

## Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης

Τόμ. 1, Αρ. 1 (2022)

3ο Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ

3<sup>ο</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ  
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

02-05 ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΥΠΟ ΤΗΝ ΑΙΓΙΔΑ ΤΟΥ ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΥ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΣΥΝΕΔΡΙΟΥ

ΜΑΙΟΣ 2022

ISSN: 2529-1157

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:  
Παπαδάτος Γιάννης  
Πολυχρονοπούλου Σταυρούλα  
Μπαστέα Αγγελική

ΑΘΗΝΑ

1

Ανάλυση και ανίχνευση μαθησιακών δυσκολιών  
στα μαθηματικά μέσω της αλληλεπίδρασης των  
μοντέλων επεξεργασίας των αριθμών και των  
νευροεπιστημών.

ΓΙΑΝΝΗΣ ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΑΚΗΣ, ΓΙΑΝΝΗΣ  
ΠΑΠΑΔΑΤΟΣ

doi: [10.12681/edusc.4540](https://doi.org/10.12681/edusc.4540)

### Βιβλιογραφική αναφορά:

ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΑΚΗΣ Γ., & ΠΑΠΑΔΑΤΟΣ Γ. (2022). Ανάλυση και ανίχνευση μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά μέσω της αλληλεπίδρασης των μοντέλων επεξεργασίας των αριθμών και των νευροεπιστημών. *Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης*, 1(1), 121–125. <https://doi.org/10.12681/edusc.4540>

# **Ανάλυση και ανίχνευση μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά μέσω της αλληλεπίδρασης των μοντέλων επεξεργασίας των αριθμών και των νευροεπιστημών.**

Γιάννης Καραγιαννάκης<sup>1</sup> και Γιάννης Παπαδάτος<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Κέντρο Μελέτης Ψυχοφυσιολογίας & Εκπαίδευσης, ΕΚΠΑ,

<sup>2</sup>Καθηγητής Ψυχοφυσιολογίας & Ψυχικής Υγιεινής, ΕΚΠΑ.

[g.karagiannakis@primedu.uoa.gr](mailto:g.karagiannakis@primedu.uoa.gr), [ipapad@primedu.uoa.gr](mailto:ipapad@primedu.uoa.gr)

## **1. Εισαγωγή**

Τα Μαθηματικά είναι ένα γνωστικό πεδίο, το οποίο αποτελείται από πολλούς και διαφορετικούς μεταξύ τους τομείς, όπως η αριθμητική, η γεωμετρία, η άλγεβρα, η στατιστική που κατέχει σημαντική θέση στην καθημερινή μας ζωή. Η κατανόηση της φύσης της αριθμητικής και των γενικότερων μαθηματικών εννοιών, αλλά και των μηχανισμών που παρεισφρύνουν στη γνωστική ανάπτυξη των εν λόγω ικανοτήτων, αποτελούν τομείς που τοποθετούνται στο επίκεντρο του επιστημονικού ενδιαφέροντος τα τελευταία έτη.

## **2. Ανάπτυξη μαθηματικών εννοιών**

Η πρόσκτηση ικανοποιητικών πρώιμων αριθμητικών ικανοτήτων διαδραματίζει αποφασιστικό ρόλο για τη μετέπειτα σχολική επάρκεια του παιδιού στο πεδίο των μαθηματικών. Οι πρώιμες αριθμητικές ικανότητες αναφέρονται κυρίως στη βασική κατανόηση της έννοιας του αριθμού, την οποία τα περισσότερα παιδιά την έχουν αποκτήσει άτυπα σε μεγάλο βαθμό, προτού ξεκινήσουν τη σχολική τους φοίτηση. Ειδικότερα, οι εν λόγω δεξιότητες περιλαμβάνουν την ικανότητα ενός παιδιού να αναγνωρίζει γρήγορα την αριθμητική αξία που συνδέεται με μικρές ποσότητες, να αξιοποιεί βασικές στρατηγικές μέτρησης και να υπολογίζει κατά προσέγγιση το μέγεθος μικρών αριθμών και αντικειμένων (Namkung & Fuchs, 2012).

Παρακάτω (Πίνακας 1) παρατίθενται οι κύριες πρωτογενείς μαθηματικές ικανότητες, οι οποίες συνιστούν ποσοτικά μετρήσιμες δεξιότητες κατά την προσχολική ηλικία και αποτελούν τη βάση για την κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης στη σχολική ηλικία.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 1**

Κύριες πρωτογενείς μαθηματικές ικανότητες.

Αριθμότητα	Η ικανότητα να καθορίζει κανείς με ακρίβεια την πληθικότητα συνόλων τα οποία περιλαμβάνουν έως 4-5 στοιχεία (χωρίς να προβεί σε μέτρηση).
Διατακτικότητα	Η κατανόηση «του μεγαλύτερου» και «του μικρότερου» μεταξύ δύο συνόλων σε δραστηριότητες σύγκρισης μεγεθών.
Μέτρηση	Ένα σύστημα για την απαρίθμηση μικρού μεγέθους συνόλων, καθώς και γνώση των βασικών αρχών της

	μέτρησης.
Απλή Αριθμητική	Η δεξιότητα να αντιλαμβάνεται κανείς την αύξηση (πρόσθεση) και τη μείωση (αφαίρεση) σε ένα σύνολο από στοιχεία.
Εκτίμηση	Η κατά προσέγγιση εκτίμηση της ποσότητας, του μεγέθους ή της διάστασης.
Γεωμετρία	Κατανόηση των σχημάτων και των χωρικών τους διαστάσεων.

Πηγή: (Geary, 2007)

### 3. Κατά προσέγγιση αριθμητικό σύστημα

Τα βρέφη γεννιούνται με την έμφυτη ικανότητα της αναλογικής αναπαράστασης της ποσότητας (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004). Η δεξιότητα αυτή αποδίδει την επεξεργασία κατά προσέγγιση και το σύστημα αυτό ονομάζεται *κατά προσέγγιση αριθμητικό σύστημα*. Με την ανάπτυξη που επιφέρει το πέρασμα των ετών, το σύστημα αυτό βελτιώνεται αναφορικά με την ακρίβειά του (Halberda & Feigenson, 2008). Πιο συγκεκριμένα, νεογέννητα βρέφη που έχουν εξοικειωθεί για μερικά λεπτά ακουστικά σε ακολουθίες ενός αριθμού (έξι συλλαβές), προσηλώνονται για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα σε ένα οπτικό ερέθισμα συμβατό αριθμητικά με το προηγούμενο ακουστικό ερέθισμα (έξι κουκκίδες) συγκριτικά με ένα μη συμβατό ερέθισμα (18 κουκκίδες). Εντούτοις, αποτυγχάνουν στη σύγκριση μεγεθών που διαφέρουν αριθμητικά σε μικρότερο βαθμό μεταξύ τους (6 έναντι 12) (Piazza, 2010).

Η ικανότητα της διάκρισης ανάμεσα σε δύο αριθμότητες βελτιώνεται από μια αναλογία 1:2 σε μια αναλογία 2:3 μέχρι το τέλος του πρώτου έτους της ζωής (Lipton & Spelke, 2003; Xu, Spelke & Goddard, 2005). Για παράδειγμα, βρέφη ηλικίας έξι μηνών μπορούν να εντοπίζουν τη διαφορά μεταξύ 16 και 8 κουκκίδων, αλλά όχι μεταξύ 16 και 12 κουκκίδων, ενώ βρέφη ηλικίας 9 μηνών είναι ικανά να διακρίνουν και τις δύο παραπάνω αναλογίες. Εκ των παραπάνω συνάγεται ότι ένα σημαντικό τμήμα της υπάρχουσας βιβλιογραφίας υποστηρίζει ότι υπάρχει ένα εξελικτικά αρχέγονο έμφυτο σύστημα για τον υπολογισμό κατά προσέγγιση: *το κατά προσέγγιση αριθμητικό σύστημα*. Η αριθμητική του ακρίβεια τελειοποιείται προοδευτικά κατά την παιδική ηλικία και αγγίζει τα επίπεδα του ενήλικα στην πρώιμη εφηβεία (Halberda & Feigenson, 2008).

### 4. Το σύστημα εντοπισμού αντικειμένων

Το *σύστημα εντοπισμού αντικειμένων* είναι ένα οπτικοχωρικό σύστημα προσοχής βασιζόμενο στα αντικείμενα, μέσω του οποίου το άτομο μπορεί να εντοπίσει με ακρίβεια μικρά σύνολα αντικειμένων (3-4). Αναπαριστά τα αντικείμενα ως ξεχωριστές οντότητες στη μνήμη εργασίας, κατασκευάζοντας μια αντιστοιχία ένα προς ένα μεταξύ των αντικειμένων του πραγματικού κόσμου και των νοητών αναπαραστάσεων του ατόμου, δημιουργώντας αντίστοιχα αρχεία αντικειμένων (Feigenson et al., 2004). Συνεπώς, το σύστημα εντοπισμού αντικειμένων δεν αντιπροσωπεύει την πληθυκότητα του κάθε αντικειμένου, αλλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί για μια ακριβή διάκριση/σύγκριση μιας μικρής σε αριθμό συστοιχίας αντικειμένων (Cantlon, Safford & Brannon, 2010).

Η ύπαρξη αυτού του συστήματος επιβεβαιώνεται κατά την εκτέλεση γνωστικών έργων που εμπλέκουν την οπτική βραχύχρονη μνήμη και κατά τη διάρκεια των οποίων απλά χαρακτηριστικά (π.χ. χρώμα, κατεύθυνση) ενός μικρού αριθμού αντικειμένων είναι δυνατόν να αποθηκευθούν στη μνήμη. Επιπλέον, το σύστημα αυτό αναδεικνύεται και σε δραστηριότητες που σχετίζονται με την απαρίθμηση: τα υποκείμενα μπορούν να καθορίσουν τον αριθμό των αντικειμένων συνόλων αποτελούμενων από 3-4 στοιχεία με καλή ακρίβεια και υψηλή ταχύτητα, ακόμη και όταν ο ρυθμός παρουσίασης των ερεθισμάτων είναι πολύ σύντομος.

Το σύστημα εντοπισμού αντικειμένων αναπτύσσεται με γρήγορο ρυθμό κατά τη διάρκεια του πρώτου έτους της ζωής. Στους έξι μήνες, το σύστημα περιορίζεται σε ένα αντικείμενο, ενώ μέχρι τους δώδεκα μήνες το σύστημα έχει αναπτυχθεί στον ίδιο βαθμό με έναν ενήλικα (3-4 αντικείμενα) (Piazza, 2010). Τα παιδιά πρώτα δημιουργούν την ακριβή αναπαράσταση των αριθμών και ύστερα χαρτογραφούν και αντιλαμβάνονται την έννοια των αριθμών σε σχέση με το σύστημα κατά προσέγγιση. Με αυτόν τον τρόπο, εγκαθιδρύουν τη σύνδεση μεταξύ της κατά προσέγγισης αναπαράστασης του αριθμητικού μεγέθους και της ακριβούς αναπαράστασης των φυσικών αριθμών (Le Corre & Carey, 2007).

## **5. Μοντέλα επεξεργασίας των αριθμών**

Στην προσπάθεια να εξηγηθεί η πολύπλοκη φύση της αριθμητικής, έχουν προταθεί διάφορα γνωστικά μοντέλα, τα οποία αναλύουν το σύστημα επεξεργασίας των αριθμών. Τα πιο ευρέως διαδεδομένα μοντέλα είναι το μοντέλο του McCloskey και των συνεργατών του, το μοντέλο της σύνθετης κωδικοποίησης των Campbell και Clark, και τέλος, το μοντέλο του τριπλού κώδικα του Dehaene που είναι και το επικρατέστερο εξ αυτών.

Το μοντέλο του McCloskey και των συνεργατών του περιέχει μια βασική διάκριση σε σχέση με τα γνωστικά συστήματα που εμπλέκονται στη χρήση των αριθμών: το σύστημα της επεξεργασίας των αριθμών και το σύστημα της εκτέλεσης αριθμητικών πράξεων. Το σύστημα της αριθμητικής επεξεργασίας περιλαμβάνει τους μηχανισμούς για την αντίληψη και την παραγωγή των αριθμών, ενώ το σύστημα υπολογισμών αποτελείται από τα δεδομένα και τις διαδικασίες που απαιτούνται ειδικά για την εκτέλεση των υπολογισμών (McCloskey, Caramazza & Basili, 1985).

Στη συνέχεια, οι Campbell και Clark υποστήριζαν ότι οι αριθμοί ενεργοποιούν πολλαπλές αναπαραστάσεις, οι οποίες εντάσσονται λειτουργικά σε ένα σύστημα σύνθετης κωδικοποίησης. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή, η κατανόηση των αριθμών, οι υπολογισμοί καθώς και η παραγωγή των αριθμών είναι «ίσης έκτασης» λειτουργίες, οι οποίες εξυπηρετούνται από την ενεργοποίηση συγκεκριμένου σχηματισμού κωδίκων πάνω σε ένα συμμετοχικό δίκτυο, αντί για διαφορετικά υποσυστήματα, τα οποία αλληλοσυνδέονται από ένα μοναδικό τύπο αφηρημένης αναπαράστασης (Campbell & Clark, 1988).

Τέλος, σύμφωνα με το μοντέλο του τριπλού κώδικα, η αναπαράσταση και επεξεργασία κάθε αριθμού μπορεί να γίνει με τρεις τρόπους:

*Α. Αναλογικός τρόπος:* Το υποκείμενο μαθαίνει ν' αναπαριστά, να αναγνωρίζει και να επεξεργάζεται τον αριθμό ως ποσότητα καθώς και να αντιστοιχεί σε κάθε αριθμό είτε μια συλλογή αντικειμένων (διακριτός τρόπος αναπαράστασης της ποσότητας) είτε ένα σημείο πάνω σε μία αριθμογραμμή (συνεχής τρόπος αναπαράστασης της ποσότητας).

*Β. Αραβικός τρόπος.* Το υποκείμενο μαθαίνει ν' αναπαριστά, να αναγνωρίζει και να επεξεργάζεται τον αριθμό ως αραβικό σύμβολο καθώς και να διαβάζει και να γράφει το αραβικό σύμβολο που αντιστοιχεί σε κάθε αριθμό.

*Γ. Λεκτικο-ακουστικός τρόπος.* Το υποκείμενο μαθαίνει ν' αναπαριστά, να αναγνωρίζει και να επεξεργάζεται τον αριθμό ως λέξη (γνωστή και ως αριθμολέξη) καθώς και να αντιστοιχεί σε κάθε αριθμό μια αριθμολέξη την οποία μπορεί είτε να τη διαβάζει και να τη γράφει είτε να την ακούει και να την προφέρει.

Το μοντέλο του τριπλού κώδικα που είναι και το πλέον αποδεκτό μοντέλο εξήγησης της αναπαράστασης των αριθμών προάγει την άποψη ότι ικανότητες, όπως οι υπολογισμοί κατά προσέγγιση και η σύγκριση αριθμών αποδίδονται στην αναλογική αναπαράσταση του μεγέθους, η απαρίθμηση, η χρήση διαδικασιών στην πρόσθεση και την αφαίρεση και η ανάκτηση αριθμητικών γεγονότων σχετίζονται στη λεκτική αναπαράσταση των αριθμών, ενώ ικανότητες όπως η αναγνωστική αποκωδικοποίηση και η γραπτή αποτύπωση ενός αριθμού αντιστοιχούν στην κατανόηση της αραβικής μορφής του αριθμού. Και οι τρεις άξονες του εν λόγω μοντέλου είναι αυτόνομοι, εσωτερικά συνδεδεμένοι μεταξύ τους και ενεργοποιούνται ανάλογα με τις ιδιαίτερες ανάγκες του εκάστοτε γνωστικού έργου (Dehaene, 1992).

## **6. Μαθησιακές δυσκολίες στα Μαθηματικά - Δυσαριθμησία**

Για τις μαθησιακές δυσκολίες στα Μαθηματικά έχουν διατυπωθεί μια πληθώρα όρων. Τα τελευταία χρόνια οι περισσότεροι ερευνητές του χώρου αναφέρονται σε αυτές με τον όρο *δυσαριθμησία* και πιο συγκεκριμένα με τον όρο *αναπτυξιακή δυσαριθμησία* για να γίνει η διάκριση αυτής της μορφής της δυσαριθμησίας από την επίκτητη δυσαριθμησία. Με την πρώτη γίνεται αναφορά σε άτομα σχολικής ηλικίας (μαθητές) που για πρώτη φορά έρχονται σε επαφή με τα μαθηματικά και αποκτούν σχετικές γνώσεις και δεξιότητες. Η δεύτερη αφορά άτομα που έχουν μάθει Μαθηματικά, αλλά αργότερα, κατά την παιδική, εφηβική ή πιο συχνά κατά την ενήλικη ζωή χάνουν αυτή την ικανότητά τους και αυτό οφείλεται σε κάποια επίκτητη διαταραχή που συνδέεται με κάποια βλάβη στον εγκέφαλο.

Ο νευρολόγος Cohn (1961) όρισε την δυσαριθμησία ως: *μια δυσλειτουργία του κεντρικού νευρικού συστήματος (κάποια εξελικτική διαταραχή) που είναι υπεύθυνη για την ανεξήγητη δυσκολία που παρουσιάζουν κάποια παιδιά στην πρόσκτηση των μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων και παρουσιάζει παρόμοια αποτελέσματα με τις επίκτητες εγκεφαλικές κακώσεις των ενηλίκων.* Το 1974 ο Τσέχος νευροψυχολόγος Kosc διατύπωσε επίσης έναν ορισμό της αναπτυξιακής δυσαριθμησίας: *«Αναπτυξιακή δυσαριθμησία είναι μια διαταραχή των μαθηματικών ικανοτήτων, που έχει τις ρίζες της σε μια γενετική ή εκ γενετής διαταραχή εκείνων των τμημάτων του εγκεφάλου που είναι τα άμεσα ανατομικο-φυσιολογικά υποστρώματα της ωρίμανσης των μαθηματικών ικανοτήτων, ανάλογα με την ηλικία, χωρίς μια ταυτόχρονη διαταραχή της γενικής νοητικής λειτουργίας»* (Kosc, 1974).

Σύμφωνα με το DSM-IV, για να τεθεί η διάγνωση της διαταραχής των μαθηματικών ικανοτήτων), είναι απαραίτητο το άτομο να πληροί τα παρακάτω διαγνωστικά κριτήρια:

A. Η μαθηματική ικανότητα, μετρούμενη με ατομικά χορηγούμενες σταθμισμένες δοκιμασίες, είναι σημαντικά κατώτερη από το αναμενόμενο, δεδομένων της χρονολογικής ηλικίας του ατόμου, της μετρηθείσας νοημοσύνης και της εκπαίδευσης που αντιστοιχεί στην ηλικία.

Β. Η διαταραχή στο κριτήριο Α παρεμποδίζει σημαντικά τη σχολική επίδοση ή τις δραστηριότητες της καθημερινής ζωής που απαιτούν μαθηματική ικανότητα.

Γ. Αν υπάρχει αισθητηριακό ελάττωμα, οι δυσκολίες στη μαθηματική ικανότητα είναι μεγαλύτερες από αυτές που συνήθως το συνοδεύουν (APA, 2000).

Το ποσοστό του σχολικού πληθυσμού που εκτιμάται ότι εμφανίζει δυσαριθμησία κυμαίνεται από 3,6% έως 6,5% (Lewis, Hitch & Walker, 1994; Gross-Tsur, Manor & Shalev, 1996; Shalev, Auerbach, Manor & Gross-Tsur, 2000; Gifford, 2005). Η πλέον συχνή συννοσηρή κατάσταση σε παιδιά σε δυσαριθμησία είναι η διαταραχή της ανάγνωσης (δυσλεξία). Συνολικά, εκτιμάται ότι ένα ποσοστό της τάξεως του 40% των ατόμων με δυσλεξία παρουσιάζουν επιπλέον μαθησιακή δυσκολία στα Μαθηματικά (Lewis et al., 1994).

## **7. Γνωστικό προφίλ παιδιών με Μαθησιακή Δυσκολία στα Μαθηματικά**

Αρχικά, είναι κρίσιμης σημασίας να αναφερθεί το γεγονός ότι τα παιδιά με Δυσαριθμησία παρουσιάζουν ελλείμματα στις πρώιμες αριθμητικές ικανότητες. Ειδικότερα, δυσκολεύονται να κατακτήσουν τη γραμμική αναπαράσταση του συστήματος των αριθμών, να χειριστούν τους αριθμούς, να μετρήσουν αριθμούς ή κουκκίδες και επιπλέον, καταδεικνύουν και μια βραδύτητα στην επεξεργασία πληροφοριών που σχετίζονται με αριθμοσύνολα (Namkung & Fuchs, 2012).

Σύμφωνα με τον Geary, τα παιδιά, τα οποία πληρούν τα κριτήρια για να τεθεί η διάγνωση της εν λόγω μαθησιακής δυσκολίας, μπορεί δυνητικά να παρουσιάζουν ελλείμματα σε έναν ή περισσότερους από τους παρακάτω τομείς:

Α. *Αίσθηση του αριθμού*. Στην πρώτη δημοτικού, τα παιδιά με αναπτυξιακή δυσαριθμησία, συχνά δε γνωρίζουν τις αριθμολέξεις και επιπλέον, δυσκολεύονται να διακρίνουν ποιος αριθμός είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος.

Β. *Μέτρηση*. Τα παιδιά με τη συγκεκριμένη μαθησιακή διαταραχή μπορούν να κατακτήσουν τη γνώση της ακολουθίας της μέτρησης (ένα, δύο, τρία, .....), ενδέχεται όμως να παρουσιάζουν κάποια δυσχέρεια στην εκμάθηση των κανόνων που συνοδεύουν τη μέτρηση.

Γ. *Αριθμητική*. Μια σημαντική υποομάδα των παιδιών αυτών είναι δυνατόν να καταδεικνύει δυσκολία στην ανάκληση βασικών αριθμητικών γεγονότων ( $5+3=$ ;). Το κύριο πρόβλημα δεν έγκειται τόσο στο γεγονός ότι τα παιδιά αυτά αδυνατούν πλήρως να ανακαλέσουν αριθμητικά γεγονότα, όσο στο ότι δεν μπορούν να θυμηθούν τόσα πολλά συγκριτικά με παιδιά χωρίς την παρούσα μαθησιακή διαταραχή. Επιπρόσθετα, αξιοποιούν συχνά ανώριμες στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων, όπως ότι χρησιμοποιούν τη μέτρηση με τα δάχτυλα για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα σε σχέση με τα παιδιά τυπικής ανάπτυξης και ότι κάνουν περισσότερα λάθη όταν μετρούν (Geary, 2006).

Πλήθος μελετών υποστηρίζουν ότι το πυρηνικό έλλειμμα στη δυσαριθμησία είναι η δυσλειτουργία της αναπαράστασης του κατά προσέγγιση αριθμητικού συστήματος (Berteletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene & Zorzi, 2010; Feigenson et al. 2004; Halberda, Mazzocco & Feigenson, 2008). Σε σχετικές ερευνητικές μελέτες, η Piazza και οι συνεργάτες της (2010), καθώς και οι Mazzocco, Feigenson, και Halberda (2011) παρατήρησαν ότι τα παιδιά με δυσαριθμησία παρουσίαζαν χαμηλή ευαισθησία στις αριθμητικές διαφορές σε μια δραστηριότητα που απαιτούσε σύγκριση κουκκίδων σε σχέση με παιδιά τυπικής ανάπτυξης, ένα στοιχείο που δείχνει περιορισμένη ακρίβεια στην αίσθηση των αριθμών. Σε αντίστοιχα ευρήματα οδηγήθηκαν και οι Mussolin, Mejias και Noël (2010), οι οποίοι κατέδειξαν ότι τα παιδιά με

δυσαριθμησία ήταν χαμηλότερα στην ταχύτητα και την ακρίβεια σε δραστηριότητες που ενέπλεκαν σύγκριση μικρών σε μέγεθος και σε απόσταση αριθμοτήτων. Τα παραπάνω στοιχεία συγκλίνουν, λοιπόν, στην διατύπωση της άποψης ότι η δυσαριθμησία αποδίδεται μάλλον σε ένα ελλειμματικό αριθμητικό σύστημα κατά προσέγγιση.

Σε άλλη μελέτη των Rousselle και Noël (2007), οι οποίοι συνέκριναν 45 παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά και 45 φυσιολογικά παιδιά ως προς κάποιες βασικές αριθμητικές δεξιότητες, καταδείχτηκε ότι τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά παρουσίαζαν έκπτωση μόνο στα γνωστικά έργα που σχετίζονταν με σύγκριση Αραβικών αριθμών και όχι τόσο στη σύγκριση μη συμβολικών αριθμητικών μεγεθών. Η υπόθεση των ερευνητών επικεντρώνεται στο ότι το πρωτογενές έλλειμμα, το οποίο εκδηλώνεται συνήθως σε έργα επεξεργασίας συμβολικών αριθμών, προκύπτει από τη δυσλειτουργία της αναπαράστασης του αριθμητικού συστήματος κατ' ακρίβεια. Κατά συνέπεια, η περιορισμένη ακρίβεια του αριθμητικού συστήματος κατά προσέγγιση είναι μάλλον η συνέπεια αυτού, παρά η αιτία (Noël & Rousselle, 2011).

Η υπόθεση αυτή επιβεβαιώνεται και από το μοντέλο της Carey, αλλά και άλλων (Carey, 2001,2004; Wiese, 2007), σύμφωνα με τους οποίους οι αναπαραστάσεις των φυσικών αριθμών χτίζονται πρωταρχικά σε ένα παράλληλο σύστημα, το οποίο επιτρέπει στα βρέφη να παρακολουθούν στοιχεία ενός μικρού συνόλου με νοητά μοντέλα, μέσω των οποίων αποκωδικοποιούν τις οπτικοχωρικές τους ιδιότητες. Αυτό το παράλληλο σύστημα παρέχει μια ακριβή αναπαράσταση μικρών αριθμοτήτων και με τη δημιουργία του νοητού μοντέλου για κάθε καινούριο στοιχείο, συγκροτείται μια φυσική αναπαράσταση της λειτουργίας «προσθέτω ένα» σε μια συστοιχία. Σύμφωνα με το παρόν αιτιολογικό μοντέλο, το κεντρικό έλλειμμα στη δυσαριθμησία δεν είναι κάποια δυσλειτουργία του κατά προσέγγιση αριθμητικού συστήματος καθαντού, αλλά περισσότερο μια δυσκολία στην πρόσβαση των σχετιζόμενων πληροφοριών με το αριθμητικό μέγεθος, οι οποίες μεταβιβάζονται μέσω συμβόλων, όπως οι αραβικοί αριθμοί ή οι αριθμολέξεις. Σε συμφωνία με τους παραπάνω ισχυρισμούς, υπάρχουν λίγες μελέτες που υποστηρίζουν ότι παιδιά με Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά παρουσιάζουν αδυναμία στην άμεση και ακριβή εκτίμηση μικρού αριθμού αντικειμένων (Desoete & Grégoire, 2006; Schleifer & Landerl, 2011; Moeller et al.,2009)

## 8. Κατηγοριοποιήσεις των Μαθησιακών Δυσκολιών στα Μαθηματικά

Η διαπίστωση ότι υπάρχει μια σημαντική ομάδα παιδιών ή ενηλίκων που παρουσιάζει ελλείμματα στις μαθηματικές ικανότητες, δημιούργησε την ανάγκη να διατυπωθεί ένας ορισμός αυτών των δυσκολιών. Δεδομένου του γεγονότος όμως, ότι όλο το φάσμα της διαταραχής των μαθηματικών ικανοτήτων είναι αδύνατον να συμπεριληφθεί σε έναν και μόνο ορισμό, προτάθηκαν διάφορες κατηγοριοποιήσεις από θεωρητικούς και ερευνητές.

Ο Kosci (1974), υποστήριξε την άποψη ότι η δυσαριθμησία μπορεί να μελετηθεί καλύτερα μέσα από μία ταξινόμησή της σε έξι μορφές:

A. *Η λεκτική δυσαριθμησία.* Η μορφή αυτή εκδηλώνεται με διαταραχές στην ικανότητα να ορίζει κανείς λεκτικά μαθηματικούς όρους και σχέσεις, όπως και να ονομάζει ποσότητες ή ένα αριθμό αντικειμένων, αριθμητικά ψηφία, τα σύμβολα των πράξεων και μαθηματικές παραστάσεις.

B. *Η πρακτογνωστική δυσαριθμησία.* Στην περίπτωση αυτή υπάρχει μία διαταραχή στο μαθηματικό χειρισμό πραγματικών ή εικονικών αντικειμένων (π.χ. δάκτυλα, μπάλες, κύβοι, ραβδιά κλπ.). Ο μαθηματικός χειρισμός περιλαμβάνει την απαρίθμηση των πραγμάτων και τη σύγκριση των εκτιμώμενων ποσοτήτων.

Γ. *Η λεξιλογική δυσαριθμησία.* Η ιδιαίτερη αυτή διαταραχή αφορά μια δυσκολία στην ανάγνωση μαθηματικών συμβόλων (ψηφίων, αριθμών, συμβόλων των πράξεων και γραπτών μαθηματικών πράξεων). Μια σοβαρή μορφή της λεξιλογικής δυσαριθμησίας είναι όταν το παιδί δεν είναι σε θέση να διαβάσει τα μεμονωμένα ψηφία και / ή τα απλά σύμβολα των πράξεων (+, -,  $\times$ , : κλπ.).

Δ. *Η γραφική δυσαριθμησία.* Είναι μία δυσκολία στο χειρισμό μαθηματικών συμβόλων στο γράψιμο, ανάλογη της λεξιλογικής δυσαριθμησίας. Σε πιο σοβαρές περιπτώσεις αυτής της μορφής, το παιδί δεν είναι σε θέση να γράψει αριθμούς που του υπαγορεύονται, να γράψει τις αριθμητικές λέξεις ή μπορεί να υπάρχει πρόβλημα και στην αντιγραφή.

E. *Η ιδεογνωστική δυσαριθμησία.* Πρόκειται για δυσκολία που σχετίζεται κυρίως με την κατανόηση μαθηματικών ιδεών και σχέσεων και με την εκτέλεση των νοερών υπολογισμών.

ΣΤ. *Η λειτουργική δυσαριθμησία.* Στην περίπτωση αυτή η ικανότητα εκτέλεσης των μαθηματικών πράξεων είναι διαταραγμένη. Μια τυπική περίπτωση είναι η εναλλαγή ή το μπέρδεμα των πράξεων, δηλαδή π.χ. η εκτέλεση πρόσθεσης αντί για πολλαπλασιασμό, αφαίρεσης αντί για διαίρεση ή η αντικατάσταση των πιο περίπλοκων πράξεων με απλούστερες.

Στη συνέχεια, ο Geary ήταν από τους πρώτους που προσπάθησαν να συσχετίσουν τη διαταραχή των μαθηματικών ικανοτήτων με νευροψυχολογικά ελλείμματα. Συγκεκριμένα, συνέδεσε δύο τύπους αναπτυξιακής δυσαριθμησίας με δυσλειτουργία του αριστερού ημισφαιρίου: ένα *μνημονικό* υπότυπο που εκδηλώνεται συνήθως με χαμηλή συχνότητα ανάκτησης αριθμητικών γεγονότων και σχετίζεται με δυσχέρεια στην ανάγνωση και ένα *διαδικαστικό* υπότυπο, ο οποίος συνδέεται με συχνή χρήση αναπτυξιακά ανώριμων διαδικασιών και μια καθυστέρηση στην κατανόηση των βασικών εννοιών της αριθμητικής. Η δυσλειτουργία του δεξιού ημισφαιρίου αφορά μόνο τον *οπτικο-χωρικό* υπότυπο, ο οποίος εκδηλώνεται με υψηλή συχνότητα λαθών, τα οποία καταδεικνύουν λανθασμένες ερμηνείες αριθμητικών πληροφοριών που αναπαρίστανται στο χώρο (Geary, 1994).



Τέλος, ο von Aster πρότεινε τρεις διαφορετικούς τύπους αναπτυξιακής δυσαριθμησίας, το *λεκτικό* υπότυπο, τον *αραβικό* υπότυπο και το *διάχυτο* υπότυπο. Τα άτομα, τα οποία κατατάσσονται στην πρώτη κατηγορία, παρουσιάζουν δυσκολία στη μέτρηση και κατά συνέπεια, αποτυγχάνουν να χρησιμοποιήσουν σωστά τις αντίστοιχες διαδικασίες για να διεξάγουν ορθά νοητούς υπολογισμούς, κυρίως σε σχέση με την αφαίρεση, και δυσκολεύονται ιδιαίτερα στην αποθήκευση αριθμητικών γεγονότων. Επιπλέον, τα άτομα, τα οποία θεωρείται ότι λειτουργούν στα πλαίσια της δεύτερης κατηγορίας, καταδεικνύουν σοβαρές δυσκολίες στην ανάγνωση των Αραβικών αριθμών μεγάλωφωνα, αλλά και στη γραπτή αποτύπωση των Αραβικών αριθμών σε μια άσκηση ορθογραφίας. Τέλος, τα άτομα που εντάσσονται στην τελευταία κατηγορία, χαρακτηρίζονται από ελλείμματα, τα οποία επηρεάζουν όλες τις πτυχές της αριθμητικής ικανότητας. Αναλυτικότερα, τα άτομα αυτά παρουσιάζουν μια αδυναμία να αναπτύξουν σωστά την αναλογική αναπαράσταση του αριθμού, καθώς επίσης και τη λεκτική και την αραβική μορφή του και τις σχετικές υπολογιστικές ικανότητες (von Aster, 2000).

## **9. Προτεινόμενο μοντέλο αντίχενυσης μαθησιακών δυσκολιών στα Μαθηματικά**

Βασιζόμενοι στο πιο απαρτιωμένο γνωστικό-συμπεριφορικό μοντέλο εξήγησης των μαθηματικών ικανοτήτων και κατ' επέκταση των σχετικών μαθησιακών δυσκολιών, που είναι το μοντέλο του τριπλού κώδικα, αλλά και σε αντίστοιχες μελέτες των νευροπιστημών, είναι δυνατόν να προταθεί ότι η χαμηλή επίδοση ενός παιδιού στα μαθηματικά είναι δυνατόν να οφείλεται σε δυσλειτουργία ενός ή περισσότερων από τους παρακάτω τομείς:

### *Α. Επίγνωση αριθμού*

Εδράζεται στην εσωβρεγματική αύλακα και σχετίζεται με την εσωτερική αναπαράσταση της ποσότητας. Η περιοχή αυτή ενεργοποιείται συστηματικά κατά την εκτέλεση όλων των αριθμητικών έργων. Πιο συγκεκριμένα, όμως, επηρεάζει κυρίως την ικανότητα του ατόμου: να κατανοεί τη βασική έννοια της αριθμότητας (Butterworth, 2005), να εκτιμά άμεσα μικρές συλλογές αντικειμένων (εως 4-5) (subitizing) (Butterworth, 2010; Piazza, 2010), να κάνει κατά προσέγγιση εκτίμηση ποσοτήτων (Piazza et al., 2010, να συγκρίνει διαφορετικά μεγέθη μεταξύ τους συμβολικής και μη-συμβολικής μορφής (Rousselle & Noël, 2007; Ansari, Dhital & Siong, 2006), να αντιστοιχεί και να αποκωδικοποιεί τους αριθμούς από τη μία αναπαράσταση στην άλλη (αναλογική-αραβική-λεκτική) (Wilson & Dehaene, 2007), να απαριθμεί και να αντιλαμβάνεται τις βασικές αρχές της μέτρησης (Geary, Bow-Thomas, & Yao, 1992), να κατέχει τη διάταξη των αριθμών σε μια αριθμογραμμή (Menon et al., 2000). Ερευνητικά δεδομένα μας κατευθύνουν επιπλέον σε μεγαλύτερη ενεργοποίηση της εσωβρεγματικής, προκεντρικής, ραχιοπλευρικής και της ανώτερης προμετωπιαίας περιοχής σε δραστηριότητες που απαιτούν κατά προσέγγιση υπολογισμό (Stanescu-Cosson, Pinel, van de Moortele, Bihan, Cohen & Dehaene, 2000). Ακόμη, σύμφωνα με την Kucian (2006), η αριστερή εσωβρεγματική αύλακα, η αριστερή κατώτερη μετωπιαία έλικα και η δεξιά μέση μετωπιαία έλικα κατέχουν κεντρικό ρόλο στην τέλεση αριθμητικών πράξεων κατά προσέγγιση. Τέλος, ο Piazza και οι συνεργάτες του (2006) κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι ο υπολογισμός μιας κατά προσέγγιση αριθμότητας συνδέεται με αυξημένη δραστηριότητα του δεξιού πλαγιωμένου μετωπο-βρεγματικού κυκλώματος. Αντίθετα, η μέτρηση ενεργοποιεί αριστερές προμετωπιαίες, βρεγματικές και αμφίπλευρες κινητικές περιοχές.

## *Β. Μνήμης*

Τα άτομα που εμφανίζουν δυσλειτουργία σε αυτό το πεδίο, χαρακτηρίζονται από κάποια δυσχέρεια στην ανάκτηση βασικών αριθμητικών γεγονότων (πρόσθεσης, πολλαπλασιασμού), (Geary, 1990), στη σωστή πρόσληψη και αποκωδικοποίηση ενός αριθμού από τη λεκτική του μορφή, στην κατανόηση της σημασιολογικής-ακουστικής διάστασης ενός αριθμού, στην απομνημόνευση και αποκωδικοποίηση της μαθηματικής ορολογίας (π.χ. αριθμητής, παρανομαστής), αλλά και των γλωσσικών μαθηματικών κανόνων (Andersson & Östergren, 2012), στη συγκράτηση των δεδομένων και των ζητούμενων των λεκτικών προβλημάτων, στη διενέργεια νοητών υπολογισμών (Andersson & Östergren, 2012), στην εκτέλεση δραστηριοτήτων που περιλαμβάνουν προφορικά παρουσιαζόμενες εντολές, καθώς επίσης και στην εκμάθηση της ώρας (Friedman & Laycock, 1989).

Νευροψυχολογικά δεδομένα υποστηρίζουν ότι παρατηρείται μεγαλύτερη ενεργοποίηση του αριστερού κοιλιακο-πλευρικού προμετωπιαίου φλοιού σε άτομα, τα οποίοι κάνουν απλούς νοερούς υπολογισμούς με ανάκτηση σε σχέση με άτομα που χρησιμοποιούν τη μέτρηση (Cho, Ryali, Geary & Menon, 2011). Σε άλλη σχετική μελέτη, κύριο εύρημα αναδείχτηκε ότι κατά την εκτέλεση αριθμητικών έργων που απαιτούν ανάκτηση μαθηματικών κανόνων εμπλέκεται ο ραχιαιοπλευρικός προμετωπιαίος φλοιός (Montejo & Courtney, 2008). Η μνήμη εργασίας, η οποία εγκεφαλικά εντοπίζεται επίσης στο ραχιαιοπλευρικό προμετωπιαίο φλοιό, κατέχει κομβικό ρόλο αναφορικά με τις επιδόσεις ενός ατόμου στην αριθμητική και τα μαθηματικά κάθε φορά που εκτελείται κάποια διαδικασία, η οποία εκτείνεται πέρα από την απλή μνημονική ανάκτηση (Ashcraft & Krause, 2007; Aleman & Van't Wout, 2008).

Σχετικά με το γλωσσικό υπόβαθρο της δυσαριθμησίας, μελέτες καταδεικνύουν ότι η επίδοση ενός ατόμου σε προβλήματα, η επίλυση των οποίων απαιτεί ανάκτηση μαθηματικών γεγονότων, επηρεάζεται από τη φωνολογική αναπαράσταση του αριθμού, ενώ για τα προβλήματα που εμπλέκουν απλά λογικομαθηματικές διαδικασίες δεν ισχύει κάτι αντίστοιχο (De Smedt, Taylor, Archibald & Ansari, 2010). Τέλος, υπάρχουν ενδείξεις ότι η αριστερή γωνιακή έλικα (αριστερός κροταφοβρεγματικός λοβός) γλωσσικά διαμεσολαβεί στην ανάκτηση των αριθμητικών γεγονότων (π.χ. πολλαπλασιασμός) (Delazer, Domahs, Lochy, Bartha, Brenneis & Trieb, 2004).

## *Γ. Συλλογιστικής*

Σε αυτόν τον τομέα εμπλέκονται δυσκολίες στην αντίληψη της μαθηματικής λογικής καθώς και στην κατανόηση και εφαρμογή μαθηματικών διαδικασιών (Geary, 1993). Τα άτομα, τα οποία παρουσιάζουν τέτοιου είδους ελλείμματα, δυσκολεύονται να αντιληφθούν τη λογική έννοια της συνεπαγωγής (αν ένας ισχυρισμός Α αληθεύει, τότε συνεπάγεται η αλήθεια ενός ισχυρισμού Β), να επιλέξουν την κατάλληλη πράξη για την επίλυση ενός προβλήματος, να αναγνωρίζουν μοτίβα, να κατανοούν αφηρημένες μαθηματικές έννοιες, να κατανοούν τα βήματα των μαθηματικών διαδικασιών (Bryant, Bryant & Hammill, 2000) και να εφαρμόζουν μαθηματικούς αλγόριθμους (Russell & Ginsburg, 1984). Όσον αφορά το εγκεφαλικό υπόβαθρο του παρόντος γνωστικοσυμπεριφορικού ελλείμματος, έχει παρατηρηθεί μεγαλύτερη ενεργοποίηση του αριστερού κατώτερου προμετωπιαίου φλοιού και αμφίπλευρων γωνιακών περιοχών κατά την εκτέλεση ενός ακριβούς υπολογισμού σε ένα αριθμητικό έργο (Stanescu-Cosson et al., 2000).

#### Δ. Οπτικοχωρικός

Σε αυτήν την κατηγορία, εντάσσονται οι δυσκολίες στην αντίληψη της αναπαράστασης των αριθμητικών πληροφοριών στο χώρο. Επιπλέον, τα άτομα που παρουσιάζουν δυσχέρεια σε αυτό τον τομέα, ενδέχεται να έχουν πτωχή επίδοση σε γνωστικά έργα που συνδέονται με την σύγκυση των αραβικών και των πραξιακών συμβόλων, την οπτικοχωρική μνήμη, τη γεωμετρία και την ερμηνεία γραφικών παραστάσεων, την αντίληψη του μεγέθους και του προσανατολισμού. Το πεδίο αυτό εντοπίζεται εγκεφαλικά στον αμφίπλευρο οπίσθιο ανώτερο βρεγματικό λοβό και σχετίζεται κατά βάσει με τις οπτικοχωρικές δεξιότητες (Geary, 1993).

Η καινοτομία του παρόντος αιτιολογικού μοντέλου έγκειται στο ότι επιχειρεί να συνδυάσει το εγκεφαλικό υπόστρωμα των μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά με διάφορα γνωστικά-συμπεριφορικά χαρακτηριστικά που μπορεί να εμφανίζει το άτομο, ανάλογα πάντα με τους τομείς, στους οποίους παρουσιάζει τα ελλείμματα και, τελικά, να παράγει τέσσερις διαφορετικούς υποτύπους δυσκολιών. Είναι αξιοσημείωτο το γεγονός ότι διαχρονικά η *δυσαριθμησία* έχει λάβει πάρα πολλούς διαγνωστικούς ορισμούς και αντίστοιχα, ποικίλες κατηγοριοποιήσεις. Θα μπορούσε κανείς να ισχυριστεί ότι επίκειται μια μετάβαση από τη μονοδιάστατη έννοια της *δυσαριθμησίας* στην πολυδιάστατη έννοια των *μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά*.

Κατά συνέπεια, το προτεινόμενο μοντέλο ανίχνευσης των μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά είναι υψίστης κλινικής χρησιμότητας, καθώς η διεπιστημονική του προσέγγιση αναμένεται να συνεισφέρει σημαντικά στην ακριβή διάγνωση των μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά, στην αναγνώριση ενός ή περισσότερων συγκεκριμένων υποτύπων που ενδέχεται να παρουσιάζουν κάποιοι μαθητές, αλλά και στην αρτιότερη οργάνωση ενός προγράμματος παρέμβασης.

#### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Aleman, A., & Van't Wout, M. (2008). Repetitive transcranial magnetic stimulation over the right dorsolateral prefrontal cortex disrupts digit span task performance. *Neuropsychobiology*, 57, 44–48.
- American Psychiatric Association. (2000). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders. DSM-IV-TR. Fourth Edition*. American Psychiatric Publishing, Inc, 4.
- Andersson, U., & Östergren, R., (2012). Number magnitude processing and basic cognitive functions in children with mathematical learning disabilities. *Learning and Individual Differences*, 22, 701–714.
- Ansari, D., Dhital, B., & Siong, S. C. (2006). Parametric effects of numerical distance on the intraparietal sulcus during passive viewing of rapid numerosity changes. *Brain research*, 1067, 181 – 188.
- Ashcraft, M. H., & Krause, J. A. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review*, 14, 243-248.

- Berteletti, I., Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Numerical Estimation in Preschoolers. *Developmental Psychology*, 46, 545–551.
- Butterworth, B. (2010). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Trends in Cognitive Sciences*, 14, 534–541.
- Butterworth, B. (2005. ) The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46, 3–18.
- Bryant, D. P., Bryant, B. R., & Hammill, D. D. (2000). Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, 33, 168–177
- Campbell, J.I.D., & Clark, J.M. (1988). An encoding complex view of cognitive number processing: comment on McCloskey, Sokol, and Goodman (1986). *Journal of Experimental Psychology: General*, 117, 204–214.
- Cantlon, J., Safford, K., & Brannon, E. (2010). Spontaneous analog number representations in 3-year-old children. *Developmental Science*, 13, 289–297.
- Carey, S. (2001). Cognitive foundations of arithmetic evolution and ontogenesis. *Mind Lang*, 16, 37–55.
- Carey, S. (2004). Bootstrapping and the origin of concepts. *Daedalus*, 133, 59–68.
- Cho, S., Ryali, S., Geary, D. C., & Menon, V. (2011). How does a child solve  $7 + 8$ ? Decoding brain activity patterns associated with counting and retrieval strategies. *Developmental Science*, 14, 989–1001.
- Cohn, R. (1961). Dyscalculia. *Archives of Neurology*, 3, 301 - 307.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.
- Delazer, M., Domahs, F., Lochy, A., Bartha, L., Brenneis, C., & Trieb, T. (2004). The acquisition of arithmetic knowledge—An fMRI study. *Cortex*, 40(1), 166–167.
- De Smedt, B., Taylor, J., Archibald, L., & Ansari, D. (2010). How is phonological processing related to individual differences in children's arithmetic skills? *Developmental Science*, 13(3), 508–520.
- Desoete, A., & Grégoire, J. (2006). Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities. *Learning and Individual Differences*, 16, 351–367.
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends Cognitive Science*, 8, 307–314.
- Friedman, W. J., & Laycock, F. (1989). Children's analog and digital clock knowledge. *Child Development*, 60, 357–371.

Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., & Yao, Y. (1992). Counting knowledge and skill in cognitive addition: A comparison of normal and mathematically disabled children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 54, 372–391.

Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114, 345–362.

Geary, D. C. (1994). *Children's Mathematical Development*. Washington DC: American Psychological Association.

Geary, D. C. (2006). Dyscalculia at an Early Age: Characteristics and Potential Influence on Socio-Emotional Development. Centre of Excellence for Early Childhood Development, *Encyclopedia on Early Childhood Development*, Learning Disabilities.

Geary, D. C. (2007). An Evolutionary Perspective on Learning Disability in Mathematics. *Developmental Neuropsychology*, 32, 471–519.

Gifford, S. (2005). Young Children's Difficulties in Learning Mathematics: review of research in relation to dyscalculia. QCA/05/1545. [www.qca.org.uk](http://www.qca.org.uk).

Gross-Tsur, V., Manor, O., & Shalev, R. S. (1996). Developmental dyscalculia: Prevalence and demographic features. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 38, 25–33.

Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the “number sense”: the approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental Psychology*, 44, 1457–1465.

Halberda, J., Mazocco, M.M.M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455, 665–668.

Kosc, L. (1974). Developmental dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities*, 7, 46–59.

Kucian, K., Loenneker, T., Dietrich, T., Dosch, M., Martin, E. , & von Aster, M. (2006). Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: a functional MRI study. *Behavioral and Brain Functions*, 2(31).

Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: an investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, 105, 395–438.

Lewis, C., Hitch, G., & Walker, P. (1994). The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9- and 10-year old boys and girls. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 35, 283–292.

Lipton, J., & Spelke, E. (2003). Origins of number sense: large-number discrimination in human infants. *Psychological Science*, 14, 396–401.

Mc Closkey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition*, 4, 171-196.

Menon, V., Rivera, S. M., White, C. D., Glover, G. H., & Reiss, A. L. (2000). Dissociating prefrontal and parietal cortex activation during arithmetic processing. *Neuroimage*, 12(4), 357-365.

Moeller, K., Neuburger, S., Kaufmann, K., Landerl, K., & Nuerk, H. C. (2009). Basic number processing deficits in developmental dyscalculia: Evidence from eye tracking. *Cognitive Development*, 24, 371-386.

Montejo, C. A., & Courtney, S. M. (2008). Differential neural activation for updating rule versus stimulus information in working memory. *Neuron*, 59(1), 173-182.

Mussolin, C., Mejias, S., & Noël, M.-P. (2010). Symbolic and non-symbolic number comparison in children with and without dyscalculia. *Cognition*, 115, 10-25.

Namkung, J. M., & Fuchs, L. S. (2012). Early Numerical Competencies of Students with Different Forms of Mathematics Difficulty. *Learning Disabilities Research & Practice*, 27, 2-11.

Rousselle, L., & Noël, M. P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, 102, 361-395.

Piazza, M. (2010). Neurocognitive start-up tools for symbolic number representations. *Trends in Cognitive Sciences*, 14, 542-551.

Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., et al. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116, 33-41.

Piazza, M., Mechelli, A., Cathy J. Price, C. J., & Butterworth, B. (2006). Exact and approximate judgements of visual and auditory numerosity: An fMRI study. *Brain research*, 1106, 177-188.

Russell, R. L., & Ginsburg, H. P. (1984). Cognitive analysis of children's mathematical difficulties. *Cognition and Instruction*, 1, 217-244.

Schleifer, P., & Landerl, K. (2011). Subitizing and counting in typical and atypical development. *Developmental Science*, 14, 280-291

Shalev, R.S., Auerbach, J., Manor, O., & Gross-Tsur, V. (2000). Developmental dyscalculia: prevalence and prognosis. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9(2), 58-64.

Stanescu-Cosson, R., Pinel, P., van de Moortele, P. F., Bihan, D., Cohen, L., & Dehaene, S. (2000). Understanding dissociations in dyscalculia. A brain imaging

study of the impact of number size on the cerebral networks for exact and approximate calculation. *Brain*, 123, 2240–2255.

von Aster, M. (2000). Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculation: varieties of developmental dyscalculia. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9, II/41-II/57.

Wiese, H. (2007). The co-evolution of number concepts and counting words. *Lingua*, 117, 758–772.

Wilson, A. J., & Dehaene, S. (2007). *Number sense and developmental dyscalculia*. In: Human Behavior, Learning and the Developing Brain. 2nd edition. Edited by: Coch D, Dawson G. Fischer K W. Guilford Press.

Xu, F., Spelke, E., & Goddard, S. (2005). Number sense in human infants. *Developmental Science*, 8, 88-101.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο τρόπος με τον οποίο επεξεργάζεται ο άνθρωπος τους αριθμούς, με βάση τις πιο πρόσφατες έρευνες, φαίνεται να συγκλίνει με το μοντέλο του τριπλού κώδικα επεξεργασίας του αριθμού, σύμφωνα με το οποίο κάθε αριθμός μπορεί να αναπαρασταθεί με αναλογικό, εικονιστικό και λεκτικο-ακουστικό τρόπο. Ωστόσο, γνωρίζουμε πως η ανάπτυξη των αριθμητικών δεξιοτήτων πραγματοποιείται μέσα από διάφορες εμπειρίες, οι οποίες βασίζονται σε εγκεφαλικές διεργασίες που εξακολουθούμε να κατανοούμε πάρα πολύ λίγα πράγματα σχετικά με αυτές. Μελέτες νευροεπιστημών, χρησιμοποιώντας τεχνικές νευροαπεικόνισης, έχουν αρχίσει να φωτίζουν τις νοητικές διεργασίες που εμπλέκονται κατά την επεξεργασία του αριθμού σε κάθε τρόπο αναπαράστασης του ξεχωριστά, αλλά και στην επανακωδικοποίηση του από τη μία μορφή αναπαράστασης στην άλλη. Στην παρούσα εργασία μελετώνται τα ελλείμματα των παραπάνω νοητικών διεργασιών που παρουσιάζουν τα άτομα με Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά. Μέσα από τη μελέτη των ερευνητικών αυτών ευρημάτων, καταλήγουμε σε ένα μοντέλο επεξεργασίας και αναπαράστασης των μαθηματικών εννοιών το οποίο αποτελείται από τις εξής κύριες συνιστώσες: επίγνωση αριθμού, μνήμης, οπτικοχωρική και συλλογιστικής. Με βάση αυτό το μοντέλο, παρουσιάζονται νέες προοπτικές που ανακύπτουν τόσο για την ανίχνευση, όσο και για το σχεδιασμό τρόπων παρέμβασης Ειδικών Μαθησιακών Δυσκολιών στα Μαθηματικά.

**Λέξεις κλειδιά: μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά, ανίχνευση**