

Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης

Τόμ. 2016, Αρ. 2

6ο Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ Π.Τ.Δ.Ε.
ΚΕΝΤΡΟ ΜΕΛΕΤΗΣ ΨΥΧΟΦΥΣΙΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



6^ο ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Υπό την αιγίδα του Υπουργείου Παιδείας, Έρευνας και Θρησκευμάτων
24-26 Ιουνίου 2016

ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΣΥΝΕΔΡΙΟΥ

ISSN: 2529-1157

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:

Παπαδόπουλος Ιωάννης
Πολυτρονοπούλου Σταυρούλα
Μπασιτά Αγγελική

ΙΟΥΝΙΟΣ 2016

Οι αριθμοί αποκτούν νόημα: Η περίπτωση της Σοφίας

Ανθή Κοκκώνη

doi: [10.12681/edusc.967](https://doi.org/10.12681/edusc.967)

Βιβλιογραφική αναφορά:

Κοκκώνη Α. (2017). Οι αριθμοί αποκτούν νόημα: Η περίπτωση της Σοφίας. *Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης*, 2016(2), 878–916. <https://doi.org/10.12681/edusc.967>

Οι αριθμοί αποκτούν νόημα: Η περίπτωση της Σοφίας

Ανθή Κοκκώνη, Κοινωνιολόγος, Ειδική Παιδαγωγός

info@leximathia.gr

Περίληψη

Ο σκοπός της παρούσας μελέτης-περίπτωσης είναι να συνδέσει τις μαθηματικές ιδέες και έννοιες με τον πραγματικό κόσμο. Για την εκπλήρωση του στόχου αυτού, η ανάλυση μας κινείται σε δύο άξονες: αναφορικά με τον πρώτο, θεωρητικό άξονα, δίνεται ο ορισμός της «δυσαριθμησίας» και αναφέρονται τα βασικά συμπτώματά της. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην μαθηματικοφοβία. Επίσης, γίνεται αναφορά στο πρόγραμμα PISA (Programme for International Student Assessment) του Οργανισμού Οικονομικής Συνεργασίας και Ανάπτυξης (ΟΟΣΑ), που αποσκοπεί στην αξιολόγηση, ανά τριετία, της ποιότητας, της ισότητας στην παροχή μαθησιακών ευκαιριών και της αποτελεσματικότητας των εκπαιδευτικών συστημάτων σε περισσότερες από 70 χώρες, μέσω ενός κοινού πλαισίου αξιολόγησης. Τέλος, αναφέρονται οι λόγοι για τους οποίους, οι μαθητές ανά τον κόσμο δυσκολεύονται στα μαθηματικά. Αναφορικά με τον δεύτερο, πρακτικό άξονα, το βάρος μετατοπίζεται στην Ελληνική πραγματικότητα όπου και αναλύεται ο τρόπος με τον οποίο διδάσκονται τα μαθηματικά στην Ελλάδα και μέσα από την περίπτωση της Σοφίας προτείνεται ένα δομημένο μοντέλο αποτελεσματικής διδασκαλίας των μαθηματικών: πρόκειται για ένα ολοκληρωμένο μοντέλο παρέμβασης που χαρακτηρίζεται από ξεκάθαρους στόχους. Μέσα από την εμπειρική διερεύνηση, θα δούμε πως τα μαθηματικά αποκτούν νόημα για την Σοφία και πως η Σοφία αρχίζει να αγαπάει τα μαθηματικά και να τα χρησιμοποιεί στην καθημερινότητά της.

Λέξεις-κλειδιά: διδασκαλία μαθηματικών, δυσαριθμησία, μαθηματικοφοβία, πρόγραμμα παρέμβασης

Abstract

The purpose of this case study is to relate the mathematical way of thinking with our everyday life. In order to achieve our research objective, we found our analysis upon two pillars: conceptually, we define dyscalculia and present its core characteristics. Specific emphasis is placed upon maths' phobia. The Program for International Student Assessment (PISA); an international assessment that measures 15-year-old students' reading, mathematics, and science literacy every three years through a common evaluation framework in more than 70 countries is also presented. Finally, a brief assessment on the reasons why most students around the world find mathematics hard to grasp is included. As far as the practical facet of the research, we focus on how the teaching of mathematics is approached by the Greek educational system. On that ground, a case study will be analyzed; describing how a well-structured model of intervention in teaching mathematics has been sufficiently effective on a Greek student named Sofia. The outcome of the intervention program resulted not only in Sofia's understanding of basic mathematical concepts but also in relating their practical aspects with her everyday life.

Key words: teaching mathematics, dyscalculia, math's phobia, intervention program

Εισαγωγή: Μια σύντομη ιστορική αναδρομή

Ο πρώτος ορισμός της δυσαριθμησίας δόθηκε τη δεκαετία του 60 από τον R. Cohn. Σύμφωνα με τον Αμερικανό ερευνητή, ως δυσαριθμησία περιγράφεται "...η δυσλειτουργία του κεντρικού νευρικού συστήματος, που είναι υπεύθυνη για την ανεξήγητη δυσκολία, που παρουσιάζουν ορισμένα άτομα στην απόκτηση μαθηματικών δεξιοτήτων".

Στον 21^ο αιώνα, το παγκόσμιο εγχειρίδιο κατάταξης ψυχιατρικών διαταραχών, στην αναθεωρημένη του έκθεση (ICD 10 International Statistical Classification of Diseases and Related Health Problems 10th Revision, 2008; APA, 2013), αναφέρει τα εξής: «Η ειδική διαταραχή των αριθμητικών δεξιοτήτων περιλαμβάνει μειωμένες αριθμητικές ικανότητες οι οποίες δεν μπορούν να εξηγηθούν μόνο με βάση την νοητική στέρηση ή την ανεπαρκή εκπαίδευση. Το έλλειμμα περιλαμβάνει κυρίως τις βασικές υπολογιστικές ικανότητες της πρόσθεσης, της αφαίρεσης του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης παρά τις πιο αφηρημένες μαθηματικές ικανότητες που συμπεριλαμβάνονται στην άλγεβρα, στην τριγωνομετρία, στην γεωμετρία ή στον λογισμό» (ICD 10). Ακόμη πιο πρόσφατα, το 2013, το Διαγνωστικό και Στατιστικό Εγχειρίδιο Ψυχικών Διαταραχών (Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, DSM) της Αμερικάνικης Ψυχιατρικής Εταιρίας εντάσσει τη δυσαριθμησία στις νευροαναπτυξιακές διαταραχές. Πιο συγκεκριμένα, αναφέρει τη δυσαριθμησία σαν μια Ειδική Μαθησιακή Δυσκολία που εκφράζεται με δυσχέρεια στα μαθηματικά και εκδηλώνεται με δυσκολία στην διαισθητική αντίληψη των αριθμών, στην απομνημόνευση και ανάκληση βασικών αριθμητικών δεδομένων (π.χ. γινόμενα), στις υπολογιστικές δεξιότητες, καθώς και στην ακρίβεια της μαθηματικής σκέψης και λογικής. Είναι ιδιαίτερα σημαντικό να εντοπίζουμε συνοδές δυσκολίες που ενδέχεται να συνυπάρχουν, όπως για παράδειγμα δυσκολίες στη μαθηματική λογική και αδυναμίες προσληπτικού και εκφραστικού λόγου (DSM-5, 2013, p: 67).

Αξιολογώντας της γνώσεις των Ελλήνων μαθητών στα μαθηματικά: Το πρόγραμμα PISA

Το PISA (Programme for International Student Assessment) είναι ένα πρόγραμμα του ΟΟΣΑ (Οργανισμός Οικονομικής Συνεργασίας και Ανάπτυξης) που αποσκοπεί στην αξιολόγηση, ανά τριετία, της ποιότητας, της ισότητας στην παροχή μαθησιακών ευκαιριών και της αποτελεσματικότητας των εκπαιδευτικών συστημάτων σε περισσότερες από 70 χώρες, μέσω ενός διεθνώς συμπεφωνημένου κοινού πλαισίου αξιολόγησης. Το PISA αποτιμά κατά πόσον οι 15χρονοι μαθητές/τριες έχουν αποκτήσει τις γνώσεις και δεξιότητες που είναι ουσιαστικές για την αντιμετώπιση των προκλήσεων της καθημερινής ζωής, και επαρκείς για την πλήρη ένταξή τους και την ενεργή συμμετοχή τους στις σύγχρονες κοινωνίες. Ειδικότερα, το πρόγραμμα PISA αξιολογεί τον αναγνωστικό, τον μαθηματικό και τον επιστημονικό εγγραμματισμό. Η τέταρτη έρευνα PISA, διεξήχθη το 2009 και έλαβαν μέρος 75 χώρες (εκ των οποίων 34 χώρες μέλη του ΟΟΣΑ). Από την Ελλάδα, πήραν μέρος 184 σχολεία και συνολικά 4.969 μαθητές. Οι χώρες κατατάχθηκαν σε τρεις ομάδες, ανάλογα με τις επιδόσεις των μαθητών τους: στην πρώτη ομάδα κατατάχθηκαν οι χώρες με μέση επίδοση *υψηλότερη* από τον μέσο όρο των χωρών του ΟΟΣΑ, στη δεύτερη ομάδα οι χώρες που η μέση επίδοσή τους *δε διαφέρει* από αυτήν του μέσου όρου των χωρών του ΟΟΣΑ και τέλος, στην τρίτη ομάδα κατατάχθηκαν οι χώρες με μέση επίδοση *χαμηλότερη* από τον μέσο όρο των χωρών του ΟΟΣΑ. Η Ελλάδα κατατάχθηκε στην τρίτη ομάδα των χωρών. Οι μέσοι όροι των επιδόσεων των μαθητών σε κάθε γνωστικό αντικείμενο και η κατάταξη της Ελλάδας παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Πίνακας 1: Η επίδοση των Ελλήνων μαθητών ανά γνωστικό αντικείμενο (PISA, 2009)

Στοιχεία για την Ελλάδα	Εγγραμματισμός στην Κατανόηση Κειμένου	Εγγραμματισμός στα	Εγγραμματισμός στις Φυσικές Επιστήμες
-------------------------	--	--------------------	---------------------------------------

		Μαθηματικά	
Μέσος όρος επίδοσης	483	466	470
Κατάταξη χώρας	22-37η*	38-40η*	39-41η*

Πηγή: <http://www.iep.edu.gr/pisa/index.php/--pisa/pisa2009>

Εστιάζοντας την προσοχή μας στο γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών θα μπορούσαμε να αναφέρουμε τρεις αιτίες για τις οποίες οι Έλληνες μαθητές υπο-αποδίδουν:

1. Η κοινωνία μας δίνει έμφαση και ανταμείβει δραστηριότητες του αριστερού ημισφαιρίου. Αυτό είναι κυρίως αλήθεια για τα σχολεία μας. Ιδιαίτερη βαρύτητα δίνεται στην ικανότητα μετάφρασης των ιδεών σε λέξεις, στην ακριβή διατύπωσή τους και στη λειτουργία σύμφωνα με κανόνες (Wheatley, 1977)

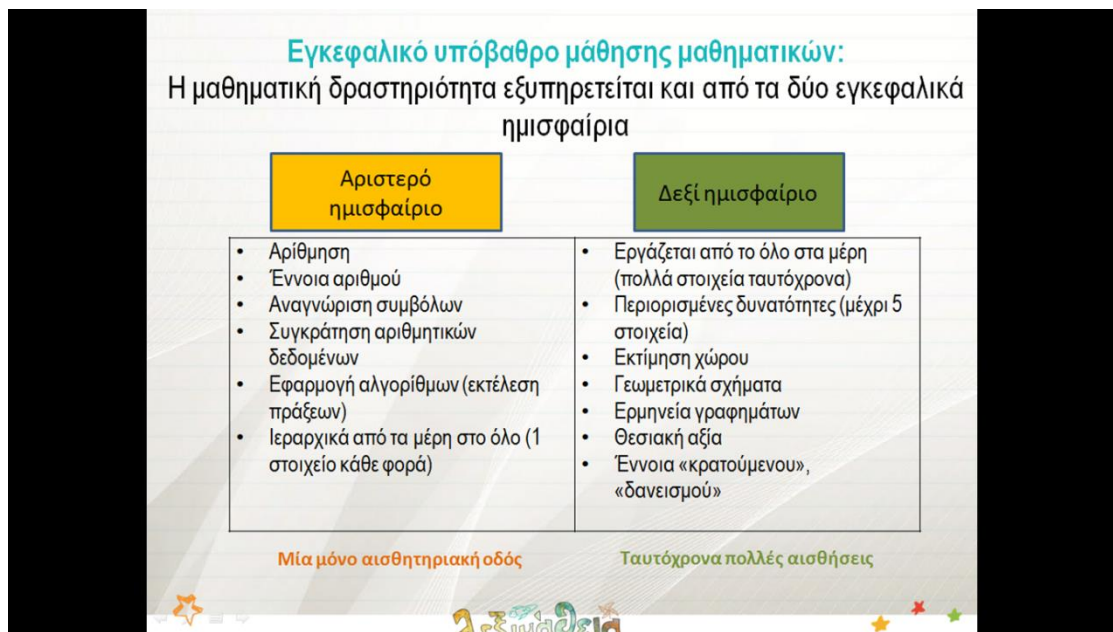
2. Στα επίσημα αναλυτικά προγράμματα, η γνώση μεταβαίνει γρήγορα από το δεξί στο αριστερό ημισφαίριο πριν προλάβει να μετατραπεί σε ρουτίνα γνώσης (Αγαλιώτης, 2000)

3. Στις μέρες μας η διδασκαλία των μαθηματικών γίνεται με τρόπο αποσπασματικό, χωρίς να συνδέεται η μαθηματική γνώση με τον πραγματικό κόσμο και την καθημερινότητα των παιδιών (βιωματική γνώση). Τα παιδιά καλούνται να χειριστούν μαθηματικά σύμβολα, έννοιες, αριθμούς χωρίς να έχουν κατανοήσει τι ακριβώς σημαίνουν, τι σηματοδοτούν και τι αντιπροσωπεύουν.

Η γρήγορη μετάβαση της μαθηματικής γνώσης από το δεξί στο αριστερό ημισφαίριο και η έμφαση που το αναλυτικό μας πρόγραμμα δίνει σε δεξιότητες του αριστερού ημισφαιρίου δημιουργεί εμπόδια στην απόκτηση μαθηματικών γνώσεων και αυτό γιατί η μαθηματική δραστηριότητα εξυπηρετείται και από τα δύο εγκεφαλικά ημισφαίρια. Η εικόνα που ακολουθεί παρουσιάζει αναλυτικά το εγκεφαλικό υπόβαθρο μάθησης μαθηματικών αποδεικνύοντας το πόσο σημαντική

είναι η συνεργασία των δύο ημισφαιρίων (Butterworth, 2007) και (Αγαλιώτης, 2000):

Εικόνα 1: Η συνεργασία των δύο ημισφαιρίων στην εκμάθηση των μαθηματικών



Συμπτώματα δυσαριθμησίας:

Τα παιδιά με δυσαριθμησία δυσκολεύονται να κατανοήσουν τα μαθηματικά και οτιδήποτε έχει σχέση με αυτά. Δυσκολεύονται στο μέτρημα, στους υπολογισμούς, στην κατανόηση συμβόλων, στην κατάκτηση προμαθηματικών αλλά και μαθηματικών εννοιών, καθώς και στην κατανόηση μαθηματικών προβλημάτων.

Έτσι λοιπόν, θα πρέπει να προβληματιστούμε όταν ένα παιδί:

- δεν μπορεί να διαβάσει ή/και να γράψει αριθμούς (παραλήψεις προσθήκες, αντιμεταθέσεις, αντικαταστάσεις)
- δεν μπορεί να εκτελέσει τις τέσσερις αριθμητικές πράξεις (είτε νοερά, είτε γραπτά)
- δεν μπορεί να θυμηθεί τύπους, κανόνες και μαθηματικές έννοιες
- δεν έχει καλή αίσθηση του χρόνου και του χώρου (χάνεται εύκολα, δεν μπορεί να διαβάσει χάρτες)
- δυσκολεύεται να διαβάσει τους δείκτες του ρολογιού και να κατανοήσει εύκολα μουσικές έννοιες
- δεν διαχειρίζεται καλά τα χρήματα
- δυσκολεύεται να ολοκληρώσει εργασίες που χρειάζονται τη συνεργασία ματιού-χειριού
- δυσκολεύεται να συμμετάσχει σε παιχνίδια που απαιτούν να θυμάται τη σειρά του ή να κρατάει σκορ (π.χ επιτραπέζια παιχνίδια)
- πιο σπάνια, η δυσαριθμησία επηρεάζει τις ανώτερες μαθηματικές λειτουργίες (γεωμετρία, τριγωνομετρία)

Ας σημειωθεί ότι, ένα παιδί με δυσαριθμησία μπορεί να παρουσιάζει όλα ή κάποια από τα παραπάνω συμπτώματα (Butterworth, 2007), (Henderson, 2002), (Clayton, 2006).

Μαθηματικοφοβία

Έχοντας στο μυαλό μας όλα τα προηγούμενα εύκολα μπορούμε να κατανοήσουμε πως πολλά παιδιά αναπτύσσουν αρνητικά συναισθήματα απέναντι στα μαθηματικά και συχνά οδηγούνται σε αυτό που ονομάζουμε μαθηματικοφοβία, μία φοβία που εκδηλώνεται με τα ακόλουθα συναισθηματικά, γνωστικά, συμπεριφορικά και σωματικά συμπτώματα (Reinecke, 2003) (Παπακώστας, 1994):

- Αίσθημα πανικού: ο μαθητής βιώνει ένα αναπόδραστο αίσθημα ότι τίποτα δεν είναι ικανό να τον βοηθήσει. Σαν να τον κατακλύζει ένα ανεξέλεγκτο κύμα φόβου.
- Διαστρεβλωμένες πεποιθήσεις: ο μαθητής πιστεύει ότι είναι ο μόνος που δεν μπορεί να λύσει τα προβλήματα, ακόμη και όταν αυτά είναι αντικειμενικά δύσκολα.
- Παθητικές συμπεριφορές: ο μαθητής το παίρνει απόφαση ότι ποτέ δεν θα κατανοήσει τα μαθηματικά και ότι δεν μπορεί να κάνει τίποτε για αυτό.
- Έλλειψη αυτοπεποίθησης: ο μαθητής πιστεύει ότι μόνο αν τον βοηθήσει κάποιος άλλος θα τα καταφέρει σε οτιδήποτε έχει να κάνει με μαθηματικούς υπολογισμούς, ακόμη και στην καθημερινότητά του.

Όσον αφορά στα συμπτώματα μαθηματικοφοβίας λοιπόν, αυτά μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε ψυχονοητικά και ψυχοσωματικά. Στα ψυχονοητικά εντάσσεται η προσωρινή απώλεια μνήμης, η παράλυση σκέψης, η απώλεια αυτοπεποίθησης, οι αυτόματες αρνητικές σκέψεις, η αποφυγή μαθηματικών δραστηριοτήτων, η αίσθηση απομόνωσης (η πεποίθηση δηλαδή ότι μόνο ο εν λόγω μαθητής δυσκολεύεται με τα μαθηματικά) και φυσικά ένα αίσθημα πανικού. Τα παραπάνω συμπτώματα τις περισσότερες φορές σωματικοποιούνται με αποτέλεσμα τα παιδιά να νιώθουν ναυτία, λαχάνιασμα, εφίδρωση και αύξηση καρδιακών παλμών (Κορντιέ, 1995), (Παπακώστας, 1994), (Ryan, 1986) και (Reinecke, 2003).

Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται με ένα κυκλικό σχεδιάγραμμα, πως δομείται η αρνητική σκέψη και στάση ενός παιδιού απέναντι στα μαθηματικά και πως

το άγχος αποτυχίας των μαθηματικών γεννά αρνητικές σκέψεις και αρνητικά συναισθήματα απέναντι στο συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο.

Εικόνα 2: Ο φαύλος κύκλος της αποτυχίας



Κάτι αλλάζει

Το Εθνικό Συμβούλιο διδασκόντων των Μαθηματικών (National Council of Teachers of Mathematics), εξέδωσε το 1989, ένα επαναστατικό εγχειρίδιο περί διδασκαλίας των μαθηματικών. Σύμφωνα με τα πορίσματά του, τέσσερις είναι οι βασικοί πυλώνες της σωστής διδασκαλίας των μαθηματικών: η ενσωμάτωση της φιλοσοφίας του επικοδομιτισμού στη διδασκαλία, η συνεχής αξιολόγηση των μαθηματικών γνώσεων των μαθητών κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, η επίλυση προβλημάτων ως το όχημα με το οποίο τα παιδιά αναπτύσσουν τις μαθηματικές ιδέες και τη μαθηματική γνώση και η ανάγκη συνεχούς επεξήγησης στους μαθητές του τι σημαίνει «κάνω μαθηματικά». Πρόκειται για την απαρχή της επανάστασης στην μαθηματική εκπαίδευση. Τα παιδιά λοιπόν θα μπορούν να «κάνουν» μαθηματικά με μεγαλύτερη αυτοπεποίθηση μόνο εάν τα μαθηματικά έχουν νόημα και αν πιστεύουν στην ικανότητά τους να τα καταλάβουν (Trafton, 1994). Και τότε μόνο, θα μπορέσουν επαγγελματικά να ανοιχτούν νέοι ορίζοντες γιατί σχεδόν κάθε θέση εργασίας στη σύγχρονη κοινωνία απαιτεί γνώση μαθηματικών καθώς και το σημαντικότερο, μαθηματική σκέψη και συλλογιστική (Walle, 2001).

Δυναμική φιλοσοφία και όχι στατική

Κάποτε, ο δάσκαλος δίδασκε στους μαθητές πως να γίνουν οι εργασίες, καθοδηγούσε, έδινε ασύνδετες πληροφορίες, έδινε έμφαση σε ορισμούς, έννοιες και δεξιότητες με κεντρικό άξονα την απομνημόνευση και την αποσπασματική γνώση. Τα παιδιά ήταν οι παθητικοί δέκτες και η στατικότητα αποτελούσε κεντρικό πυρήνα στη διδασκαλία του. Τώρα πια τα δεδομένα έχουν διαφοροποιηθεί. Οι δάσκαλοι καλούνται να καλλιεργήσουν ένα πνεύμα αναζήτησης, μέσα από παιδοκεντρικές δραστηριότητες. Κεντρικός άξονας διδασκαλίας γίνεται ο εποικοδομισμός, βαθιά ριζωμένος στις ιδέες του Piaget και του Vygotsky, που θεωρούν ότι τα παιδιά δημιουργούν τα ίδια τη γνώση τους, οικοδομούν ιδέες, προσδίδουν νόημα σε αυτά που βλέπουν ή σκέφτονται (Piaget, 1981) και (Vygotsky, 1978). Όσον αφορά στα μαθηματικά ο εποικοδομισμός καλλιεργεί την εις βάθος κατανόηση. Η θετική προδιάθεση, η πνευματική εγρήγορση, η συλλογιστική μαθηματική, οι συσχετισμοί (αλληλοσύνδεση ιδεών, π.χ. πρόσθεση/αφαίρεση), οι αναπαραστάσεις (πως οι ιδέες εκφράζονται με σύμβολα, πίνακες, γραφήματα, διαγράμματα), είναι τα οχήματα που βοηθούν τους μαθητές να κατανοήσουν καλύτερα μία ιδέα, η επίλυση προβλημάτων είναι η αφετηρία, ενώ η επικοινωνία (διάδραση και διάλογος, προφορική επικοινωνία, μαθηματική έκφραση) είναι ο βασικός πυλώνας της νέας μαθηματικής διδακτικής. Σαν αποτέλεσμα, η μαθητική σκέψη γίνεται ευέλικτη και δυναμική.

Τα μαθηματικά είναι μέσα μας

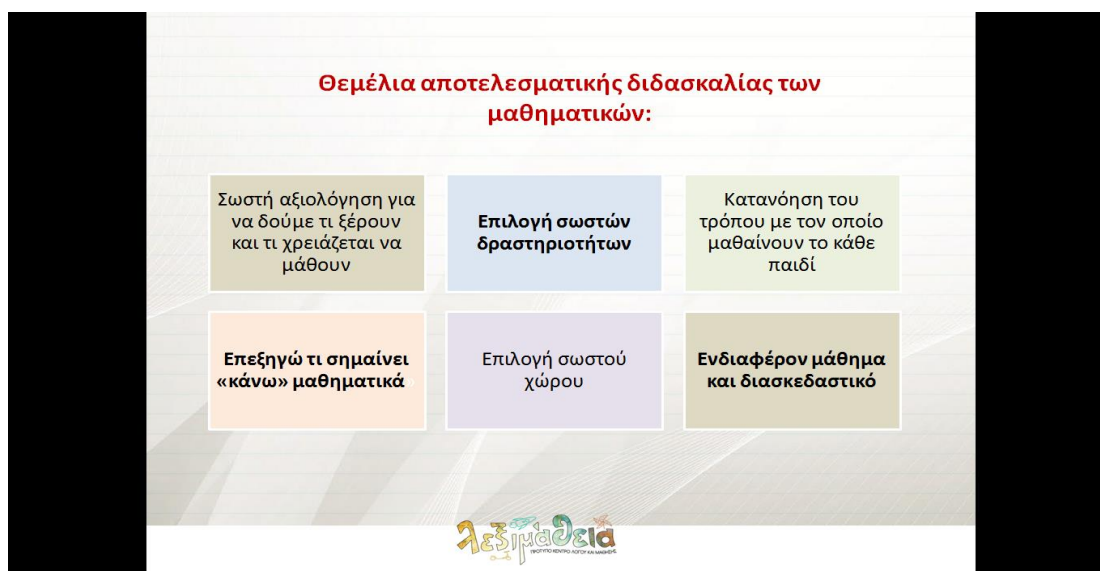
Δεν περνά μέρα που να μην σκεφτόμαστε με τρόπο μαθηματικό. Εξοικειωνόμαστε με τους αριθμούς από πολύ μικρή ηλικία ακούγοντας τους γονείς μας να μας λένε: «Έχω ένα μικρό παιδάκι που έχει δυο γλυκά ματάκια και ένα όμορφο στοματάκι» ή να μας διαβάζουν «μια φορά κι έναν καιρό». Ακούμε τους φίλους μας να ρωτάνε: «σε ποιο νούμερο μένεις;», «ποιο είναι το τηλεφωνικό σου νούμερο;», «πόσα δόντια έχεις αλλάξεις;», «πόσα αδελφάκια έχεις;», «πότε είναι τα γενέθλιά σου;», «πόσο ύψος έχεις;» αλλά και οι συνταγές μαγειρικής, τα ρέστα, όλα αυτά δείχνουν το πόσο οικείο αισθανόμαστε με τους αριθμούς. Αφού λοιπόν η γνώση υπάρχει, τι απομένει; Αυτό

που απομένει είναι ο δάσκαλος να δομήσει σωστά τις προϋπάρχουσες γνώσεις και να τις εξελίξει (Κωνσταντινίδου, 2003) (Montessori, 1980).

Τα θεμέλια της αποτελεσματικής διδασκαλίας των μαθηματικών

Παρακάτω ακολουθεί μία σύνοψη των σημαντικότερων σημείων που οφείλει να λαμβάνει υπ' όψιν του ένας παιδαγωγός προκειμένου να οικοδομήσει σωστά τη μαθηματική γνώση: προηγείται πάντα μια καλή και σωστή αξιολόγηση, επιλέγονται οι κατάλληλες δραστηριότητες, λαμβάνεται υπ' όψιν το γνωστικό προφίλ του μαθητή, επιλέγεται ο σωστός χώρος, δίνεται έμφαση στο τι σημαίνει «κάνω» μαθηματικά και φυσικά κινητοποιείται ο παιδαγωγός προκειμένου να κάνει το μάθημά του ενδιαφέρον (Walle, 2001) (Montessori, 1980).

Εικόνα 3: Θεμέλια αποτελεσματικής διδασκαλίας μαθηματικών



Η περίπτωση της Σοφίας

Οι γονείς της Σοφίας απευθύνθηκαν στην διεπιστημονική ομάδα μας όταν η Σοφία ήταν 3 ετών όπου και διαγιγνώσκεται με Ειδική Δυσκολία στην άρθρωση. Στα 6 έτη παραπέμπεται σε δημόσιο φορέα όπου και μπαίνει και η διάγνωση της Ειδικής Γλωσσικής Διαταραχής με πιθανές Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες. Πραγματοποιείται για πρώτη φορά νοομετρικός έλεγχος και της χορηγείται το Wisc-iii, όπου ο γενικός δείκτης νοημοσύνης εμπίπτει στο χαμηλό φυσιολογικό, με στατιστικώς σημαντική απόκλιση μεταξύ του πρακτικού και του λεκτικού δείκτη νοημοσύνης υπέρ του πρακτικού. Στα 8 έτη, τοποθετείται πια η διάγνωση της Ειδικής Γλωσσικής Διαταραχής με συνοδές δυσκολίες στην ανάγνωση, στη γραπτής έκφρασης και στα μαθηματικά. Ταυτόχρονα, παρατηρείται έντονο άγχος, χαμηλή αυτοπεποίθηση, διάσπαση προσοχής και ελλειπείς κοινωνικές δεξιότητες. Παρόμοιες δυσκολίες παρουσιάζει ο πατέρας και ο κατά 4 χρόνια μεγαλύτερος αδελφός της. Ωστόσο, η κατά 2 χρόνια μεγαλύτερη αδελφή της είναι μαθησιακά άριστη.

Πρόγραμμα παρέμβασης

Η Σοφία, στα 4 της χρόνια, εντάχθηκε σε εξατομικευμένο πρόγραμμα λογοθεραπείας για 3 χρόνια προκειμένου να αποκατασταθούν αρχικά οι αρθρωτικές και φωνολογικές της δυσκολίες και αργότερα οι γλωσσικές της δυσκολίες (εκφραστικός και αντιληπτικός λόγος). Στη συνέχεια, εντάχθηκε σε εξατομικευμένο πρόγραμμα ειδικής διαπαιδαγώγησης προκειμένου να αποκατασταθούν οι δυσκολίες της στην ανάγνωση και το γραπτό λόγο (ορθογραφία και γραπτή έκφραση). Το εν λόγω πρόγραμμα διήρκεσε και αυτό 3 χρόνια. Η Σοφία, στα 10 της χρόνια, βελτίωσε σημαντικά τον προφορικό και γραπτό της λόγο. Τα μεγάλα της κενά ήταν πια στο γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών, συνοδευόμενα από μία έντονη φοβία σε σχέση με τους αριθμούς. Η Σοφία περιγράφει να τρέμουν τα γόνατά της κάθε φορά που πρέπει να λύσει μία άσκηση μαθηματικών στον πίνακα, έντονους καρδιακούς παλμούς κάθε φορά που ο δάσκαλος της απευθύνει τον λόγο και εφίδρωση στις παλάμες στα διαγωνίσματα των μαθηματικών. Σε συνεργασία με το δημόσιο φορέα από τον οποίο συντονίζεται ακόμη, η Σοφία εντάχθηκε σε εξατομικευμένο

πρόγραμμα αποκατάστασης δυσκολιών στα μαθηματικά με συχνότητα μία φορά την εβδομάδα. Παράλληλα, παρακολούθησε εξατομικευμένο ψυχοπαιδαγωγικό πρόγραμμα με ψυχοθεραπευτή με στόχο: τη συγκρότηση θετικής αυτοεικόνας, την αναγνώριση και έκφραση των συναισθημάτων της και την ενίσχυση της δημιουργικότητάς της. Τέλος, εντάχθηκε και σε πρόγραμμα ομαδικής ψυχοθεραπείας με σκοπό να εκπαιδευτεί στις κοινωνικές δεξιότητες, στην ενίσχυση της αυτοπεποίθησής της, στο να μπορεί να εκφράζεται συναισθηματικά και να δημιουργεί αλλά και να διατηρεί δεσμούς με τους συνομήλικους της και κυρίως με τους συμμαθητές της εντός και εκτός τάξης. Σε όλο αυτό τον σχεδιασμό δεν έμειναν αμέτοχοι και οι γονείς της Σοφίας οι οποίοι παρακολούθησαν πρόγραμμα συμβουλευτικής προκειμένου να μπορέσουν να υποστηρίξουν τη Σοφία εντός και εκτός σπιτιού.

Εξατομικευμένο πρόγραμμα αποκατάστασης μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά

Το ταξίδι στον κόσμο των αριθμών ξεκινάει με αφετηρία ότι κάθε μαθηματική έννοια πρέπει πάντα να περνά από 5 στάδια: την εικόνα, τον γραπτό συμβολισμό, τον προφορικό λόγο, το από-χειροπιαστό υλικό και φυσικά τις πραγματικές καταστάσεις. Οι πέντε αυτές διαφορετικές αναπαραστάσεις, έτσι όπως αλληλοσυνδέονται μεταξύ του βοηθούν την κατανόηση των παλαιότερων αλλά και την ανάπτυξη νέων μαθηματικών ιδεών (Walle, 2001).

Εικόνα 4: Τα 5 στάδια στη διδασκαλία των μαθηματικών



Το αναλυτικό πρόγραμμα παρέμβασης: 11 βήματα για την αποκατάσταση

1^ο βήμα: Η Σοφία διδάσκεται εκ νέου την έννοια του αριθμού – αισθητοποίηση αριθμών από το 1 – 9.

Η διδασκαλία του κάθε αριθμού βασίζεται στο προηγούμενο πολυαισθητηριακό μοντέλο και συνδέεται πάντα με πραγματικές καταστάσεις. Η Σοφία μαθαίνει να γράφει τους αριθμούς χρησιμοποιώντας τα κοινά αντιληπτικά τους στοιχεία. Για παράδειγμα οι αριθμοί 1,4,7 αποτελούνται από ευθείες γραμμές, το 2 και το 5 από καμπύλες, ενώ το 6 και το 9 από κύκλους και καμπύλες (Αγαλιώτης, 2000).

Εικόνα 5α: Η έννοια του αριθμού



Στην παρούσα φάση η Σοφία διδάσκεται εκ νέου τρόπους αναπαράστασης και επεξεργασία των αριθμών. Η αναπαράσταση των αριθμών, δεν γίνεται μόνο μέσω των αραβικών συμβόλων. Κάθε αριθμός μπορεί να αναπαρασταθεί και λεκτικά και ποσοτικά (Καραγιαννάκης, 2012). Η ταυτόχρονη επεξεργασία των αριθμών στα τρία αυτά επίπεδα (λεκτικά, ποσοτικά και με αραβικά σύμβολα) θέτει τις βάσεις για την κατανόηση της απαριθμητικής δεξιότητας, τη σύγκριση αριθμών και την περαιτέρω επεξεργασία προ-μαθηματικών εννοιών, ιδιαίτερα χρήσιμων για την κατανόηση πιο πολύπλοκων μαθηματικών εννοιών.

Εικόνα 5β: Η έννοια του αριθμού

Ταυτόχρονα, η Σοφία μαθαίνει να χρησιμοποιεί τα δάχτυλά της και αυτό αυξάνει την κατανόηση των αριθμών ως ποσότητες αλλά και της δημιουργεί μία αίσθηση ασφάλειας. Η Σοφία μαθαίνει ότι με τα δάχτυλά της μπορεί να κάνει τα πάντα και μπορεί να τα χρησιμοποιήσει ποικιλοτρόπως αρκεί να μην ντρέπεται και να μην τα κρύβει. Ιδανικό υλικό αποτελούν, εκτός από τα δάχτυλα και οι κάρτες με τις κουκίδες καθώς ενθαρρύνουν τη συλλογιστική σκέψη προκειμένου να οικοδομηθούν σχέσεις μεταξύ των αριθμών και να κατανοηθεί εις βάθος η έννοια της ποσότητας (Walle, 2001)

2^ο βήμα: Αισθητοποίηση αριθμών ως ιστός ιδεών

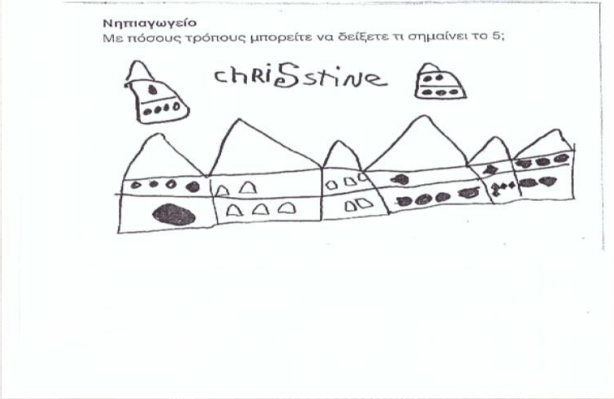
Ίσως η κυριότερη εννοιολογική επίτευξη των πρώτων σχολικών χρόνων είναι η ερμηνεία των αριθμών με βάση σχέσεις μέρους – όλου. Η συνειδητοποίηση δηλαδή ότι κάθε αριθμός είναι σύνθεση άλλων αριθμών. Ήδη τα παιδιά από πολύ μικρή ηλικία είναι σε θέση να αντιληφθούν την ποικιλία με την οποία μπορούν να φτιαχτούν οι αριθμοί. Για την ακρίβεια, η πρώτη αντίληψη των αριθμών και η καλή διαίσθηση τους ξεκινάει από το νηπιαγωγείο. Δείτε στην επόμενη εικόνα πως η Christine, μαθήτρια του νηπιαγωγείου, κατάφερε να φτιάξει το αριθμό 5. Η

Christine χρησιμοποίησε σχέδια και κουκίδες αντί για αραβικά σύμβολα και απέδωσε με πολύ σωστό τρόπο αυτό που της ζητήθηκε. Σύμφωνα με τον (Ginsburg, 1977) αλλά και άλλους ερευνητές, αυτός ο εμπλουτισμός της κατανόησης των αριθμών ανοίγει το δρόμο σε τρόπους επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων και ερμηνείας που δεν είναι διαθέσιμοι στα μικρότερα παιδιά.

Εικόνα 6: Φτιάχνοντας το 5

Η πρώτη αντίληψη των αριθμών καλή
 διαίσθηση αριθμών από το νηπιαγωγείο:
 «λιγότερα», «περισσότερα», «τόσα όσα»
 «ανάμεσα»

Νηπιαγωγείο
 Με πόσους τρόπους μπορείτε να δείξετε τι σημαίνει το 5;



Χρησιμοποιώντας κουκίδες και σχέδια, η Christine απεικονίζει πέντε διαφορετικές μορφές που αντιστοιχούν στον αριθμό 5. Κάθε μορφή αποτελείται από κουκίδες ή σχέδια που συνδυάζονται για να φτιάξουν το 5. Η ονομασία 'CHRISTINE' είναι γραμμένη με κεφαλαία γράμματα στο κέντρο του σχεδίου.

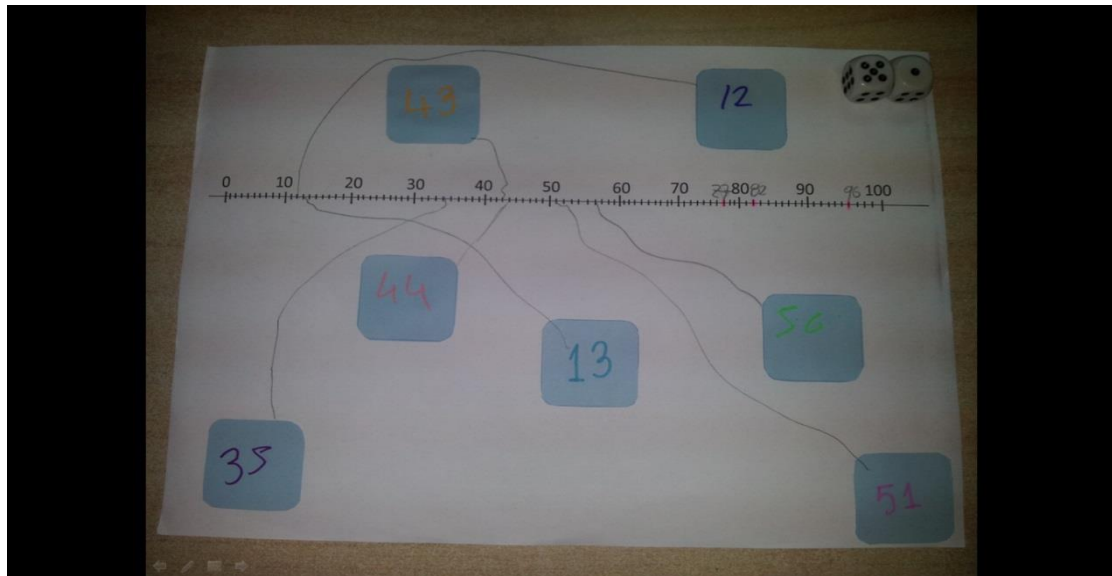
Λεξιμάθεια
 ΠΡΩΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

3^ο βήμα: Χτίζω σχέσεις μεταξύ των αριθμών

Η ενίσχυση των προμαθηματικών εννοιών και της απαριθμητικής δεξιάτητας αποτελούν βασικούς πυλώνες της κατανόησης του αριθμητικού μας συστήματος. Μέσω αυτών ο μαθητής ομαδοποιεί, κατανοεί σύνολα, κατανοεί τις σχέσεις μέρους – όλου, εκτελεί πράξεις, πραγματοποιεί νοερούς υπολογισμούς και φυσικά επιλύει προβλήματα. Ιδιαίτερη βαρύτητα πρέπει να δοθεί στην έναρξη της αρίθμησης καθώς και στην αντίστροφη μέτρηση από τυχαίο αριθμό. Η ενίσχυση τόσο των

προμαθηματικών εννοιών (τόσο όσο, ανάμεσα, μικρότερο-μεγαλύτερο, κ.τ.λ) όσο και της απαριθμητικής δεξιότητας (δύο περισσότερα, ένα λιγότερο, 10 πάνω, δέκα κάτω) θέτουν όχι μόνο τα θεμέλια για την εύρεση αριθμητικών δεδομένων κατά την πρόσθεση, αφαίρεση και σύγκριση αριθμών, αλλά και βοηθούν τα παιδιά να εξασκήσουν τη μνήμη εργασίας τους και να πραγματοποιήσουν νοερούς υπολογισμούς. Η ενίσχυση της απαριθμητικής δεξιότητας μπορεί να πραγματοποιηθεί με απλές δραστηριότητες, με μεγάλα και μικρά αντικείμενα με αριθμογραμμές και αριθμομηχανές. Στόχος μας πάντα να συντονίζουμε οπτικές, ακουστικές, κιναισθητικές, λεκτικές - ακουστικές διαδικασίες (πολυαισθητηριακή διδασκαλία) (Αγαλιώτης, 2000). Δείτε στους πίνακες που ακολουθούν πως δούλεψε η Σοφία.

Εικόνα 7: Ενίσχυση απαριθμητικής δεξιότητας



4^ο βήμα: Διδασκαλία θεσιακής αξίας αριθμών με κεντρικό άξονα την έννοια της ανταλλαγής.

Είναι σημαντικό οι μαθητές να διδάσκονται οποιοδήποτε μοντέλο Δεκαδικής βάσης βασιζόμενοι στην έννοια της ανταλλαγής. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι δέκα Μονάδες αντιστοιχούν σε μία Δεκάδα και αντίστροφα ότι μία Δεκάδα αποτελείται από δέκα Μονάδες. Με την ίδια λογική δέκα Δεκάδες μπορούν να ανταλλαχθούν με μία Εκατοντάδα αλλά και αντίστροφα ότι μία Εκατοντάδα αποτελείται από δέκα

Δεκάδες. Μπορούμε λοιπόν να ανταλλάξουμε 10 Μονάδες με 1 Δεκάδα αλλά και 10 Δεκάδες με 1 Εκατοντάδα (Walle, 2001). Όταν οι μαθητές κατανοήσουν την αξία του κάθε αριθμού, μπορούν ευκολότερα να κάνουν συγκρίσεις, να τους τοποθετούν σωστά στο χώρο (κατακόρυφα) και να εκτελούν εύκολα τις κάθετες πράξεις. Έτσι, μειώνονται τα αλγοριθμικά λάθη (Αγαλιώτης, 2000). Καλό είναι ο κάθε μαθητής να δημιουργήσει το δικό του εξατομικευμένο υλικό και να εξοικειώνεται με αυτό, όπως ακριβώς συνέβη με τη Σοφία.

Εικόνα 8α: Κατανοώντας τη θεσιακή αξία των αριθμών



Εικόνα 8β: Φτιάχνω και συγκρίνω αριθμούς



5^ο βήμα: Η έννοια του μισού και του διπλάσιου

Η εκμάθηση της έννοιας του διπλάσιου και του μισού είναι κεντρική στα μαθηματικά γιατί μέσα από αυτό χτίζουν τις σχέσεις όλου – μέρους. Συσχετίζοντας την έννοια του διπλάσιου με την έννοια του μισού σαν έννοιες αντίστροφες και συνδυάζοντας τες με εικόνες και κατάλληλα οπτικά ερεθίσματα οι μαθητές κατανοούν περισσότερο τους αλγορίθμους του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Ο Thornton (1982) προτείνει τις εξής οπτικές ιδέες: τον κοριό για το διπλάσιο του 3, την αράχνη για το διπλάσιο του 4, τα δύο χέρια για το διπλάσιο του 5, τις δύο σειρές αβγοθήκης για το διπλάσιο του 6, τις δύο εβδομάδες για το διπλάσιο του 7, τις δύο σειρές κηρομπογιάς για το διπλάσιο του 8, ένα φορτηγό με 18 ρόδες για το διπλάσιο του 9. Ένα ελαφρώς παραλλαγμένο μοντέλο έφτιαξε η Σοφία για να συνδέσει μεταξύ τους τις έννοιες του μισού και του διπλάσιου

Εικόνα 9: Το μισό και το διπλάσιο

	Εικόνα	Αριθμός
$1 + 1 =$		2
$2 + 2 =$		4
$3 + 3 =$		6
$4 + 4 =$		8
$5 + 5 =$		10
$6 + 6 =$		12
$7 + 7 =$		14
$8 + 8 =$		16
$9 + 9 =$		18
$10 + 10 =$		20

Δ
Ι
Π
Λ
Α
Σ
Ι
Ο

Μ
Ι
Σ
Ο

5^ο βήμα: η έννοια του μισού και του διπλάσιου

Αξιμάδα

6^ο βήμα: Εκμάθηση μαθηματικού λεξιλογίου, αναγνώριση μαθηματικών συμβόλων και εκμάθηση διαδικασιών

Αρκετά παιδιά δυσκολεύονται να αναγνωρίσουν τα μαθηματικά σύμβολα αλλά και να συνδέσουν το κάθε σύμβολο με τη σωστή λέξη. Αναμφισβήτητα τα μαθηματικά σύμβολα είναι ο πυρήνας της μαθηματικής έκφρασης των μαθηματικών (Αγαλιώτης, 2000). Η αναποτελεσματική αναγνώριση και ανάγνωση του συμβόλου αλλά και η δυσκολία των παιδιών να συνδέσουν το κάθε μαθηματικό σύμβολο με το σωστό μαθηματικό λεξιλόγιο μπορεί για παράδειγμα να επηρεάσει το είδος της πράξης που θα επιλέξει ο μαθητής όταν καλείται να επιλύσει ένα μαθηματικό πρόβλημα. Είναι λοιπόν πολύ συνηθισμένο το φαινόμενο είτε ένας μαθητής να κατανοήσει μία μαθηματική λέξη σε ένα πρόβλημα αλλά να επιλέξει λάθος αλγόριθμο ή να κατανοήσει τη λέξη αλλά να επιλέξει λάθος σύμβολο και να επιλύσει λάθος το πρόβλημα. Σύμφωνα με τον Orton(1992), είναι πολύ σημαντικό να ενταχθούν λέξεις με μαθηματικό νόημα στη καθημερινή ζωή του κάθε παιδιού, ειδικά λέξεις που χρησιμοποιούνται πιο σπάνια από κάποιες άλλες (π. πηλίκο) και να συνδεθούν έτσι με τις ιδέες που εκφράζουν. Λεξιλόγιο και σύμβολα διδάχθηκαν ταυτόχρονα στη Σοφία με ποικιλία δραστηριοτήτων.

Εικόνα 10α: Οι λέξεις και τα σύμβολα

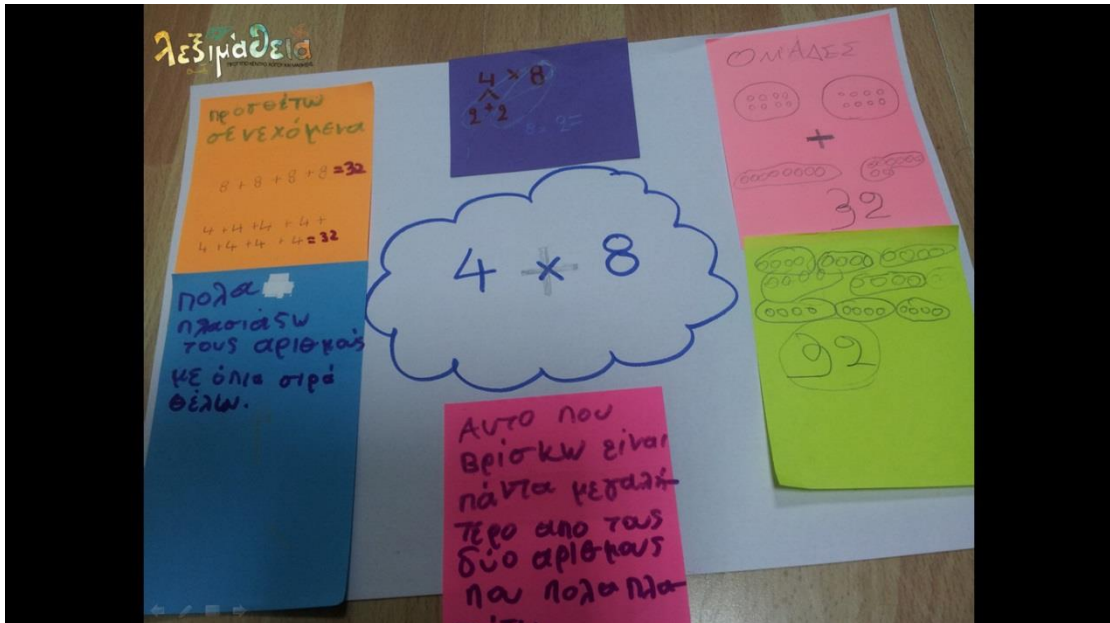
Σε καμία περίπτωση οι παραδοσιακοί αλγόριθμοι δεν είναι κακό να διδάσκονται και να εφαρμόζονται. Φυσικά και πρέπει οι μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες να διδαχθούν τους παραδοσιακούς αλγόριθμους, αφού όμως πρώτα κατανοήσουν τη σημασία της κάθε πράξης και τις βασικές τους δεξιότητες. Τα παρακάτω στάδια μπορούν να βοηθήσουν σε αυτή τη διαδικασία:

- Μαθαίνω και εκτιμώ το αποτέλεσμα κάθε πράξης στο περίπου.
- Συνδέω την κάθε πράξη με συγκεκριμένες ενέργειες και διαδικασίες.
- Συνδέω την κάθε πράξη με συγκεκριμένο λεξιλόγιο.
- Μαθαίνω από πού ξεκινάω την κάθε πράξη (από δεξιά προς τα αριστερά).
- Αν δεν θυμάμαι τις διαδικασίες εφαρμόζω εναλλακτικές τεχνικές.
- Εξηγώ τις ιδιότητες της κάθε πράξης (π.χ. αντιμεταθετική για την πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό).

Με τον τρόπο αυτό αποφεύγεται η ποσοτική απομνημόνευση και δεν επιβαρύνεται η μνήμη εργασίας. Όσον αφορά στην απομνημόνευση βασικών αριθμητικών δεδομένων, ο Ashlok(1990) υποστηρίζει ότι μόνο σε συνθήκες χαλαρότητας και παιχνιδιού τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες θα τολμήσουν να χρησιμοποιήσουν την τεχνική της απομνημόνευσης, γιατί η «αποτυχία» σε συνθήκες χαλαρότητας, δεν τους στιγματίζει και δεν τους φοβίζει.

Παρακάτω παρουσιάζεται πως η Σοφία διδάχθηκε τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού, χωρίς να χρειαστεί να απομνημονεύσει κανένα γινόμενο.

Εικόνα 11: Η διδασκαλία εκμάθησης του αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού



8ο βήμα: Η έννοια του κλάσματος

Η έννοια του κλάσματος είναι από τις πιο δύσκολες μαθηματικές έννοιες που ακόμη και μαθητές Γυμνασίου δυσκολεύονται να κατανοήσουν, πόσο μάλλον να κατακτήσουν. Το κλάσμα εκφράζει μια σχέση ανάμεσα σε ένα μέρος και σε ένα όλο. Επιμέρους έννοιες που δουλεύτηκαν με τη Σοφία είναι οι εξής:

- Κλασματικά μέρη
- Κλασματική μονάδα
- Λεξιλόγιο (αριθμητής – παρονομαστής)
- Ισοδύναμα κλάσματα
- Πράξεις κλασμάτων
- Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π)
- Συγκρίσεις κλασμάτων

Προκειμένου να κατανοηθεί η έννοια του κλάσματος χρησιμοποιήθηκαν για άλλη μια φορά παραδείγματα από την καθημερινή της ζωή, συνδέοντας την παλιά,

κατακτηθείσα γνώση με την νέα. Η Σοφία φοβάται τις αράχνες, κλήθηκε να μάθει από τα 15 παιδιά που ρώτησε πόσα φοβούνται τις αράχνες και μέσα από αυτό το παράδειγμα διδάχθηκε την έννοια του κλάσματος.

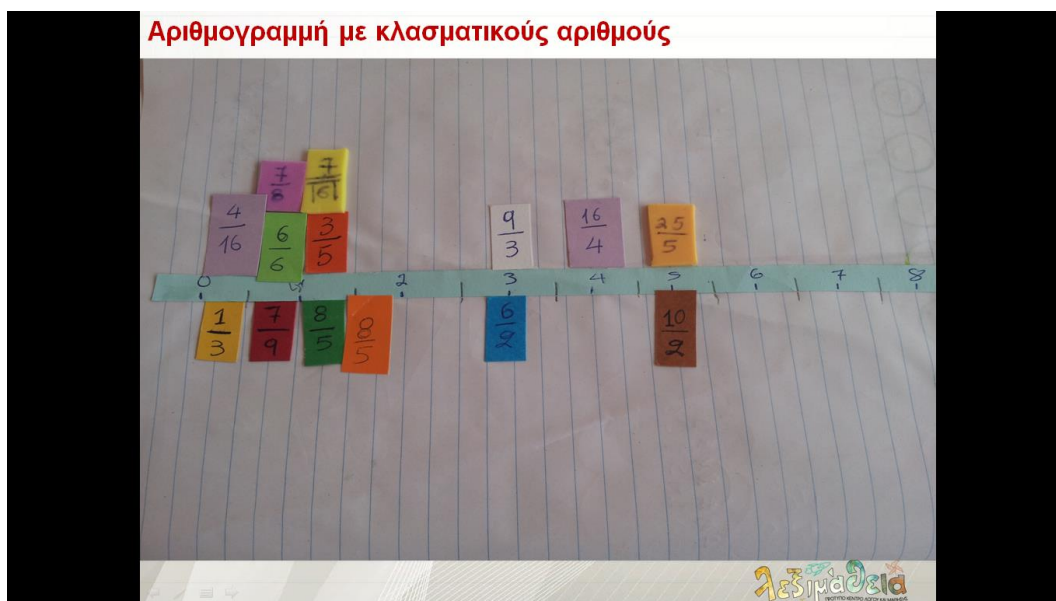
Εικόνα 12α: Μαθαίνοντας τα κλάσματα

The worksheet on the left is titled "ΦΟΒΑΣΑΙ ΤΙΣ ΑΡΑΧΝΕΣ;" (Are you afraid of spiders?). It contains a table with two rows: "ΝΑΙ" (Yes) with a spider icon and "10 παιδιά" (10 children), and "ΟΧΙ" (No) with a spider icon and "5 παιδιά" (5 children). Below the table, there is a box for the total number of children, "15", and a section for writing fractions: "ΝΑΙ" with $\frac{10}{15}$ and "ΟΧΙ" with $\frac{5}{15}$. At the bottom, there is a drawing of a spider and the instruction "ΣΧΡΑΦΙΣΕ ΜΙΑ ΤΡΟΜΑΚΤΙΚΗ ΑΡΑΧΝΗ" (Draw a scary spider).

Handwritten notes on the right page include a diagram of two circles. The top circle contains 3 green dots and is labeled "ένα κομμάτι της ποσότητας" (one part of the quantity). The bottom circle contains 7 green dots and is labeled "Όλη η ποσότητα" (the whole quantity). Below this, there is a comparison of fractions: "ΝΑΙ" with $\frac{10}{15}$ and "ΟΧΙ" with $\frac{5}{15}$. The fraction $\frac{10}{15}$ is simplified to $\frac{2}{3}$ and $\frac{5}{15}$ is simplified to $\frac{1}{3}$. A red note says "ΚΑΝΕ ΠΙΟ ΑΡΑΧΗ ΤΗ ΔΕΜ ΣΟΥ!!!" (Make your spider more scary!!!).

At the bottom of the worksheet, there is a blue banner with the text: "Συνδυάζοντας τις γνώσεις, δουλεύουμε πολλά ταυτόχρονα" (Combining knowledge, we work on many things at once).

Εικόνα 12β: Μαθαίνοντας τα κλάσματα



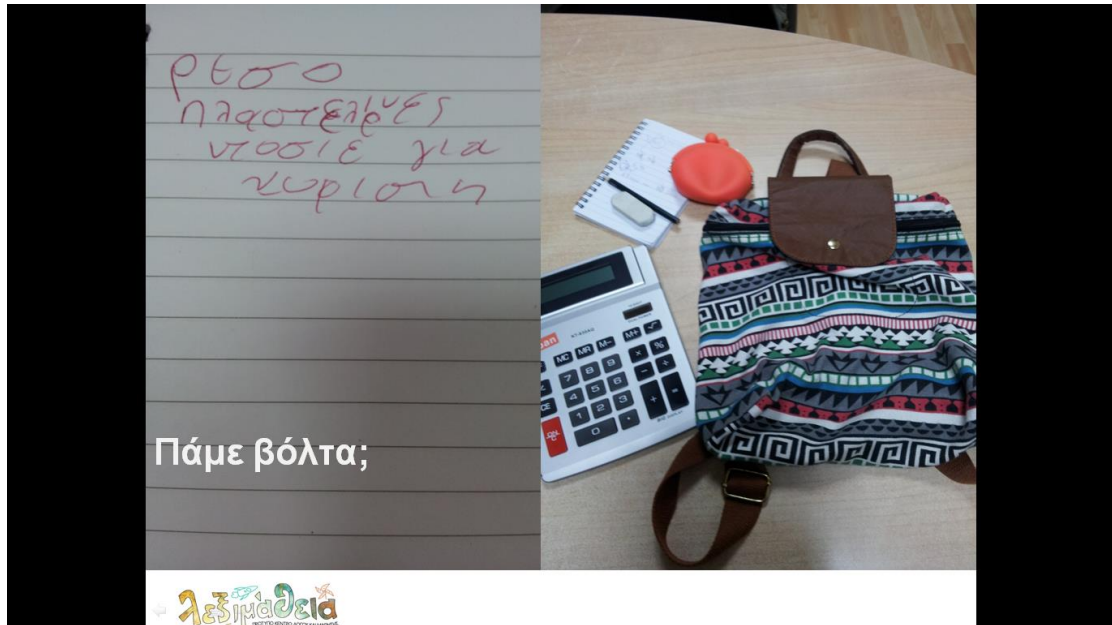
9^ο βήμα: Σύνδεση πραγματικών ιδεών με τον πραγματικό κόσμο

Ένας από τους καλύτερους τρόπους να κάνουμε τα παιδιά να σκεφτούν τον πραγματικό κόσμο είναι να συσχετίσουμε τους αριθμούς με μονάδες μέτρησης αντικειμένων: το μήκος, το βάρος, το χρόνο, τα χρήματα. Πως θα προβληματίσουμε και πως θα κινητοποιήσουμε όμως τα παιδιά να συλλογιστούν τις προηγούμενες έννοιες; Με δύο τρόπους. Ο πρώτος σχετίζεται με την έννοια της εκτίμησης ή του «περίπου». Πόσο κοστίζει περίπου μία γόμα; πόσες πατημασιές είναι περίπου από την πόρτα μέχρι το γραφείο; πόσο ζάχαρη θα χρειαστεί περίπου να βάλουμε στο κέικ; ποιο ζυγίζει περισσότερο τα αβγά ή η ζάχαρη; πόσα ρέστα θα πάρω περίπου; πόσα εκατοστά είναι περίπου η φωτογραφία που θέλω να κορνιζάρω; Ο δεύτερος τρόπος είναι τα παιδιά από μόνα τους να μπορούν να ελέγχουν τις απαντήσεις τους κάνοντας πράξεις τις εκτιμήσεις τους. Παρέα με τη Σοφία επισκεφτήκαμε καταστήματα, είδαμε από κοντά το κόστος αντικειμένων κ.τ.λ. Η Σοφία έμαθε να συγκρίνει, να στρογγυλοποιεί, να υπολογίζει, να ελέγχει τα ρέστα που τις δίνουν με τη βοήθεια μιας

Εικόνα 13β: Τα μαθηματικά ως μέρος του πραγματικού κόσμου



Εικόνα 13γ: Τα μαθηματικά ως μέρος του πραγματικού κόσμου



Εικόνα 13δ: Τα μαθηματικά ως μέρος του πραγματικού κόσμου



10^ο βήμα: Επίλυση μαθηματικών προβλημάτων

Η σωστή κατανόηση και επίλυση προβλημάτων προϋποθέτει ότι όλοι οι μαθητές θα μπορούν να εκφράσουν με ασφάλεια τις μαθηματικές τους ιδέες. Αυτό πρέπει κατά τον Smith (1996) να είναι το αρχικό καθήκον του κάθε διδάσκοντα.

«Αν όχι όλες, τουλάχιστον οι περισσότερες σημαντικές έννοιες και διαδικασίες των μαθηματικών διδάσκονται καλύτερα μέσω της επίλυσης προβλημάτων. Με άλλα λόγια, μπορούμε και πρέπει να δίνουμε δραστηριότητες ή προβλήματα που να ωθούν τους μαθητές και τις μαθήτριες να σκεφτούν και να αναπτύξουν τα ουσιαστικά μαθηματικά που χρειάζεται να μάθουν..... τα παιδιά μαθαίνουν μαθηματικά κάνοντας μαθηματικά» (Walle, 2001, σσ. 55, 56).

Οι Montagne και Bros (Thornton, 1982) (1986) πραγματοποίησαν μία μελέτη όπου εφάρμοσαν ένα παρεμφερές μοντέλο που περιλαμβάνει τις τεχνικές παράφρασης, οπτικοποίησης, προσδιορισμού σχετικών πληροφοριών, προσδιορισμού του ερωτήματος, υπόθεσης, εκτίμησης κατά προσέγγιση, υπολογισμού και ελέγχου,

καταλήγοντας ότι τα παιδιά με Μαθησιακές Δυσκολίες επωφελούνται από τη διδασκαλία στρατηγικών για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.

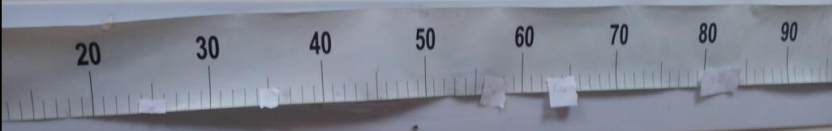
Στην περίπτωση της Σοφίας, για την επίλυση προβλημάτων, τρία στάδια ακολουθήθηκαν:

1. Προετοιμασία με τη βοήθεια οπτικών ερεθισμάτων (οριζόντια αριθμογραμμή).
2. Χρόνος να επεξεργαστεί και να κατανοήσει τα στοιχεία που της δίνονται (να τοποθετήσει τους αριθμούς στην αριθμογραμμή).
3. Συζήτηση (Walle, 2001).

Ας σημειωθεί ότι τα προβλήματα που καλούνταν η Σοφία να λύσει ήταν βγαλμένα μέσα από την καθημερινή της ζωή, ρεαλιστικά, λαμβάνοντας υπ' όψιν το αναλυτικό πρόγραμμα του σχολείου αλλά και το επίπεδο κατανόησής της. Ο ενθουσιασμός και μόνο που αντλούσε από το περιεχόμενο των προβλημάτων (συμμετείχαν δάσκαλοι, φίλοι της, συγγενείς κ.τ.λ) την γέμιζαν κίνητρο για να συνεχίσει. Παρακάτω παρουσιάζεται ένα παράδειγμα προβλήματος.

Εικόνα 14: Παράδειγμα επίλυσης μαθηματικού προβλήματος

Επίλυση προβλημάτων: η μαμά λέει ότι το σπίτι της γιαγιάς απέχει 35χιλιόμετρα από το σπίτι μας. Όταν σταματήσαμε να βάλουμε βενζίνη είχαμε ήδη διανύσει 21 χιλιόμετρα. Πόσο ακόμη πρέπει να διανύουμε;



Επιλύοντας προβλήματα:

1. Προετοιμασία
2. Δώστε τους τα στοιχεία και αφήστε τους
3. Κουβεντιάστε

Λεξιμάθεια
ΠΡΟΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΚΑΛΩΣΗ

11^ο βήμα: Η Σοφία προετοιμάζεται για το μελλοντικό της επάγγελμα

Δεν έχει σημασία αν η Σοφία θα ακολουθήσει μελλοντικά το επάγγελμα που λέει ότι της αρέσει στην παρούσα φάση (περιποίηση νυχιών). Σημασία έχει να μπορέσει να καταλάβει ότι δεν υπάρχει επάγγελμα στη σύγχρονη κοινωνία που να μην απαιτεί μαθηματική συλλογιστική. Η Σοφία μαθαίνει να προγραμματίζει τα ραντεβού της, να κοστολογεί τις υπηρεσίες της, να υπολογίζει τον χρόνο που χρειάζεται περίπου κάθε ραντεβού, να δίνει ρέστα, να εκτιμάει τις ποσότητες που πρέπει να παραγγέλνει.

Τίποτε όμως από τα παραπάνω δεν θα μπορούσε να γίνει πράξη αν η Σοφία δεν είχε χτίσει την αυτοπεποίθηση που χρειαζόταν όπως αυτό συνέβη μέσα από το πρόγραμμα καλλιέργειας των κοινωνικών της δεξιοτήτων και της τροποποίησης δυσλειτουργικών συμπεριφορών που σχετίζονται με τα μαθηματικά.

Δυσλειτουργικές πεποιθήσεις και αυτόματες αρνητικές σκέψεις

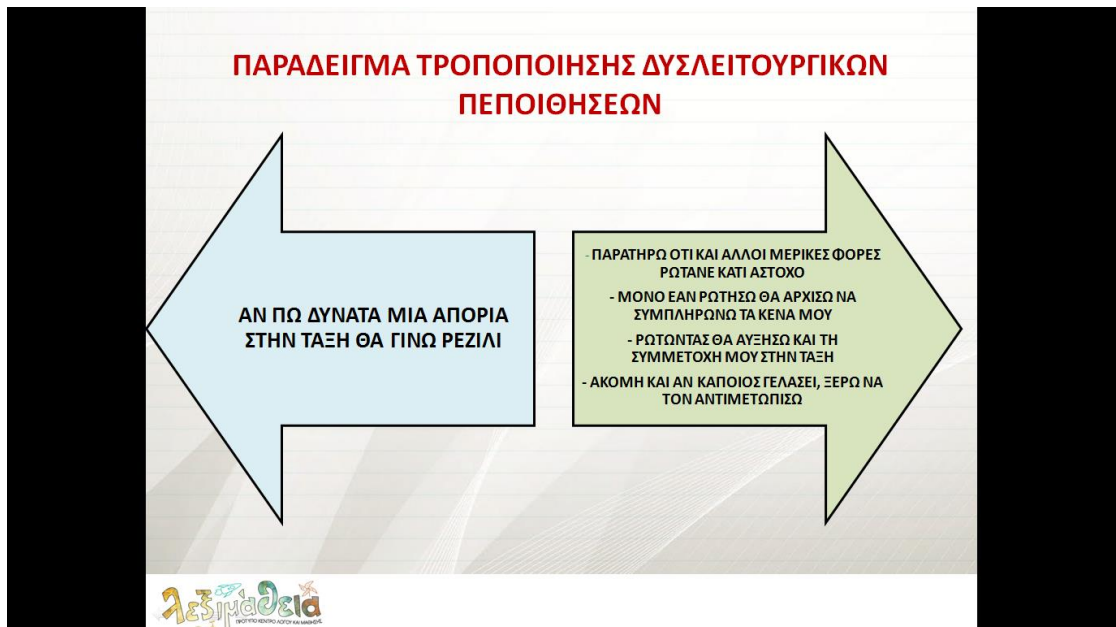
Σύμφωνα με τη Γνωσιακή Τροποποίηση Συμπεριφοράς (ΓΤΣ) (cognitivebehaviormodification), η πιο αποτελεσματική παρέμβαση σε μία δυσκολία που μπορεί να παρουσιάζει ένα παιδί μπορεί να μη σχετίζεται καθόλου με πρωτογενείς οργανικές ή νευρολογικές αιτίες, αλλά με την ίδια του τη συμπεριφορά. Για αυτό και συχνά η ΓΤΣ προτείνεται ως μια τεχνική για τη βελτίωση των δυνατοτήτων μάθησης των παιδιών (Ryan, 1986)(Παντελιάδου, 2000). Ας μελετήσουμε προσεκτικά τις δυσλειτουργικές πεποιθήσεις της Σοφίας:

- Αν πω δυνατά τις απορίες μου μέσα στην τάξη, θα γίνω ρεζίλι
- Δεν θα τα πάω καλά σε ένα τεστ μαθηματικών
- Δεν είμαι τόσο έξυπνη όσο οι άλλοι
- Δε θα πάρω ποτέ καλό βαθμό στα μαθηματικά
- Δεν μπορώ να γράψω τεστ στα μαθηματικά
- Δεν είμαι ικανή να κάνω τις εργασίες μου στα μαθηματικά
- Δεν καταλαβαίνω τίποτα στο μάθημα των μαθηματικών
- Φοβάμαι να πω μια λάθος απάντηση στην τάξη
- Δεν μπορώ να χρησιμοποιήσω τα μαθηματικά έξω από το σχολείο

Γίνεται εμφανές ότι αυτό που ουσιαστικά προσπαθούμε να τροποποιήσουμε είναι η παθητική προσέγγιση της Σοφίας, να μπορέσει δηλαδή η Σοφία να αποδίδει την καλή της επίδοση σ' ένα έργο στις δικές της προσπάθειες. Με ποιόν τρόπο; Όσο περισσότερο γνωρίζει τους εσωτερικούς και εξωτερικούς παράγοντες που υπεισέρχονται σε μία συγκεκριμένη κατάσταση, τόσο λιγότερο θα τους χρησιμοποιεί

και τόσο περισσότερο θα προσεγγίσει μία δοκιμασία με ευεργετικό τρόπο (Karoly, 1982), (Ryan, 1986).

Εικόνα 15: Τροποποίηση δυσλειτουργικών πεποιθήσεων



Συμπεράσματα

Ο σκοπός της παρούσας έρευνας είναι να συνδέσει τις μαθηματικές ιδέες και έννοιες με τον πραγματικό κόσμο. Μέσα από την ανάλυση μιας συγκεκριμένης μελέτης περίπτωσης δείξαμε ότι ένα εξατομικευμένο αποκαταστασιακό πρόγραμμα, με σαφώς προσδιορισμένους στόχους, η σύνδεση αυτή επιτεύχθηκε με μεγάλη επιτυχία. Τα πιο ευκρινή αποτελέσματα της συσχητικής κατανόησης για τον μαθητή που επιτεύχθηκε, ήταν η εσωτερική επιβράβευση (αγάπη για τα μαθηματικά), η ενίσχυση της μνήμης (οι συνδεδεμένες πληροφορίες ανακτώνται ευκολότερα από τις από τις αποσυνδεδεμένες) και η ευκολότερη και γρηγορότερη εκμάθηση νέων εννοιών. Συμπερασματικά, όταν η απόκτηση της γνώσης είναι ευχάριστη, υπάρχει πιθανότητα οι μαθητές να αναζητήσουν ή να επινοήσουν μόνοι τους νέες ιδέες (Skemp, 1971). Τώρα πια η Σοφία γνωρίζει ότι δεν είναι λοιπόν οι αριθμοί ένας μυστηριώδης κόσμος που μόνο οι έξυπνοι άνθρωποι τολμούν να ζουν (Walle, 2005) και ότι ο τολμών νικά.

Παραπομπές

- APA. (2013). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders 5th Edition - DSM 5*. Arlington USA: APA.
- Ashlok, R. (1990). *Error Patterns in Computation*. Columbus OH: C.E.Merrill.
- Beck, J. (1995). *Cognitive Therapy: basics and beyond*. United Statew of America: The Guilford Press.
- Bird, R. (2009). *Overcoming Difficultiew with numbers: Supporting Dyscalculia and Students who Struggle with Maths*. London: SAGE Publications Ltd.
- Butterworth, B. a. (2007). *Dyscalculias Guidance: Helping children with specific learning difficultiew in maths*. Canada: David Fulton Publishers.
- Clayton, P. (2006). *The Dyslexia Institute Maths Programme: Enables the dyslexia specialist to tutor learners in mathematics*. Dyslexia Action.
- Cohn, R. (1961, March). Dyscalculia. *Archieves of Neurology*, pp. 301-317.
- Geary, D. (1994). *Children's Mathematical Development*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Ginsburg, H. (1977). *Children's arithmetic: The learning process*. . New York: Van Nostrand.
- Henderson, A. (2002). *Maths for the Dyslexic: A practical guide*. London : David Fulton Publishers.
- (2008). *ICD 10 International Statistical Classification of Diseases and Related Health Problems 10th Revision*
- Karoly, P. K. (1982). *Self- management and behavior from theory to practice*. New York: Pergamon.
- MATHEMATICS, N. C. (2000). *Principles and Standards for school mathematics*. Reston: V.A: Author.
- Montague, M. &. (1986, January). The effect of Cognitive Strategy Training on verbal solving performance of Learning Disabled adolescents . *Jurnal of Learning Dissabilities*, pp. 26-33.
- Montessori, M. (1980). *Πρακτικός οδηγός στη μέθοδό μου*. Αθήνα: Γλάρος.
- Orton, A. (1992). *Learning Mathematics*. London: Cassell.
- Piaget, J. (1981). *Ψυχολογία και Επιστημολογία*. Αθήνα: Υποδομή.

Reinecke, M. D. (2003). *Cognitive Therapy with Children and Adolescence: A Casebook For Clinical Practice*. United States of America: Guilford Press.

Ryan, E. S. (1986, November). The role of Cognitive Strategy Training in improving the academic performance of learning disabled children. *Journal of Learning Disabilities*, pp. 521-529.

Skemp, R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics*. Harmonds-worth: Penguin Books.

Smith, J. (1996, July). Efficacy and teaching mathematics by telling: A challenge for reform. *Journal for Research in Mathematics Education* , pp. 387-402.

Thornton, C. (1982, April). Doubles-up easy. *Arithmetic Teacher*, p. 20.

Trafton, P. &. (1994). *A changing curriculum for a changing age*. Reston VA.: National Council of Teachers of Mathematicw.

Vygotsky, L. (1978). *Mind and societyQ The development of higher psychological processes*. CambridgeMass.: HarvardUniversityPress.

Walle, J. A. (2001). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο: μια Εξελικτική διδασκαλία*. Αθήνα: Τυπωθήτω - Γιώργος Δαρδάνος.

Wheatley, G. (1977, November). The Right Hemisphere's Role in Problem Solving. *Arithmetic Teacher*, pp. 27-33.

Wheatley, G. (1977). The Right Hemisphere's Role in Problem Solving.

Winnickott, D. (1980). *Το παιδί το παιχνίδι και η πραγματικότητα*. Αθήνα: Καστανιώτη.

Αγαλιώτης, Ι. (2000). *Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Καραγιαννάκης, Γ. (2012). *Οι αριθμοί πέρα από τους κανόνες*. Αθήνα: Διερευνητική μάθηση.

Κορντιέ, Α. (1995). *Κουμπούρες δεν υπάρχουν: Ψυχανάλυση και σχολική αποτυχία*. Αθήνα: Ολκός.

Κωνσταντινίδου, Μ. (2003). *Μάθε μου τα μαθηματικά ευχάριστα*. Αθήνα: Ατραπός.

Παντελιάδου, Σ. (2000). *Μαθησιακές Δυσκολίες και Εκπαιδευτική Πράξη: Τι & Γιατί*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Παπακώστας, Ι. (1994). *Γνωσιακή Ψυχοθεραπεία*. Αθήνα .

ΠΟΥ - Κέντρο Συνεργασίας για την Εκπαίδευση και την Έρευνα στην Ψυχική Υγεία. (2008). *Ταξινόμηση ICD-10 Ψυχικών Διαταραχών και Διαταραχών Συμπεριφοράς*. Αθήνα: Βήτα.