαθηματικές θεωρίες είναι σήμερα πιο απαιτητικές από κάθε άλλη στιγμή στην ιστορία της ανθρωπότητας.

Η παραδοσιακή σχέση των Μαθηματικών με τις Φυσικές και Τεχνολογικές Επιστήμες είναι σε όλους μας γνωστή από τα εφηβικά μας σχολικά χρόνια. Η χρήση όμως της θεωρίας αποφάσεων στη Νομική και Πολιτική Επιστήμη είναι λιγότερο γνωστή. Το ίδιο και η Θεωρητική Γλωσσολογία, η οποία εξαρτάται από τις σημερινές υπολογιστικές δυνατότητες. Πολύ πιο απαιτητικά είναι τα Μαθηματικά που χρειάζεται η Οικονομία, η Κοινωνιολογία και κάθε επιστήμη με πολυπαραμετρική και στοχαστική εξάρτηση. Είναι δε διάχυτη η εντύπωση ότι τα Μαθηματικά που απαιτούνται για τη διαχείριση αυτών των πολύπλοκων και δυναμικά εξελισσόμενων επιστημών δε τα έχουμε ακόμα ανακαλύψει.

Μια επιστημονική δραστηριότητα που απαιτεί τη συνέργεια πολλών επιμέρους ειδικοτήτων, όπως είναι τα Μαθηματικά, η Πληροφορική, η Ιατρική, η Βιολογία, η Ηλεκτρολογία, οι Επιστήμες της Ανθρώπινης Συμπεριφοράς και άλλες πολλές, είναι η μελέτη του ανθρώπινου εγκεφάλου, η οποία αποτελεί ερευνητική προτεραιότητα για τα περισσότερα ερευνητικά προηγμένα κράτη. Με δεδομένο το γεγονός ότι ο εγκέφαλος αποτελεί το επιτελικό όργανο του ανθρώπινου σώματος για κάθε λειτουργία μας, για κάθε δραστηριότητά μας, αλλά και για κάθε ασθένεια και κάθε τρόπο

ίας της, είναι απολύτως λογικό το ενδιαφέρον της σύγχρονης κοινωνίας να κατανοήσει το πώς λειτουργούμε σαν άτομα, σαν ομάδες και σαν κοινωνίες.

Εδώ θα πρέπει να σημειώσουμε την ύπαρξη των ορίων της αυτογνωσίας, γιατί στην πραγματικότητα προσπαθούμε να καταλάβουμε πώς λειτουργεί ένας πολύπλοκος μηχανισμός, δηλαδή ο εγκέφαλος, και το μόνο εργαλείο που διαθέτουμε για αυτό τον σκοπό είναι αυτό το ίδιο το μηχάνημα, δηλαδή ο εγκέφαλός μας. Υπάρχει λοιπόν εδώ το φιλοσοφικό όριο που λέει ότι ποτέ δε πρόκειται ο εγκέφαλός μας να κατανοήσει πλήρως τη λειτουργία του για τον ίδιο λόγο για τον οποίο δε μπορεί ποτέ μια γάτα να γίνει κτηνίατρος.

Και εδώ εύλογα θα αναρωτηθεί κάποιος:

Τότε, γιατί προσπαθούμε να καταλάβουμε τη λειτουργία του εγκεφάλου μας;

Η απάντηση είναι πολύ απλή:

Γιατί βρισκόμαστε εξαιρετικά μακριά από το όριο της απόλυτης αυτογνωσίας, γνωρίζουμε πολύ λίγα και μπορούμε να μάθουμε ακόμα πάρα πολλά, τόσο για τη φυσιολογία όσο και για τη παθολογία αυτής της μηχανής που προστατεύουμε μέσα σε αυτό το κοκάλινο κουτί, που κουβαλάμε στην πλάτη μας.

Ένα εντυπωσιακό επίτευγμα των τελευταίων ετών που έχει αποδειχθεί, με τη βοήθεια των μεθόδων λειτουργικών εγκεφαλικών απεικονίσεων οι οποίες βασίζονται κατά 100% σε μαθηματικές τεχνικές, είναι ότι ο εγκέφαλος προσλαμβάνει και αποθηκεύει έναν τεράστιο όγκο πληροφορίας από το περιβάλλον, τον οποίο φιλτράρει και αποφασίζει από μόνος του ποιο μέρος της πληροφορίας – ένα ποσοστό της τάξης του 10% περίπου - επιτρέπει να φτάσει σε εμάς. Όλο το υπόλοιπο το αποθηκεύει εν αγνοία μας. Όλη αυτή η κρυμμένη πληροφορία αποτελεί το υποσυνείδητο. Έχουμε δηλαδή εδώ μια πειραματική επιβεβαίωση της ύπαρξης του υποσυνείδητου, και είναι κρίμα που ο Freud δε θα το μάθει ποτέ αυτό.

Πότε ο εγκέφαλός μας ανασύρει μια πληροφορία από το υποσυνείδητο;

Σε δύο περιπτώσεις, στα όνειρα και όταν υποστούμε κάποια κρανιοεγκεφαλική κάκωση. Η περίπτωση που προσπαθούμε να θυμηθούμε πού είδαμε ένα συγκεκριμένο πρόσωπο και δε τα καταφέρνουμε, αποτελεί κλασικό παράδειγμα αδυναμίας μας να ανασύρουμε μια πληροφορία που υπάρχει στο υποσυνείδητό μας και που πολύ δύσκολα και πολύ σπάνια το πετυχαίνουμε. Είναι μια πληροφορία που γνωρίζει ο εγκέφαλός μας αλλά δε γνωρίζουμε εμείς στον ενσυνείδητο κόσμο μας.

Υπάρχει όμως ένα χρονικά πολύ μικρό παράθυρο στο υποσυνείδητο, και αυτό ανοίγει για μερικά δευτερόλεπτα και μόνο, κάθε φορά που περνάμε από την κατάσταση του ύπνου στην κατάσταση της εγρήγορσης. Είμαι σίγουρος ότι έχετε όλοι σας την εμπειρία ορισμένων εξαιρετικών ιδεών που γεννήθηκαν κατά το πρωινό σας ξύπνημα. Ιδέες που συχνά επιλύουν προβλήματα, ενώ στη συνέχεια σας εκπλήσσει το γεγονός ότι δεν είχατε βρει αυτήν τη λύση προηγουμένως. Εδώ το υποσυνείδητο μας έστειλε το σωστό μήνυμα. Η διαδικασία αυτή καθίσταται πιο πιθανή, αν κοιμηθούμε με το πρόβλημα κατά νου.

Τα Θεωρητικά Μαθηματικά απαιτούν βέβαια έναν μέτριο βαθμό ευφυΐας, αλλά κυρίως πάρα πολύ επιμονή και προσπάθεια. Τα Εφαρμοσμένα Μαθηματικά πέραν των προηγούμενων χαρακτηριστικών απαιτούν και ταχύτητα υπολογισμών – έναν τομέα που έχουν αναλάβει οι υπολογιστές οι οποίοι εκτελούν υπολογισμούς με ταχύτητα 10 εκατομμύρια φορές μεγαλύτερη από τον γρηγορότερο ανθρώπινο εγκέφαλο.

Και εδώ γεννάται το ερώτημα για το αν ποτέ η ταχύτητα αυτή, που λανθασμένα ερμηνεύεται ως ευφυΐα, θα ξεπεράσει την ευφυΐα του ανθρώπου. Η απάντηση σε αυτό το φιλοσοφικό ερώτημα είναι ποτέ! Και εξηγώ αμέσως το γιατί με βάση την επιχειρηματολογία των νευροεπιστημόνων.

Το βασικό επιχείρημα είναι ότι ο υπολογιστής λειτουργεί με προγραμματισμό, κάποιος πρέπει να του έχει πει τι θα κάνει σε κάθε περίπτωση. Ακόμα και όταν μας δίνεται η εντύπωση ότι αποφασίζει από μόνος του, στην ουσία του έχουν δοθεί οδηγίες πως να επιλέγει μια δραστηριότητα ανάλογα με τα δεδομένα που δέχεται. Σε αντίθεση με αυτήν την προκαθορισμένη δραστηριότητα του υπολογιστή, ο ανθρώπινος εγκέφαλος αντιδρά σε μια εξωτερική διέγερση επιλέγοντας μέσα από πρακτικά άπειρους τρόπους. Κάτω από τις ίδιες συνθήκες μπορεί να επιλέξει κάθε φορά διαφορετικό τρόπο αντιμετώπισης μιας κατάστασης. Από την άλλη μεριά ο υπολογιστής κάτω από την ίδια διέγερση θα αντιδράσει πάντα με τον ίδιο τρόπο, με τον τρόπο δηλαδή που είναι προγραμματισμένος να αντιδράσει. Η φαινομενική ευφυΐα του υπολογιστή δεν είναι τίποτα παραπάνω από ένας θαυμασμός για την ταχύτητά του. Ανακαλύψαμε δηλαδή μια φυσική διαδικασία που τρέχει πολύ πιο γρήγορα από τον εγκέφαλό μας και την χρησιμοποιούμε για να κερδίσουμε χρόνο. Αυτή η ανακάλυψη είναι στην πραγματικότητα ευφυΐα, ενώ η ταχύτητα του μηχανήματος προφανώς δεν αντιπροσωπεύει ευφυΐα. Καταλήγουμε λοιπόν στην ουσιαστική διαφορά μεταξύ υπολογιστή και ανθρώπινου εγκεφάλου που είναι ο προγραμματισμός απέναντι στην επιλογή.

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να δηλώσω ότι με κανέναν τρόπο δεν επιχειρώ να μειώσω την υπολογιστική αξία της μηχανής. Η επιστημονική και τεχνολογική μας ανάπτυξη οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στην ανάπτυξη των υπολογιστών, αλλά το γεγονός αυτό δεν δικαιολογεί οποιαδήποτε υπερεκτίμηση της μηχανής απέναντι στον ανθρώπινο εγκέφαλο.

Γνωρίζουμε ότι η πληροφορία μειώνει την αβεβαιότητα των επιλογών, και με αυτήν την έννοια, ένας υπολογιστής έχει τόση πληροφορία ώστε δεν έχει άλλες επιλογές εκτός από αυτή που του προκαθόρισε το πρόγραμμα. Τέλος, όταν μιλήσαμε για την αδυναμία μας να αγγίξουμε την αυτογνωσία, θα μπορούσαμε να αναρωτηθούμε για το ποιος μπορεί να προγραμματίσει έναν υπολογιστή να «σκέφτεται», όχι μόνον ταχύτερα, αλλά και καλύτερα από τον ίδιο;

Εδώ θα ήθελα να αναφερθώ σε ένα γεγονός που σχετίζεται άμεσα με αυτά που προανέφερα. Ο μεγάλος μαθηματικός David Hilbert είχε ερωτηθεί κάποτε για το πού οφείλεται αυτή η ικανότητά του να δίνει κάθε φορά διαφορετική απόδειξη για το ίδιο μαθηματικό αποτέλεσμα, και η αποστομωτική του απάντηση ήταν ότι οφείλεται στην έλλειψη ισχυρής μνήμης. Έτσι κάθε φορά αντιμετώπιζε το ερώτημα σαν ένα άγνωστο γεγονός το οποίο απεδείκνυε με διαφορετικό τρόπο. Ποιο μηχανήμα θα μπορούσε ποτέ να κάνει κάτι τέτοιο;

Η εκπληκτική ανάπτυξη λοιπόν του τεχνολογικού μας πολιτισμού οφείλεται στην ευφυΐα του ανθρώπου να παντρέψει τη δική του ευφυΐα με την ηλεκτρομαγνητική ταχύτητα που του παρέχει η Φύση. Η ενορχήστρωση αυτής της σύζευξης οφείλεται προφανώς στα Μαθηματικά, δηλαδή στην οργανωμένη ανθρώπινη σκέψη.

Ας επαναλάβω για άλλη μια φορά τα λόγια του Γαλιλαίου που είχε πει:

Η φιλοσοφία του σύμπαντος είναι γραμμένη σε ένα μεγαλειώδες βιβλίο το οποίο είναι ανοικτό μπροστά στα μάτια μας. Αλλά το βιβλίο αυτό δεν μπορεί να γίνει κατανοητό αν δεν εξοικειωθούμε πρώτα με τη γλώσσα στην οποία είναι γραμμένο και αν δεν καταλάβουμε τους χαρακτήρες της γλώσσας αυτής. Είναι γραμμένο στη γλώσσα των Μαθηματικών, και οι χαρακτήρες του είναι τρίγωνα, κύκλοι και άλλα γεωμετρικά σχήματα, χωρίς τα οποία είναι ανθρωπίνως αδύνατο να κατανοήσουμε έστω και μια λέξη από αυτό».

Η δήλωση αυτή αποτέλεσε το λόγο για να θεωρείται σήμερα ο Γαλιλαίος ως ο πατέρας της σύγχρονης Φυσικής.

Η Φύση μπορεί να παίζει το παιχνίδι της μπροστά στα μάτια μας, αλλά εμείς δεν έχουμε μάτια για να βλέπουμε και να κατανοούμε τις κινήσεις της. Σκεφτείτε δύο άτομα να παίζουν σκάκι χωρίς να μιλάνε και έναν εξωγήινο να τους παρακολουθεί και να προσπαθεί να καταλάβει, από τις κινήσεις τους, ποιοι είναι οι κανόνες του παιχνιδιού. Αυτό κάνει και ο άνθρωπος παρακολουθώντας τη

Φύση. Ένα παιχνίδι πολύ δύσκολο που μόνο μέσα από πολύπλοκες μαθηματικές διεργασίες και σκέψεις μπορούμε να κατανοήσουμε μερικούς μόνον από τους κανόνες του παιχνιδιού.

Μια από τις πιο εντυπωσιακές εφαρμογές των Μαθηματικών είναι η ανάπτυξη των ιατρικών απεικονίσεων. Οι παλαιότεροι από εμάς εδώ, θυμούνται πολύ καλά ότι μόλις πριν από 40, ή 50, χρόνια οποιαδήποτε διάγνωση στο εσωτερικό του ανθρώπινου σώματος απαιτούσε εγχείρηση, για να βεβαιωθεί ο γιατρός για την ποιότητα του ευρήματος. Σήμερα αυτό γίνεται με πολλούς τρόπους, χωρίς να αγγίζει νυστέρι το ανθρώπινο σώμα. Οι διάφορες τεχνικές τομογραφίας, οι τεχνικές μαγνητικού συντονισμού, οι υπέρηχοι, οι ηλεκτρο-μαγνητο-εγκεφαλογραφίες, οι τεχνικές εκπομπής ποζιτρονίων, οι αγγειογραφίες και τουλάχιστον 50 ακόμα απεικονιστικές τεχνικές, που μας επιτρέπουν να βλέπουμε εκεί που δεν μπορούν να δουν τα μάτια μας, έχουν διευρύνει σε μεγάλο βαθμό το οπτικό μας παράθυρο. Οι εγχειρίσεις δεν έχουν πια διαγνωστικό αλλά μόνον επεμβατικό χαρακτήρα.

Η σύλληψη της μεθόδου και η αλγοριθμική μεθοδολογία για κάθε μια από αυτές τις απεικονιστικές τεχνικές οφείλεται αποκλειστικά και μόνον σε μαθηματικούς υπολογισμούς. Στη συνέχεια οι μηχανικοί αναλαμβάνουν την υλοποίηση της μεθόδου, δηλαδή την κατασκευή του αντίστοιχου μηχανήματος και τέλος οι επιχειρηματίες το εμπορεύονται.

Είναι γεγονός ότι όλη αυτή η επιστημονική και τεχνολογική πρόοδος, από τη μια μεριά εντυπωσιάζει τον σύγχρονο άνθρωπο, αλλά συγχρόνως και τον ανησυχεί, κυρίως για την άμεση επίδρασή της στο περιβάλλον. Αυτή η ανησυχία δεν είναι αδικαιολόγητη και στην ουσία μπορεί να αντιμετωπιστεί, επίσης με την επιστήμη και την τεχνολογία, αλλά αυτή η αντιμετώπιση απαιτεί οικονομικό κόστος που συχνά δε φαίνεται να υπάρχει προθυμία ανάληψής του.

Βέβαια, όπως έχουν πει πολλοί φιλόσοφοι και επιστήμονες

Ποιος μπορεί να ανακόψει την τάση του ανθρώπου να ανακαλύπτει, να εφευρίσκει και να προοδεύει;

Σήμερα γνωρίζουμε, ακόμα και με αριθμούς, τους ρυθμούς της επιταχυνόμενης αυτής εξέλιξης. Από τη μια πλευρά καταστρέφουμε το περιβάλλον και από την άλλη εφησυχάζουμε γιατί γνωρίζουμε ότι ο άνθρωπος έχει τεράστια ικανότητα βιολογικής προσαρμογής. Και πραγματικά έχουμε υποστεί, σαν γήινο είδος, βιολογική προσαρμογή. Σκεφτείτε, για παράδειγμα, έναν κάτοικο της αρχαίας Αθήνας να τον φέρναμε να ζήσει στο σήμερα με το καυσαέριο, τον υπερπληθυσμό, την ποιότητα της τροφής, το συνεχή θόρυβο και άλλα πολλά.

Πόσο χρόνο νομίζετε ότι θα μπορούσε να επιβιώσει;

Το βασικό πρόβλημα όμως είναι ότι η βιολογική προσαρμογή έχει πολύ αργούς ρυθμούς, στους οποίους δεν μπορούμε να επέμβουμε, ενώ η περιβαλλοντική αλλαγή έχει πολύ μεγαλύτερους ρυθμούς εξέλιξης, τους οποίους εμείς δημιουργούμε και συνεπώς εμείς μπορούμε και να ελέγξουμε. Είναι πολύ απλό το θέμα, αν οι δύο αυτές ταχύτητες είναι άνισες, η γρηγορότερη, δυστυχώς, θα νικήσει.

Βέβαια τα ερευνητικά αποτελέσματα δεν έρχονται απλά και σε σύντομο χρονικό διάστημα αλλά έχει βελτιωθεί πολύ η άμεση τεχνολογική εφαρμογή σχεδόν κάθε ερευνητικού αποτελέσματος. Αρκεί να σας αναφέρω ότι σε μία μελέτη που έκανε η Αμερικανική Μαθηματική Εταιρεία, σχετικά με το ρυθμό αύξησης του συνόλου της μαθηματικής γνώσης στην ανθρωπότητα, κατέληξε ότι η μαθηματική γνώση διπλασιάζεται κάθε έντεκα χρόνια. Σκεφτείτε δηλαδή ότι από το 2007 ως σήμερα η ανθρωπότητα απέκτησε νέα μαθηματική γνώση ίση με αυτή που είχε αποκτήσει κατά τα προηγούμενα 3000 χρόνια.

Σε κάθε περίπτωση όμως, όπως δεν μπορούμε να κατηγορούμε τη θάλασσα για τα ναυάγια, ενώ φταίει ο άνεμος, έτσι δε μπορούμε να κατηγορούμε την επιστημονική πρόοδο, για ό,τι κακό μπορεί

να φέρει, ενώ φταίει η κακή χρήση της. Για παράδειγμα, μέσα στον τελευταίο αιώνα διπλασιάστηκε το προσδόκιμο της ζωής μας (από τα 40 στα 80 χρόνια) και αυτό οφείλεται στην επιστήμη. Με αυτές τις σκέψεις έρχεται πάντα στο νου η περίπτωση του ανθρώπου που παραπονιόταν συνεχώς γιατί δεν είχε παπούτσια, μέχρι τη στιγμή που είδε κάποιον που δεν είχε πόδια.

Σαν μαθηματικός έχω δεχθεί πάρα πολλές φορές την ερώτηση:

Τελικά τι είναι με απλά λόγια τα Μαθηματικά;

Το αντιφατικό υπόβαθρο αυτής της ερώτησης περιέχεται στις δύο λέξεις «*απλά λόγια*» και γι' αυτό δεν είναι δυνατόν να δώσεις μια απόλυτη απάντηση, συν το γεγονός ότι μπορείς να περιγράψεις πλήρως μια διαδικασία, μόνο όταν αυτή έχει ολοκληρωθεί. Μια ζωντανή και συνεχώς εξελισσόμενη διαδικασία δεν περιγράφεται πλήρως. Μπορώ όμως να ανταποκριθώ σε ένα μεγάλο ποσοστό στο ερώτημα χρησιμοποιώντας ένα εξαιρετικά απλό παράδειγμα που συνηθίζω να παρουσιάζω.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα σύλλογο παικτών τένις που έχει 1600 μέλη, και αποφασίζει να κάνει ένα πρωτάθλημα μεταξύ των μελών του. Αρχικά θα δημιουργηθούν ζεύγη που θα παίξουν μεταξύ τους και θα βγουν οι νικητές. Στη συνέχεια θα παίξουν οι νικητές μεταξύ τους κατά ζεύγη, για να εξαχθούν οι επόμενοι νικητές και αυτή η διαδικασία θα συνεχιστεί έως ότου φτάσουμε στο τελικό αγώνα που θα παίξουν δύο για να ανακηρυχθεί τελικά ο πρωταθλητής του συλλόγου. Το ερώτημα είναι το εξής:

Πόσα παιχνίδια πρέπει να διεξαχθούν για να βγει ο πρωταθλητής;

Εδώ υπάρχουν δύο τρόποι για να απαντήσουμε σε αυτό το ερώτημα. Ο πρώτος, και ο πιο προφανής, είναι να πεις ότι αρχικά θα γίνουν $1600/2 = 800$ παιχνίδια, στη συνέχεια προσθέτουμε άλλα $800/2=400$ παιχνίδια και συνεχίζουμε με αυτόν τον τρόπο μέχρι να βρούμε όλο το πλήθος των παιχνιδιών. Η διαδικασία αυτή σίγουρα θα μας δώσει το σωστό αποτέλεσμα, και στην ουσία είναι μια απλή υπολογιστική διαδικασία που εξαρτάται από τον αρχικό αριθμό 1600. Αυτή λοιπόν η διαδικασία μπορεί να ορίσει το υπολογιστικό μέρος των Μαθηματικών, αλλά δε μπορεί να χαρακτηρίσει τη μαθηματική σκέψη.

Η δεύτερη λύση, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να χαρακτηρίσουμε τι ακριβώς είναι τα Μαθηματικά, είναι η ακόλουθη. Εδώ έχουμε δύο σύνολα. Το ένα είναι το σύνολο των 1600 παικτών και το άλλο είναι το σύνολο των απαιτούμενων παιχνιδιών το οποίο δε γνωρίζουμε πόσα στοιχεία έχει. Παρατηρούμε όμως ότι κάθε παιχνίδι δημιουργεί έναν ηττημένο και κάθε ηττημένος έχει ηττηθεί ακριβώς από ένα παιχνίδι. Συνεπώς, θα έχουμε τόσα παιχνίδια όσοι είναι και οι ηττημένοι. Εφόσον λοιπόν μόνον ένας θα νικήσει, θα υπάρξουν 1599 ηττημένοι, που θα προκύψουν από 1599 παιχνίδια. Αυτή η λύση συνιστά την ουσιαστική μαθηματική σκέψη. Αυτό είναι πραγματικά τα Μαθηματικά. Και κάτι ακόμα, αυτή η λύση δεν εξαρτάται άμεσα από τον αριθμό 1600, γιατί αν υπάρχουν n μέλη του συλλόγου τα παιχνίδια θα ήταν $n-1$, για οποιονδήποτε αριθμό n . Το παράδειγμα αυτό μπορεί να μην ορίζει τα Μαθηματικά, αλλά προσφέρει μια χαρακτηριστική διάκριση μεταξύ υπολογισμού και μαθηματικής σκέψης.

Κυρίες και κύριοι, αυτό το καλοκαίρι είχα την ευχαρίστηση να παρακολουθήσω την ομιλία του καθηγητή Χριστόφορου Πισσαριδη στην Ακαδημία Αθηνών, με θέμα:

Την επίδραση που θα έχει στην παγκόσμια αγορά εργασίας η τεχνική νοημοσύνη, δηλαδή τα ρομπότ

Είπε λοιπόν ο καθηγητής Πισσαρίδης, ο οποίος είναι Κύπριος και ο παραλήπτης του Νόμπελ Οικονομίας για το έτος 2010, ότι κατά τα επόμενα δέκα έτη η παγκόσμια αγορά εργασίας θα καταταμηθεί ως εξής: 2% στη γεωργική παραγωγή, 8% στη βιομηχανία και 90% στις υπηρεσίες, με κυριότερες από αυτές, τις υπηρεσίες υγείας και εκπαίδευσης. Όλα τα υπόλοιπα θα τα αναλάβουν τα ρομπότ με τη βοήθεια της τεχνικής νοημοσύνης.

Είναι προφανές ότι η τεχνική νοημοσύνη θα βοηθάει όλο και περισσότερο το έργο του γιατρού, μέσω κυρίως απεικονιστικών μεθόδων, αλλά η καθ' εαυτού νοσηλεία δε θα φύγει ποτέ από τα ανθρώπινα χέρια. Και ακόμα, η Ιστορία μας έχει διδάξει ότι πολλές φορές στο παρελθόν πιστέψαμε ότι οι τεχνολογικές ανακαλύψεις, όπως το μαγνητόφωνο, η τηλεόραση, ο υπολογιστής, κ.τ.λ., θα καταργήσουν το δάσκαλο μέσα στην τάξη, αλλά αυτό δεν έγινε ποτέ, και παρόλο που όλα αυτά βοηθούν τη διδασκαλία, η άμεση επικοινωνία δασκάλου-μαθητή δε πρόκειται ποτέ να αφηθεί στα ηλεκτρονικά κυκλώματα ενός ρομπότ.

Ο καθηγητής Πισσαρίδης κατέληξε ότι αν υπάρχουν δύο ασφαλή μελλοντικά επαγγέλματα αυτά είναι η νοσηλεία, γιατί ο άνθρωπος δε θα απευθυνθεί ποτέ σε ένα ρομπότ για να πάρει ιατρικές συμβουλές, και τα Μαθηματικά, γιατί αυτά θα φτιάχνουν τα ρομπότ.

Έκανε δε και μία πρόταση. Είπε ότι το ισχυρότερο πλεονέκτημα που έχει η Ελλάδα για τη μελλοντική της ανάπτυξη είναι οι δυνατότητές της αλλά και το συγκριτικό της πλεονέκτημα στο χώρο της νοσηλείας. Αναφέρθηκε στο γεγονός ότι η Ελλάδα έχει σε όλον τον κόσμο εξαιρετικούς γιατρούς και το καταλληλότερο κλίμα σε όλη την Ευρώπη για νοσηλεία. Θα ήταν λοιπόν πολύ εύκολο να εστιάσει τις προσπάθειές της προς αυτή την κατεύθυνση και να καταστεί το ιατρικό κέντρο της Ευρώπης.

Δε ξέρω αν ο νομπελίστας οικονομολόγος έχει δίκιο ή όχι, εκείνο όμως που καταλαβαίνω είναι ότι μια τέτοια προσπάθεια θα απαιτούσε συντονισμένες ενέργειες από ολόκληρο το δημόσιο και ιδιωτικό χώρο και αυτό, όπως μας έχει διδάξει η Ιστορία μας, είναι εξαιρετικά δύσκολο στη χώρα μας.

Ο σημαντικός Γερμανός ιστορικός Ernst Gombrich έγραψε το 1936 ένα εξαιρετικό σύντομο βιβλίο με τίτλο «Μικρή Ιστορία του Κόσμου». Σε αυτό λοιπόν το βιβλίο ο συγγραφέας αναφέρεται - αρκετές φορές και σε διάφορα σημεία - στο ρόλο των Ελλήνων της αρχαιότητας στο χώρο της φιλοσοφίας, της νομολογίας, των επιστημών, των τεχνών, της πολεμικής ανδρείας, του πολιτεύματος κ.τ.λ. Μετά λοιπόν από όλες αυτές τις αναφορές, που κάνουν τον Έλληνα αναγνώστη να γεμίζει από υπερηφάνεια, έρχεται μια πικρή, αλλά 100% αληθινή, διαπίστωση.

Γράφει λοιπόν ο συγγραφέας:

Από αυτόν το λαό, που έδωσε τόσα πολλά στην ανθρωπότητα, μπορείς να περιμένεις τα πάντα, εκτός από το να συνεννοηθούν μεταξύ τους

Τρανή δε απόδειξη αυτού του γεγονότος είναι ότι υπήρξε ο μόνος λαός στην ιστορία της ανθρωπότητας που, ακριβώς λόγω ασυνεννοησίας, στην αρχαιότητα κάθε πόλη ήταν κράτος, με δικό του βασιλιά, δικό του στρατό και δικό του πολίτευμα! Ολοκληρώνοντας το διάβασμα αυτών των γραμμών αισθάνεσαι να φεύγει το βιβλίο από τα χέρια σου, γιατί σε παραλύει η αλήθεια.

Βέβαια αυτό γινόταν πριν από 2.500 χρόνια, αλλά η κυρίαρχη σκέψη στο μυαλό όλων μας αφορά στο ερώτημα:

Μήπως ήρθε επιτέλους ο καιρός να ωριμάσουμε;

Και δυστυχώς, αυτό αποτελεί ένα βασανιστικό ερώτημα που δεν έχει βρει ακόμα την απάντησή του.

Φαίνεται ότι το πρόβλημα αυτό ανήκει σε εκείνη την κατηγορία προβλημάτων που η λύση τους απαιτεί Μαθηματικά που δεν έχουμε ακόμα ανακαλύψει. Έχουμε αποδείξει μερικές μόνον περιπτώσεις του προβλήματος αλλά το κεντρικό θεώρημα παραμένει αναπόδεικτο.

Σας ευχαριστώ πολύ για την προσοχή σας και την υπομονή σας.