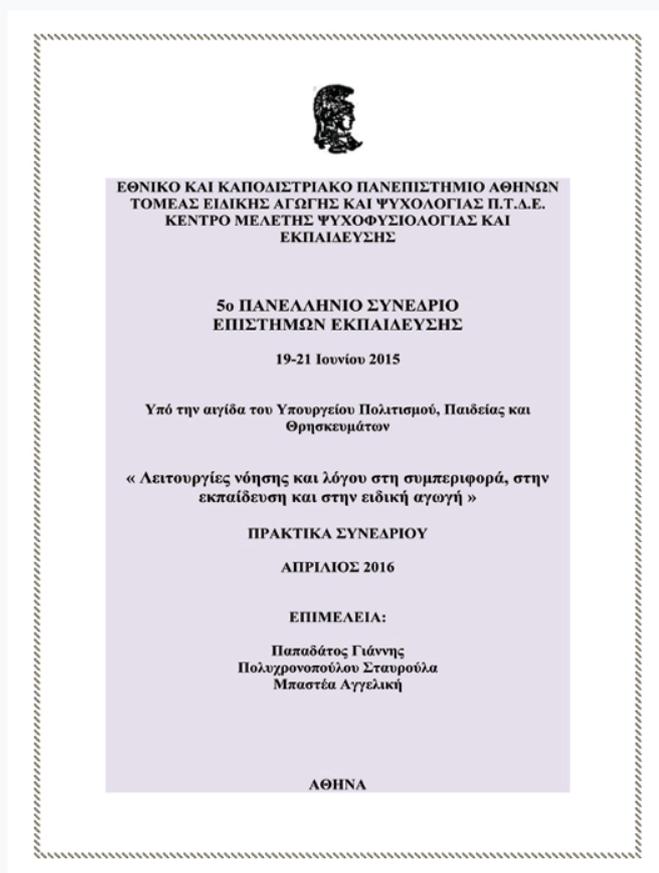


## Panhellenic Conference of Educational Sciences

Vol 2015, No 2 (2015)

5th Conference Proceedings



### Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά, αναγκαία η δημιουργία λεξιλογίου εννοιών

Γιάννης Νικολόπουλος

doi: [10.12681/edusc.402](https://doi.org/10.12681/edusc.402)

#### To cite this article:

Νικολόπουλος Γ. (2016). Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά, αναγκαία η δημιουργία λεξιλογίου εννοιών. *Panhellenic Conference of Educational Sciences*, 2015(2), 1001–1015. <https://doi.org/10.12681/edusc.402>

## **Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά, αναγκαία η δημιουργία “λεξιλογίου εννοιών”**

**Νικολόπουλος Γιάννης**  
**Μαθηματικός – Ειδικός Παιδαγωγός, Master in Special Education,**  
**Επιμορφωτής Εκπαιδευτικών στην Ελληνογερμανική Αγωγή & Μέλος Δ.Σ. της**  
**Ελληνικής Εταιρίας Δυσλεξίας. E-mail: johnikol@yahoo.gr**

### **Περίληψη**

Στην ανακοίνωσή μας εξετάζουμε την συμμετοχή/διαμεσολάβηση της γλώσσας στα Μαθηματικά Ελλείμματα. Μας απασχολεί δηλαδή, που και πόσο η Δυσλεξία είναι παράμετρος, της Μαθησιακής Διαταραχής στα Μαθηματικά.

Τα Ελλείμματα των Μαθηματικών έχουν βάση την Δυσαριθμησία αλλά και ο ρόλος της Δυσλεξίας, ειδικά μάλιστα όσο ανεβαίνουμε στην ακαδημαϊκή κλίμακα που τα προβλήματα της πρακτικής αριθμητικής αλλά και οι εκφράσεις πλεονάζουν σε σχέση με τις απλές πράξεις του δημοτικού, ο ρόλος της Δυσλεξίας δυναμώνει. Έχει φτάσει μάλιστα η επιστημονική αρθρογραφία να αναφέρει σαφέστατα: «Δυσλεξία και Δυσαριθμησία στα Μαθηματικά» (Ashcraft and Faust, 1994).

Τα λεκτικά προβλήματα, δηλαδή τα προβλήματα με εκφωνήσεις και διατυπώσεις και όχι οι καθαρά μαθηματικές πράξεις αποτελούν την καρδιά των επιστημονικών αντικειμένων. Είναι κατανοητό ότι η ικανότητα της ανάγνωσης είναι σημαντική στην αποκωδικοποίηση της εκφώνησης ενός μαθηματικού προβλήματος, έτσι ώστε να μπορέσουν τα παιδιά να κατανοήσουν τα δεδομένα και τα ζητούμενα. Κατόπιν και αφού στηριχθούν στις μαθηματικές τους γνώσεις, θα χρησιμοποιήσουν τα δεδομένα για να προχωρήσουν στη λύση, δηλαδή να οδηγηθούν στα ζητούμενα. Τότε οφείλουν να διατυπώσουν την μαθηματική απάντηση. Άρα από άποψη γλώσσας, έχουμε αρχικά ανάγνωση και αποκωδικοποίηση της εκφώνησης και στη συνέχεια διατύπωση λύσης.

Αναγκαιότητα η δημιουργία λεξιλογίου/εννοιολογίου στα Μαθηματικά, όπου θα συνδέονται και ταυτόχρονα θα διαχωρίζονται οι εκφράσεις που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες μαθηματικές έννοιες.

### **Abstract**

In this project we examine the participation/mediation of language in Mathematics deficits. Our concern is, where and how dyslexia is a parameter of Learning Disorder with Deficiencies in Mathematics

The deficits of mathematics are based on dyscalculia but also the role of Dyslexia, especially as we climb up the academic level, the problems of practical arithmetic and also the expressions are enriched compared to the simple arithmetic operations of the elementary school, and at this point the role of Dyslexia strengthens. It is therefore required that modern science makes a clear reference as follows: “Dyslexia and Dyscalculia in Mathematics” (Ashcraft and Faust, 1994).

The verbal problems, which are the problems with pronunciation and wording and not strictly the mathematical operations as such, compose the core of scientific objects. It is understandable that the reading ability is important for decodifying the pronunciation of a mathematical problem, so that the children can comprehend the data input and the required output asked. In the process and based on their mathematical knowledge, they will use the data in order to proceed to a solution, which is to produce the required output. At this point they need to formulate the

mathematical answer. Therefore as far as the language is involved, first we have the reading and decodifying of pronunciation and then the formulation of the solution.

It is a necessity to create a vocabulary, explanatory/conceptual, in Mathematics where expressions referring to specific mathematical concepts will correlate and at the same time differentiate.

**Λέξεις κλειδιά:** Μαθηματικές Δυσκολίες, Εννοιολόγιο, Δυσαριθμησία, Δυσλεξία.

### **Εισαγωγή**

Οι εξελίξεις που είχαμε τα τελευταία χρόνια στην επιστήμη, την τεχνολογία και γενικότερα τον τομέα της εκπαίδευσης, υπήρξαν καθοριστικές και θεμελιώδεις για την παιδαγωγική και τις θεωρίες μάθησης. Οι αντιλήψεις με τις οποίες, η κοινωνία αντιμετωπίζει τα παιδιά και την εκπαίδευσή τους, είναι συνήθως ενδεικτικές του πολιτιστικού, παραγωγικού και πολιτικού επιπέδου ανάπτυξής της. Πως μια κοινωνία αντιλαμβάνεται, ευαισθητοποιείται, και δημιουργεί τις ευκαιρίες στην μάθηση για τα παιδιά με ή χωρίς ειδικές ανάγκες έχει σχέση με το εποικοδόμημα, που έχει αναπτυχθεί και διαμορφωθεί από μια οικονομικοκοινωνική βάση. Πάνω σε αυτή την εξέλιξη υπήρξαν και υπάρχουν διάφορες σχολές, διάφορες προσεγγίσεις για την κατανόηση της γνωστικής ανάπτυξης και μάθησης των παιδιών. Διαχρονικά, δύο είναι οι πιο σημαντικές οικογένειες θεωριών στη σύγχρονη θεωρία της μάθησης, η συμπεριφοριστική οικογένεια των θεωριών της εξάρτησης ερεθίσματος-απάντησης (behavioristic theories) και η οικογένεια των γνωστικών θεωριών του ολομορφικού πεδίου (cognitive theories) (Bigge, 1990). Στην οικογένεια των γνωστικών θεωριών ξεχωρίζουν δύο κατευθύνσεις, η μια που θεωρεί ότι η βάση της ανάπτυξης/μάθησης των παιδιών οφείλεται στην γενετική/κληρονομικότητα, δηλαδή ότι οι γνωστικές δομές είναι εγγενής κληρονομιά του ατόμου, θεωρία που την ανέπτυξε ο Piaget και οι συνεργάτες του, ενώ η άλλη κατεύθυνση πιστεύει ότι το καθοριστικό στην γνωστική και νοητική ανάπτυξη των παιδιών είναι το περιβάλλον, δηλαδή η κοινωνικο-πολιτισμική προσέγγιση και συνέτεινε στην διαμόρφωσή της ο Vygotsky. Επειδή θεωρούμε αναγκαίο να μην υιοθετήσουμε τον εκλεκτικισμό, πιστεύουμε ότι και οι δυο ανωτέρω σχολές προσέφεραν στην εκπαίδευση, όμως σαφώς προκρίνουμε την οικογένεια των γνωστικών θεωριών.

### **Γενετική ή περιβαλλοντική επίδραση;**

Ως γενετική επίδραση εννοούμε την γονιδιακή, συγκεκριμένα πως οι ευκαρυωτικοί οργανισμοί χρησιμοποιούν την αναπαραγωγή για να δημιουργήσουν απογόνους οι οποίοι περιέχουν ένα μίγμα του γενετικού υλικού που κληρονομήθηκε και από τους δύο διαφορετικούς γονείς. Η διαδικασία της αναπαραγωγής οδηγεί στην δημιουργία των χρωμοσωμάτων, τα οποία υγιή ή με ανωμαλίες θα επηρεάσουν την υγεία και την συμπεριφορά του παιδιού. Τώρα στην περιβαλλοντική συνεισφορά υπάρχουν δύο σημαντικά κεφάλαια, το προγεννητικό δηλαδή πως το παιδί μετά την αρχική σύλληψη αναπτύσσεται στην αμνιακό σάκο της μητέρας και εδώ μετράει αφάνταστα το περιβάλλον και πιο συγκεκριμένα η διατροφή, το στρες, το κάπνισμα, ο αλκοολισμός, οι λοιμώξεις, οι τραυματισμοί κ.τ.λ. και στη συνέχεια το κοινωνικό περιβάλλον, από την στιγμή που θα έρθει στον κόσμο και θα αρχίσει η ανάπτυξη και η διαπαιδαγώγησή του.

Είναι η γενετική ή το περιβάλλον που παίζουν τον κυρίαρχο ρόλο; Πριν την μεγάλη εξέλιξη της βιολογίας και της πληροφορικής, όπου στο τέλος του περασμένου αιώνα έφεραν επαναστατικές προόδους στην γενετική και όχι μόνο, υπήρχε μια αντιδικία που δεν ήταν εύκολο να καταλήξει η επιστημονική κοινότητα στην ορθότητα της μιας

ή της άλλης επιλογής. Όμως σήμερα και χωρίς βέβαια να μας απασχολούν τοποθετήσεις στη σφαίρα της μεταφυσικής (θεοκρατία κ.τ.λ.), έχουμε την άποψη ότι το περιβάλλον σαφώς είναι σημαντικό αλλά δεν πρέπει να θεωρήσουμε καθόλου αμελητέο και να υποτιμήσουμε τον ρόλο του γενετικού παράγοντα. Οι έρευνες που έχουν γίνει και που σήμερα είναι πολλές ειδικά μάλιστα στα δίδυμα παιδιά έχουν δείξει ότι η νόση και η συμπεριφορά έχει άμεση σχέση με την κληρονομικότητα. Οι παραπάνω μελέτες έχουν ξεχωρίσει τα δίδυμα σε μονοζυγωτικά και διζυγωτικά ανάλογα με την γενετική τους προέλευση, όπως επίσης και δίδυμα των δύο αυτών κατηγοριών που δεν μεγάλωσαν σε ίδιο περιβάλλον. Εδώ να σημειώσουμε ότι η απόκλιση διδύμων, ειδικά των μονοζυγωτικών, που μεγαλώνουν σε ευνοϊκό και μη ευνοϊκό περιβάλλον είναι μικρότερη από αυτή δύο τυχαίων ατόμων στα αντίστοιχα διακριτά περιβάλλοντα. Συνοψίζουμε και εδώ ότι ανάμεσα στις σχολές/κατευθύνσεις κοινωνικο-πολιτισμική (Vygotsky) και γενετική/κληρονομικότητα (Piaget), χωρίς να παραγνωρίζουμε την γονιδιακή/κληρονομική βαρύτητα παρόλα αυτά προκρίνεται ως σημαντικότερη η κοινωνικο-πολιτισμική προσέγγιση.

Η εμπειρογνωμοσύνη και η βιβλιογραφική ανασκόπηση δείχνει περίτρανα ότι παιδιά με Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες που έχουν φροντισθεί από το περιβάλλον (γονείς και σχολείο) βρίσκονται μαθησιακά αρκετά βήματα μπροστά από παιδιά που υπολείπονται σε Μαθησιακές Δυσκολίες αλλά τους λείπει η φροντίδα. Αναγκαιότητα, η Αξιολόγηση και η Παρέμβαση, από την Α/βάθμια Εκπαίδευση.

### **Ο ρόλος της Γλώσσας στην γνωστική ανάπτυξη του παιδιού**

Η γλώσσα, είναι το εργαλείο που βοηθά τον άνθρωπο να καλύψει μια πρωταρχική του ανάγκη, την κοινωνική συναλλαγή. Είναι ένα πολύπλοκο σύστημα που έχει σαν πρωταρχικό σκοπό να κάνει δυνατή την επικοινωνία ανάμεσα στους ανθρώπους. Ο σκοπός επιτυγχάνεται γιατί η γλώσσα συμβολίζει/αντιπροσωπεύει αντικείμενα, ιδέες, συναισθήματα και γεγονότα.

Ο συμβολικός χαρακτήρας της γλώσσας επιτρέπει την πληροφόρηση για πράγματα και πρόσωπα ανεξαρτήτως χώρου και χρόνου, κάνει δυνατή την ανταλλαγή αφηρημένων σκέψεων και ιδεών και είναι υπεύθυνος για τη μετάδοση γνώσεων από τη μια γενιά στην άλλη. Κατεξοχήν σύμβολα της γλώσσας, τα μέσα επικοινωνίας που εκφράζουν νόημα είναι οι λέξεις (Βοσνιάδου, 1992).

Η γλώσσα είναι ο σαφής και πειθαρχημένος λόγος, αναγκαιότητα λόγω της κοινωνικής συμβίωσης των ανθρώπων, με σκοπό την έκφραση και ανταλλαγή συναισθημάτων και σκέψεων. Η γλώσσα περιλαμβάνει οπτικο-κινητικά στοιχεία και τον λόγο (προφορικό ή γραπτό), ο οποίος αποτελεί την κύρια μορφή γλωσσικής επικοινωνίας. Περίπου είναι μοιρασμένη ποσοστιαία, η λεκτική και η μη λεκτική επικοινωνία. Όμως η λεκτική επικοινωνία είναι η πιο συγκεκριμένη και διαδραματίζει σημαντικότατο ρόλο στη νοητική ανάπτυξη. Η γλώσσα, σύμφωνα με τον Vygotsky, είναι ένα εργαλείο που δίνει την δυνατότητα στον παιδικό νου να αναπτυχθεί. Κωδικοποιεί λεκτικά τις νέες ιδέες που συναντά το παιδί και του επιτρέπει να επεκτείνει τις ήδη υπάρχουσες γνώσεις του, σε νέους ορίζοντες. Βέβαια είναι δυνατόν να έχουμε περιορισμένη ανάπτυξη της νόησης, η της ευφυΐας χωρίς την ανάπτυξη της γλώσσας. Στα πειράματα του Kohler αποδεικνύεται ότι οι απαρχές της ευφυΐας, δηλαδή της νόησης με την κυριολεκτική σημασία της λέξης εμφανίζονται στα ζώα ανεξάρτητα από την εξέλιξη της γλώσσας (Vygotsky, 2008).

Η προσέγγιση του Vygotsky είναι γνωστή ως κοινωνικοπολιτισμική θεωρία γιατί φανερώνει τον δυναμισμό της επίδρασης που έχουν οι κοινωνικές σχέσεις και οι πολιτιστικές διεργασίες στην ανάπτυξη των παιδιών. Σύμφωνα με τούτη την άποψη, η κοινωνική αλληλεπίδραση προκαλεί αλλαγές στη σκέψη και στη συμπεριφορά των

παιδιών. Η ανάπτυξη των παιδιών εξαρτάται από τις αλληλεπιδράσεις τους με άλλους ανθρώπους συνομήλικους ή μη, και της διαδικασίας της μάθησης που συντελείται μέσω της αλληλεπίδρασης του παιδιού με κάποιο άτομο που διαθέτει περισσότερες γνώσεις είτε είναι ο γονέας, είτε ο δάσκαλος, είτε κάποιος φίλος του. Όλα τα παιδιά όμως δεν εξελίσσονται με γραμμική συνάρτηση, όλα τα παιδιά δεν αναπτύσσουν την ίδια γνωστική ανάπτυξη, έχουμε διαφορές και χρειαζόμαστε διαφορετικές διδακτικές προσεγγίσεις. Αρκετά παιδιά λοιπόν, παρουσιάζουν Δυσλεξία, δηλαδή δυσκολία στην ανάγνωση ή/και στη γραφή, που αν δεν βοηθηθούν να κατακτήσουν την γλώσσα θα υστερήσουν στην γνωστική και νοητική ανάπτυξη τους. Δηλαδή παιδιά με δυσκολία στην αναγνωστική κατανόηση έχουν ανεπαρκείς δεξιότητες στην ταυτόχρονη αποκωδικοποίηση των συμβόλων και στην επεξεργασία σύνθετων ή/και αφηρημένων πληροφοριών/εννοιών. Η έρευνα έχει καταδείξει ότι συνήθως παιδιά με δυσκολία στην αναγνωστική κατανόηση παρουσιάζουν και δυσχέρεια στην αναγνωστική κατανόηση αριθμητικών προβλημάτων (Λιβανίου, 2004).

Οι περισσότεροι άνθρωποι και πολλοί σύγχρονοι επιστήμονες υποστηρίζουν ότι προϋπόθεση για την σκέψη είναι η δημιουργία του γλωσσικού οργάνου και των λέξεων (Παπαδάτος, 2011). Άρα η γλωσσική ανάπτυξη είναι καθοριστική στην εξέλιξη της Μαθηματικής Σκέψης και Λογικής.

Παιδιά με δυσλεξία αντιμετωπίζουν προβλήματα στην άντληση πληροφοριών από τα δεδομένα της εκφώνησης/διατύπωσης ενός προβλήματος, των θετικών επιστημών (μαθηματικά, φυσική...) είτε αυτή είναι γραπτή είτε είναι προφορική. Επίσης αρκετά παιδιά όταν ολοκληρώνουν την λύση προβλημάτων τότε δυσκολεύονται στο να συσχετίσουν τα αποτελέσματα με την πραγματικότητα. Να πραγματοποιήσουν την επαλήθευση, για να καταλήξουν σε συμπεράσματα. Για παράδειγμα, έχουμε ένα πρόβλημα αγοράς ποδηλάτου σε εποχή εκπτώσεων, όπου αφού ολοκληρώσουν την μελέτη και τη λύση βρίσκουν την Τελική Τιμή υψηλότερη από την Αρχική Τιμή. Εδώ δεν λειτουργεί ή δεν έχουν μάθει να θέτουν σε δραστηριότητα της Εκτελεστικής Λειτουργίας και να σκεφτούν ότι δεν μπορεί αυτό να συμβαίνει. Δεν γίνεται ποτέ σε εκπτώσεις η Τελική Τιμή να είναι παραπάνω από την Αρχική.

Η κύρια δυσκολία είναι η γλώσσα των μαθηματικών: η ανάγνωση, η γραφή, η κατανόηση δύσκολων λέξεων στα μαθηματικά και η κατανόηση γραπτών προβλημάτων (Henderson, 1998). Είναι σαφές ότι η αντιμετώπιση μαθηματικών προβλημάτων απαιτεί υψηλή νοητική ανάπτυξη. Όπως είναι αποδεδειγμένο ότι η νοητική ανάπτυξη δημιουργείται από την γλωσσική ανάπτυξη. Είναι αυτό που μας υποδεικνύει ο Stern, που υπήρξε σπουδαίος παρατηρητής της ανάπτυξης της παιδικής γλώσσας: «Η γλώσσα νοητικοποιείται και η νόηση γλωσσοποιείται» (Vygotsky, 2008). «Η οπτική αυτή αναγνωρίζει ότι ο μαθητής λειτουργεί ως μέλος ευρύτερων κόσμων που συγκροτούνται κοινωνικά και πολιτισμικά, έχει αναπτύξει δεσμούς που διασταυρώνονται με ταυτότητες εθνότητας, φύλου, θρησκείας κ.α., δρα σε τάξεις, σχολεία και κοινότητες και οι πρακτικές που διέπουν όλα αυτά τα περιβάλλοντα συν-καθορίζουν τη γνώση που συγκροτεί» (Σακονίδης, 2007).

### **Ο ρόλος των Μαθηματικών στην γνωστική ανάπτυξη του παιδιού**

Τα Μαθηματικά είναι η άλλη γλώσσα, η σημαντική γλώσσα των αριθμών, που είναι αναγκαίο να μάθουν όλοι οι άνθρωποι, αν θέλουν να αντιμετωπίσουν τα προβλήματα της καθημερινότητας, της ζωής. Τα Μαθηματικά έχουν καταστεί η ενιαία παγκόσμια γλώσσα των ανθρώπων.

Να σημειώσουμε ότι γενικά υποστηρίζεται, πως ο Αριθμός αποτελεί μια βιολογικά προσδιορισμένη κατηγορία της γνώσης. Ο Stanislas Dehaene (1980) πιστεύει ότι η αριθμητική διαδικασία είναι ένα αξιοσημείωτο παράδειγμα της δύναμης της

γνωστικής νευροεπιστημονικής προσέγγισης στην οποία συνεπικουρούν η γνωστική ψυχολογία, η νευροψυχολογία και οι απεικονίσεις του εγκεφάλου (Παπαδάτος, 2011).

Είναι αναγκαίο να σημειώσουμε, ότι σαν τις υπόλοιπες γλώσσες τα Μαθηματικά έχουν το δικό τους λεξιλόγιο, την γραμματική, το συντακτικό, τα συνώνυμα, τους συνδέσμους, τις συντομογραφίες και την δημιουργία προτάσεων. Είναι μια ειδική γλώσσα (όπως για παράδειγμα η γλώσσα της μουσικής) με τις δικές της αρχές και σύμβολα. Τα Μαθηματικά βέβαια περιλαμβάνουν γνώσεις, ικανότητες, μεθόδους και θεωρήματα. Αλλά αυτή η επιστήμη έχει ανάγκη και κατασκευάζει μια σημαντική σύνδεση ανάμεσα στο τι λέγεται και στο πως λέγεται.

Τα μαθηματικά αποτελούν ένα γνωστικό αντικείμενο, που χαρακτηρίζεται από κάποιες ιδιαιτερότητες και προϋποθέσεις στην εκμάθηση. Υπάρχουν 7 αναγκαίες μαθησιακές δεξιότητες, που αποτελούν προϋποθέσεις εκμάθησης (Φουστάνα, 2011). Αυτές είναι:

1. Ικανότητα του παιδιού να ακολουθεί διαδοχικές κατευθύνσεις,
2. Έντονη αίσθηση προσανατολισμού και διαπίστωσης της θέσης κάποιου στο χώρο και στην οργάνωση του χώρου,
3. Οπτικοποίηση, που αποτελεί το κλειδί στην ποιότητα μάθησης και αφορά στην ικανότητα που διαθέτει το άτομο να φαντάζεται και να χειρίζεται επιδέξια νοητικές εικόνες,
4. Υπολογισμός, που αποτελεί την ικανότητα να διαμορφώνει το άτομο μια λογική εκπαιδευτική πρόβλεψη σχετικά με το ποσό, τον αριθμό, το μέγεθος και την ποσότητα,
5. Συμπερασματική σκέψη, που είναι η ικανότητα να εξάγει κάποιος λογικά συμπεράσματα από μια γενική αρχή σε μια συγκεκριμένη περίπτωση, και
6. Επαγωγική σκέψη που αποτελεί την εξαγωγή γενικών κρίσεων από τα ειδικά και τη φυσική κατανόηση ότι η γνώση δεν είναι το αποτέλεσμα της συνειδητής προσοχής, αλλά της επεξεργασίας.

Οι Oginni και Owolabi (2013) υποστήριξαν ότι η γλώσσα των μαθηματικών είναι η γνώση των σημάτων, των σύμβολων, των συντομογραφιών, των αξιωμάτων και των λημμάτων, όπως επίσης των μεθόδων, των τύπων και των μονάδων που είναι απαραίτητες στη διδασκαλία των μαθηματικών.

Στο σημερινό σχολείο η χρησιμότητα των Μαθηματικών καθώς και η σύνδεση της μαθηματικής γνώσης με την πραγματικότητα αγνοούνται επιμελώς. Τα πραγματικά Μαθηματικά, οι μαθηματικές έννοιες δηλαδή, υποχωρούν μπροστά στην τεχνική και η μαθηματική γνώση διολισθαίνει σε ένα σύνολο από κανόνες, τύπους και μεθοδολογίες. Ο μαθητής αγνοεί την ουσία, το νόημα, το περιεχόμενο, τη χρησιμότητα γενικά των μαθηματικών.

Η ουσιαστική προσέγγιση στη δομή των Μαθηματικών, θα πρέπει να αποτελεί τον πυρήνα της μαθηματικής εκπαίδευσης στο σύγχρονο σχολείο. Τα σχολικά προγράμματα για όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης και κυρίως της πρωτοβάθμιας θα πρέπει να αναπροσαρμοστούν και να εστιαστούν στην εννοιολογική και όχι στην υπολογιστική προσέγγιση των Μαθηματικών (Δάσιος, 2007).

### **Δυσλεξία & Δυσαριθμησία τι ποσοστό του μαθητικού πληθυσμού αφορούν;**

Η αναπτυξιακή δυσλεξία, η οποία εκδηλώνεται ως δυσκολία στην ανάγνωση ή και στην ορθογραφία, επηρεάζει περίπου το 7% των μαθητών, επηρεάζει περισσότερο τα αγόρια και αποτελεί βασικό εμπόδιο για την εκπαιδευτική επιτυχία. Η αναπτυξιακή δυσαριθμησία, επηρεάζει περίπου το 6% των μαθητών και βρίσκεται εξίσου σε αγόρια και κορίτσια. Σύμφωνα με στοιχεία που δημοσιεύθηκαν από το Κυβερνητικό Γραφείο του Ηνωμένου Βασιλείου για την Επιστήμη, η δυσαριθμησία έχει ακόμη

μεγαλύτερο αντίκτυπο στην εκπαιδευτική επιτυχία από την δυσλεξία (Coswami, 2008). Ο λόγος, η ουσία, ότι τα μαθηματικά είναι πολύ βασικά στις καθημερινές δραστηριότητες της ζωής. Εδώ πρέπει να μνημονεύσουμε την πιθανή συνοσηρότητα και περισσότερο να σταθούμε στο σημείο διασταύρωσης/συνάντησης της δυσλεξίας και της δυσαριθμσίας. Χαρακτηριστικά στα προβλήματα των μαθηματικών ή της φυσικής, όπου γενικά το γλωσσικό καλύπτει μεγάλο και βασικό μέρος στην εκφώνηση και στην διατύπωση των λύσεων. Εδώ τα ποσοστά είναι σχεδόν αθροιστικά και έτσι γίνεται αντιληπτό το ενδιαφέρον αλλά και οι δράσεις που έχουν αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια.

Πως όμως αντιμετωπίζουν το εκπαιδευτικό σύστημα και οι εκπαιδευτικοί αυτά τα ζητήματα; Δυστυχώς, οι εκπαιδευτικοί στην Ελλάδα συνήθως ακολουθούν κατά γράμμα το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών, επίσης παραμένουν προσηλωμένοι στο μοναδικό σχολικό βιβλίο και δίνουν έμφαση στην καθοδηγούμενη διδασκαλία. Δεν εστιάζουν σε θέματα εννοιολογικής κατανόησης, δεν επικεντρώνονται σε θέματα επίλυσης προβλημάτων, δεν δίνουν έμφαση στο σχεδιασμό δραστηριοτήτων που ευνοούν τη νοηματοδότηση και την ενεργή εμπλοκή των μαθητών. Παραγνωρίζουμε το γεγονός ότι ορισμένοι μαθητές ωστόσο, μπορεί να αντιμετωπίζουν δυσκολίες στον τρόπο που μαθαίνουν. «Οι δυσκολίες μάθησης αποτελούν ένα συνεχές γνωσιακών & προσαρμοστικών δυσκολιών, οι οποίες ανιχνεύονται σε εκπαιδευτικά πλαίσια, γίνονται αντιληπτές ως δυσκολίες σε ένα ή περισσότερα γνωστικά αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος - σημαντικά περισσότερες από αυτές της πλειοψηφίας των παιδιών της ίδιας ηλικίας, καταλήγουν σε περιορισμούς της λειτουργικής ικανότητας και οφείλονται σε ποικίλους συνδυασμούς, συχνά αλληλεπιδρώντων, βιολογικών και περιβαλλοντικών παραγόντων» (Ημέλλου, 2003). Πρέπει εδώ να σημειώσουμε ότι με την αντιμετώπιση αυτή του εκπαιδευτικού μας συστήματος αγνοούμε τον πραγματικό αριθμό παιδιών που χρίζουν ειδικής εκπαιδευτικής παρέμβασης, αλλά και μαζεύονται πολλά παιδιά στο περιθώριο της μαθηματικής γνώσης. Είναι βέβαιο ότι η πλειοψηφία των παιδιών δεν τα καταφέρνουν στα μαθηματικά, έχουν δηλαδή ελλείμματα, είναι όλοι αυτοί οι μαθητές με Ειδική Μαθησιακή Δυσκολία; Σαφέστατα όχι!

### **Θεωρίες μάθησης πολλές αλλά οι πρακτικές λίγες!**

Η απόκτηση γνώσεων μέσω της αντίληψης και η διατήρησή τους μέσω της μνήμης συνακολουθείται από την υψηλότερη γνωστική λειτουργία, την νόηση. Όσα αντιλαμβάνομαι δεν τα καταγράφω μόνο μηχανικά, αλλά τα κρίνω και τα διακρίνω ως προς τα στοιχεία τους, τα γνωρίσματά τους και τις σχέσεις τους (Παπαδάτος, 2011). Για να τύχουν της ανάλογης επεξεργασίας τα περιβαλλοντικά ερεθίσματα από την άμεση αισθητηριακή μνήμη, είναι αναγκαίοι συγκεκριμένοι παράγοντες. Πρωταρχικής σημασίας στοιχεία για τη μάθηση είναι: η έλξη, η εστίαση και η απαραίτητη διατήρηση της προσοχής των μαθητών σε χρήσιμες πληροφορίες, ώστε αυτές να μεταβιβασθούν στην βραχύχρονη μνήμη για περαιτέρω επεξεργασία (Κρεμμυδιώτη, & Μακανδρέου, 2008).

Ένας από τους βασικούς στόχους της/του εκπαιδευτικού είναι να βοηθήσει τους μαθητές να προσλαμβάνουν, να συγκρατούν και βέβαια να ενθυμούνται ευκολότερα τις πληροφορίες. Η οπτική αισθητηριακή μνήμη χειρίζεται ερεθίσματα - πληροφορίες που ερεθίζουν τους οπτικούς υποδοχείς. Ο χρόνος που το ερέθισμα βρίσκεται στους αισθητηριακούς υποδοχείς, εν προκειμένω στους οπτικούς (τα μάτια μας), μετά την απομάκρυνση του ερεθίσματος είναι περίπου ενός-δύο δευτερολέπτων. Η αντίστοιχη ακουστική αισθητηριακή μνήμη χειρίζεται ακουστικές πληροφορίες που ερεθίζουν τους ακουστικούς μας υποδοχείς (τα αυτιά μας) και ο μέγιστος χρόνος που μπορεί να συγκρατηθεί η πληροφορία είναι περίπου τρία – τέσσερα δευτερόλεπτα μετά την

απομάκρυνση του ερεθίσματος. Η επιστημονική προσπάθεια κατανόησης της γνωστικής λειτουργίας της νόησης, έχει στην διάρκεια των χρόνων δημιουργήσει πολλές σχολές και θεωρίες με κυρίαρχες την συμπεριφοριστική και την γνωστική.

Για να μπορέσουν τα παιδιά να κατακτήσουν τα Μαθηματικά, που όπως είναι γνωστό αποτελούν μια αλυσίδα γνώσεων και δεν επιτρέπονται επιμέρους άνοιες, είναι αναγκαίο να προσδιορίσουμε τους παράγοντες, που εμπλέκονται καθοριστικά στην μάθηση του συγκεκριμένου μαθήματος.

Πιο συγκεκριμένα απαραίτητες κρίνονται οι λεκτικές δεξιότητες (για την επεξεργασία των αριθμολέξεων, την αποκωδικοποίηση της μαθηματικής ορολογίας, την ανάγνωση και κατανόηση λεκτικών προβλημάτων ή εκφωνήσεων των ασκήσεων), η μνήμη για την απομνημόνευση βασικών αριθμητικών δεδομένων, διαδικασιών, κανόνων, τύπων, συμβόλων (Καραγιαννάκης, 2012).

Το μαθησιακό περιβάλλον και ειδικότερα μέσα στην σχολική τάξη όπου πρέπει να αξιολογήσουμε και να παρέμβουμε, η συμπεριφοριστική θεωρία δίνει πρωταρχική έμφαση στην απόκτηση των δεξιοτήτων. Η γνωστική θεωρία μέσω των πομπών (δασκάλων - καθηγητών) εστιάζει στην ανάπτυξη στρατηγικών μάθησης, άρα συγκεκριμένων βημάτων που προσανατολίζουν τα παιδιά στην εννοιολογική κατανόηση του συγκεκριμένου θέματος και στη συνέχεια στην μεταγνωστική τους ικανότητα.

Ενώ οι θεωρίες είναι πολλές, δυστυχώς οι πρακτικές είναι λίγες. Σε έρευνα της Boaler (2000) φάνηκε ότι οι επικρατούσες σχολικές πρακτικές στην τάξη κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών είναι η απομνημόνευση, η αναπαραγωγή διαδικασιών και η ατομική εργασία οι οποίες διαδραματίζουν περιορισμένο ρόλο σε συνθήκες εκτός της τάξης. Μαθητές που έμαθαν μαθηματικά σε ένα παραδοσιακό περιβάλλον δυσκολεύονταν να χρησιμοποιήσουν τα σχολικά μαθηματικά σε καταστάσεις εκτός της τάξης. Αντίθετα, μαθητές οι οποίοι έμαθαν μαθηματικά μέσα από προγράμματα βασισμένα στη αλληλεπίδραση, στην ανταλλαγή απόψεων και στα βιώματα, ήταν πιο ικανοί να χρησιμοποιήσουν τις μαθηματικές γνώσεις τους σε καταστάσεις που απαιτούνταν κριτική σκέψη, προσαρμογή στο κοινωνικό περιβάλλον και εφαρμογή στην παραγωγική διαδικασία.

### **Μαθησιακές δυσκολίες στα Μαθηματικά**

Καταρχήν πρέπει να τονίσουμε ότι οι Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά έχουν αρκετές συνιστώσες, δεν είναι αμφομονοσήμαντη αντιστοιχία Μαθηματικά Ελλείμματα  $\Rightarrow$  Δυσαριθμησία και το αντίστροφο. Σαφώς είναι κυρίαρχη η Δυσαριθμησία, αλλά επίσης συμμετέχουν η Δυσλεξία, η Ελλειμματική Προσοχή, η Μειωμένη Μνημονική Ικανότητα κ.τ.λ., ειδικά όσο ανεβαίνουμε στην ακαδημαϊκή κλίμακα όπου και οι εκφράσεις/διατυπώσεις στα προβλήματα πλεονάζουν σε σχέση με τις απλές πράξεις του δημοτικού σχολείου, ο ρόλος της Δυσλεξίας δυναμώνει.

Αντιμετωπίζουμε τα ερωτήματα: Οι αιτίες των Μαθησιακών Δυσκολιών μπορεί να εξαφανίζονται όταν περνούν τα χρόνια; Η έγκαιρες και σωστές παρεμβάσεις στην Α/βάθμια Εκπαίδευση έχουν οριστικά θεραπεύσει τις αδυναμίες των παιδιών της εφηβείας; Σαφέστατα όχι, η Δυσαριθμησία και η Δυσλεξία συντροφεύουν τα παιδιά σε όλη τους τη ζωή.

Επίσης, όσο ανεβαίνουμε τις τάξεις και την βαθμίδα, έχουμε μια αυστηρότητα στην διατύπωση των εκφωνήσεων και των λύσεων, μην ξεχνάμε ότι, οι μαθηματικοί στο γυμνάσιο, έχουν μια αξιοσημείωτη διαφορά από τους δασκάλους στο δημοτικό, οι συγκεκριμένοι συνήθως έχουν ένα υψηλότερο επίπεδο αναλογικά σε μαθηματική γνώση και έχουν μεγαλύτερες απαιτήσεις από τους μαθητές τους (Montague, & Jitendra, 2006).

Μια από τις πρόσθετες δυσκολίες που εμφανίζεται σε αυτή τη φάση, είναι η εισαγωγή νέων αριθμητικών συνόλων. Έτσι, ενώ τα παιδιά έχουν κατανοήσει, την έννοια των φυσικών αριθμών (N), δηλαδή των αριθμών που μετρούν συγκεκριμένα 9 δένδρα, 12 πρόβατα, ... και έχουν αποκτήσει αριθμητικές δεξιότητες, έρχονται να αντιμετωπίσουν νέα, άγνωστα αριθμητικά σύνολα: πρώτα των ακεραίων (Z). Πως για παράδειγμα τα παιδιά θα αντιληφθούν την έννοια του ακέραιου αριθμού αν δεν τους αποκωδικοποιήσουμε ότι σημαίνει κάτι ολόκληρο, μη τεμαχισμένο, όχι κλάσμα, όχι δεκαδικός κ.τ.λ.; Παράλληλα βέβαια μπορεί να είναι και αρνητικός. Πως θα συλλάβει, τον αρνητικό αριθμό αν δεν αντιληφθεί το κέρδος σαν (+) και τη ζημιά σαν (-) ή την ζέστη σαν (+) και αντίστοιχα σαν (-) το ψύχος.

Τα παιδιά που παρουσιάζουν δυσλεξία βοηθούνται πολύ στα Μαθηματικά, αν η διδασκαλία βασικών αριθμητικών εννοιών και διαδικασιών γίνει με τη χρήση χειροπιαστού υλικού, επειδή είναι δύσκολο να κατανοήσουν την παρουσίαση τους με σύμβολα (Στασινός, 1999).

### **Η τομή της Γλώσσας και των Μαθηματικών**

Εξετάζουμε την επίδραση της γλώσσας στα μαθηματικά, για να παρέμβουμε και να αντιμετωπίσουμε τις Μαθησιακές Δυσκολίες. Η γλωσσική κατανόηση εννοιών που σχετίζονται με τα Μαθηματικά αποτελεί προϋπόθεση για την αντιμετώπιση των Μαθηματικών Προβλημάτων. Εάν δεν έχει διδαχθεί μια έννοια ή αν δεν έχει αποκωδικοποιηθεί, τότε οφείλουμε να την επεξηγήσουμε. Μια ετυμολογική και ερμηνευτική ανάλυση των μαθηματικών όρων είναι ωφέλιμη, τόσο για τη μάθηση των μαθηματικών, όσο και της γλώσσας. Μας απασχολεί που ακριβώς η Δυσλεξία αποτελεί βασική παράμετρο της Μαθησιακής Διαταραχής με Ελλείμματα στα Μαθηματικά;

Είναι αποδεδειγμένο στην πράξη, ότι η ανάγνωση είναι καθοριστική στην αποκωδικοποίηση της εκφώνησης ενός μαθηματικού προβλήματος, έτσι ώστε να μπορέσουν τα παιδιά να κατανοήσουν τα δεδομένα και τα ζητούμενα.

Αναφέρει ο Καραγιαννάκης (2011) «σχετικά με το γλωσσικό υπόβαθρο της δυσαριθμησίας, μελέτες καταδεικνύουν ότι η επίδοση ενός ατόμου σε προβλήματα, η επίλυση των οποίων απαιτεί ανάκτηση μαθηματικών γεγονότων, επηρεάζεται από τη φωνολογική αναπαράσταση του αριθμού, ενώ για τα προβλήματα που εμπλέκουν απλά λογικομαθηματικές διαδικασίες δεν ισχύει κάτι αντίστοιχο» (De Smedt, Taylor, Archibald & Ansari, 2010).

Στο Διαγωνισμό της τελευταίας τάξης του Δημοτικού που οργάνωσε η Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία με τίτλο: «Παιχνίδι και Μαθηματικά». Το θέμα: «Ποιο είναι το μεγαλύτερο γινόμενο δύο διαφορετικών πρώτων αριθμών που ο καθένας τους είναι μικρότερος από 20;». Ένα βατό θέμα που όμως χρησιμοποιούσε τις λέξεις: «πρώτων αριθμών» μια έκφραση που θέλει αποκωδικοποίηση, ενώ όλα τα υπόλοιπα ήταν πολύ απλά και κατανοητά. Αν όμως τα παιδιά δεν προσέξουν την λέξη «πρώτων» ή αν την προσέξουν μεν αλλά δεν την κατανοήσουν/αποκωδικοποιήσουν τότε δεν λύνεται το συγκεκριμένο πρόβλημα. Τι μπορεί να κατανοήσουν τα παιδιά με την παραπάνω λέξη; Ότι οι αριθμοί είναι πριν του 20, μάλιστα το επιβεβαιώνει η έκφραση: «μικρότερος του 20» έτσι πολλά παιδιά το εξέλαβαν ότι είναι ο 19 και ο 18, άρα  $19 \times 18 = 342$ . Όμως είναι λάθος. Εδώ χρειάζεται η γνώση της έννοιας «πρώτος» αριθμός, που σημαίνει ότι διαιρείται από τον εαυτό του και την μονάδα. Και ο ορισμός στο βιβλίο της Α' γυμνασίου: «Ένας αριθμός που έχει διαιρέτες μόνο τον εαυτό του και το 1 λέγεται πρώτος αριθμός, διαφορετικά λέγεται σύνθετος». Άρα γίνεται ο προσδιορισμός των «πρώτων» και ο διαχωρισμός με τους «σύνθετους». Μάλιστα για την εποπτική/βιωματική αντίληψη χρησιμοποιούμε και το «κόσκινο του

Ερατοσθένη». Όλα αυτά τα σημειώνουμε για να δείξουμε την τεράστια αξία της λέξης και πως αυτή η λέξη παίζει καθοριστικό ρόλο στα Μαθηματικά. Αν το παιδί έχει ΔΕΠ-Υ, Δυσλεξία ή Αγνοια δεν μπορεί με τίποτα να λύσει αυτό το απλό πρόβλημα. Γιατί οι αριθμοί που αναζητούμε είναι ο 17 και ο 19 και έχουν τρία χαρακτηριστικά. Είναι οι αριθμοί που διαιρούνται από τον εαυτό τους και την μονάδα, είναι μικρότεροι του 20 και δίνουν το μεγαλύτερο γινόμενο:  $17 \times 19 = 323$ .

Αναλύουμε π.χ. ένα πρόβλημα γεωμετρίας. Έχουμε ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, αν φέρουμε το ύψος ΑΚ να αποδείξουμε ότι το εν λόγω ύψος είναι συγχρόνως διάμεσος και διχοτόμος.

Δεδομένα	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Το τρίγωνο είναι ισοσκελές άρα οι πλευρές <math>AB=AG</math></li> <li>2) Οι γωνίες <math>ABG = AGB</math>, δηλαδή οι γωνίες στην βάση.</li> <li>3) <math>AD</math> είναι ύψος άρα οι γωνίες <math>ADB=ADG=90^\circ</math> δηλαδή: οι γωνίες <math>\Delta_1 = \Delta_2 = 90^\circ</math></li> </ol>
Ζητούμενα	<p>Να δείξουμε ότι η ΑΚ είναι διάμεσος δηλαδή <math>BK=ΓΚ</math>.</p> <p>Να δείξουμε ότι η ΑΚ είναι διχοτόμος της γωνίας ΒΑΓ που σημαίνει ότι οι δύο γωνίες που σχηματίζονται στην κορυφή δηλαδή: <b><math>A_1</math> και <math>A_2</math></b> είναι ίσες.</p>

Αυτή η ανάλυση του γεωμετρικού προβλήματος αποτελεί σωστή ανάγνωση και αποκωδικοποίηση της εκφώνησης. Στη συνέχεια και αφού κατασκευάσουμε το σχήμα θα προσπαθήσουμε για την λύση.

	<p><u>Λύση:</u> Αφού στηριχθούμε στις μαθηματικές γεωμετρικές μας γνώσεις, και αφού χρησιμοποιήσουμε τα δεδομένα θα προχωρήσουμε στη λύση.</p> <p>Συγκεκριμένα τα τρίγωνα ΑΒΔ &amp; ΑΓΔ είναι ίσα γιατί έχουν: 1) <math>AB = AG</math> λόγω του ισοσκελούς τριγώνου (ίσα σκέλη), 2) <math>AD=AD</math> κοινή πλευρά και 3) οι γωνίες ΑΒΔ και ΑΓΔ ως παρά την βάση γωνίες ισοσκελούς. Άρα στηριγμένοι στα κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων (αναγκαία γνώση, προαπαιτούμενη) εξάγουμε το συμπέρασμα για την ισότητα των γωνιών <b><math>A_1 = A_2</math></b> που σημαίνει ότι η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας Α.</p>
--	---

Επιπλέον εξάγουμε το συμπέρασμα για την ισότητα των ευθυγράμμων τμημάτων  $BD=GD$  και αυτό πρακτικά σημαίνει ότι η ΑΔ είναι διάμεσος γιατί χωρίζει την πλευρά ΒΓ στην μέση. Άρα έχουμε αρχικά ανάγνωση και αποκωδικοποίηση της εκφώνησης και στη συνέχεια διατύπωση λύσης, εδώ η Δυσλεξία δηλαδή η μια διαταραχή επηρεάζει καθοριστικά την άλλη διαταραχή, την Δυσαριθμησία.

Είναι σημαντικό να τονίσουμε την σημασία της Βραχύχρονης Μνήμης ή αλλιώς Μνήμης Εργασίας. Γνωρίζουμε, ότι επηρεάζεται η αναγνωστική ικανότητα σε άτομα, που παρουσιάζουν δυσλειτουργία κυρίως στη βραχύχρονη μνήμη λόγω περιορισμένης μνημονικής ικανότητας αλλά και ελλείμματος στο στάδιο της αποκωδικοποίησης πληροφοριών και της εσωτερικής τους λεκτικής επανάληψης (Στασινός, 2009). Η Δυσαναγνωσία δένεται στενά όπως έχουν αποδείξει μελέτες με την Δυσαριθμησία. Επίσης η Μνήμη Εργασίας έχει αναγνωριστεί ως μια ικανότητα, που είναι απαραίτητη για να προχωρήσουμε καλά στα μαθηματικά. Η μνήμη εργασίας επηρεάζει την ικανότητα να χειριστούμε διανοητικά αριθμούς ή σχέσεις αριθμών, επίσης μεταβλητές ή σχέσεις μεταβλητών και πάνω από όλα να διαχειριστούμε το πλήθος αλλά ειδικά την σειρά των βημάτων που απαιτούνται για

την επίλυση ενός προβλήματος. Στο Πανεπιστήμιο της Νεβάδα Λας Βέγκας μετά από έρευνα διαπίστωσαν ότι τα πολύπλοκα προβλήματα λύνονται μέσα από τη μνήμη εργασίας και την ανάκληση των στρατηγικών. Επιπλέον τα προβλήματα, με πολλαπλά βήματα, βασίζονται σε μια επεξεργασμένη ακολουθία που στηρίζεται σε καλή μνήμη εργασίας. Δημιουργήθηκε ένα βιβλίο, «How People Learn» με βάση μια εκτεταμένη έρευνα στις ΗΠΑ. Προέκυψαν τρία κύρια συμπεράσματα. Ένα από αυτά τονίζει τη σημασία της χρήσης κατανόησης για την υποστήριξη της μνήμης. Στα μαθηματικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή τη συμβουλή, μπορούμε να συσχετίσουμε μεταξύ τους γεγονότα και διαδικασίες για να βοηθήσουμε στην ανάπτυξη/κατανόηση εννοιών. Δυστυχώς έχουμε την τάση να καθοδηγούμε τους μαθητές στην μελέτη τους, με συμβουλές στο τι να κάνουν, χωρίς να εξηγούμε το γιατί το κάνουν (Chinn, 2011).

Υπάρχουν λέξεις που δεν ξέρουμε. Ίσως το σενάριο είναι άγνωστο/δυσνόητο. Πώς μπορούμε να αποφασίσουμε τι είδους πληροφορίες έχουν σημασία για το πρόβλημα; Πώς μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι το μαθηματικό ζητούμενο είναι ενσωματωμένο στο κείμενο; Πώς θα μπορούσε το πρόβλημα να προσαρμοστεί έτσι ώστε να είναι σε θέση να συνεργαστεί με το έργο;

Μια στρατηγική θα ήταν να απλοποιήσουμε το πρόβλημα. Να αφαιρέσουμε τυχόν περιττά στοιχεία, να χρησιμοποιήσουμε απλές λέξεις και να προσθέσουμε σύμβολα, εικόνες ή διαγράμματα. Αν και αυτή η προσέγγιση θα μπορούσε να παράσχει μια σχετική λύση, έτσι ώστε οι μαθητές να κατανοήσουν τι πρέπει να κάνουν, εντούτοις είναι προβληματική. Γιατί τα παιδιά θα πρέπει τελικά να είναι σε θέση να συνεργαστούν με την γλώσσα των μαθηματικών όπως την συναντούν στα σχολικά βιβλία και στα έγγραφα των εξετάσεων. Μόνο που τα σχολικά εγχειρίδια και τα έγγραφα στις εξετάσεις πρέπει να διατηρούν την μαθηματική αυστηρότητα αλλά με λέξεις κατανοητές και βιωματικές.

Αλλά και το πρόγραμμα PISA (το διεθνές πρόγραμμα αξιολόγησης μαθητών των χωρών του ΟΟΣΑ) που αξιολογεί την κατανόηση που έχουν κατακτήσει τα παιδιά στην διδασκόμενη ύλη, στα διάφορα εκπαιδευτικά προγράμματα των χωρών που συμμετέχουν, εξετάζει τα εξής: α) Εγγραμματισμός στην κατανόηση κειμένου, β) Εγγραμματισμός στα Μαθηματικά και γ) Εγγραμματισμός στις Φυσικές Επιστήμες. Στο σημείο αυτό θα τονίσουμε την όχι τυχαία έκφραση «εγγραμματισμός» σε όλα τα εξεταζόμενα μαθήματα. Σε αντίστοιχες συνθήκες, διεξάγονται και τα προγράμματα της Ενωμένης Ευρώπης για μία πιο επιδέξια, πιο πρακτική και πιο ενημερωμένη νεολαία. Στον πυρήνα των προγραμμάτων ενίσχυσης και κατάρτισης νέων βρίσκονται οι αρχές της βιωματικής μάθησης.

### **Λεξιλόγιο/εννοιολόγιο μαθηματικών εννοιών**

Η Γλώσσα και τα Μαθηματικά αποτελούν τους δύο πυλώνες της εκπαίδευσης και κατά συνέπεια της νοητικής ανάπτυξης των παιδιών. Η γλώσσα και τα μαθηματικά συναντιούνται/τέμνονται δημιουργώντας ένα σύνολο εννοιών. Η αντιστοιχία της λέξης στην μαθηματική ποσότητα ή το σύμβολο και η κατανόηση της συγκεκριμένης πραξιακής μαθηματικής έννοιας αποτελεί κεντρικό ζήτημα στην σύλληψη και την εμπέδωση του θέματος.

Ειδικά τα λεκτικά προβλήματα, δηλαδή προβλήματα με διατυπώσεις/εκφωνήσεις αποτελούν την καρδιά των επιστημονικών αντικειμένων. Άρα όταν ασχολούμαστε με την κατανόηση των μαθηματικών πρέπει να τονίσουμε ότι το παιδί στο δημοτικό είναι αναγκαίο να μάθει την λύση προβλημάτων που στηρίζονται στις πράξεις, αλλά συγχρόνως να έχουν κείμενο από την ζωή, από τα βιώματα. Είναι αυτό που συνήθως ονομάζουμε ασκήσεις πρακτικής αριθμητικής.

Η αισθητήρια αντίληψη και η λέξη είναι και οι δύο απαραίτητες για την διαδικασία του σχηματισμού των εννοιών. Ο διαχωρισμός της λέξης από την εποπτική αντίληψη μεταθέτει τον σχηματισμό των εννοιών στο καθαρά λεκτικό (αφηρημένο) επίπεδο που δεν είναι ενδεδειγμένο για το παιδί. Ως εκ τούτου δεν επιτυγχάνεται σχεδόν ποτέ μ' αυτήν την μέθοδο διαφοροποίηση ανάμεσα στη σημασία, την οποία προσάπτει το παιδί σε μια λέξη κατά τον καθαρά λεκτικό ορισμό, και στην πραγματική εμπράγματη σημασία, η οποία αντιστοιχεί στη λέξη με βάση την ζωντανή αλληλεπίδραση με την αντικειμενική πραγματικότητα που περιγράφει (Vygotsky, 2008).

Επίσης να σημειώσουμε την άποψη του Piaget ότι η λογική μπόρεσε να γίνει σημαντική στο «μέτρο που αρνήθηκε την αοριστία του λεκτικού ιδιώματος για να συγκροτήσει, ως λογιστική πλέον, έναν αλγόριθμο του οποίου η ορθότητα είναι ισοδύναμη με αυτήν της μαθηματικής έκφρασης». Ακόμη προσθέτει ότι «τίποτε δεν μπορεί να φωτίσει περισσότερο αυτήν την άποψη, όσο η εμπειριστατωμένη μελέτη της γλώσσας των μαθηματικών, που είναι μεν γλώσσα, αλλά γλώσσα καθαρά νοητική, προσπελάσιμη μόνο με τον νου και ξένη προς τις πλάνες των σχημάτων» (Παπαδάτος, 2011).



Γενικότερα οι μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες δυσκολεύονται περισσότερο να βρουν τις ομοιότητες και λιγότερο τις διαφορές. Και είναι πολύ σημαντικό στην προσφερόμενη βοήθεια του εννοιολογίου να δώσουμε κύρια την ομοιότητα με την προηγούμενη κατεκτημένη γνώση. Στο προτεινόμενο λεξιλόγιο/εννοιολόγιο επιδιώκεται να συνδέονται και ταυτόχρονα να διαχωρίζονται οι εκφράσεις που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες μαθηματικές σχέσεις, εκφράσεις, ποσότητες.

Η σύγκριση, περιλαμβάνει ένα ευρύ φάσμα της άλγεβρας και της γεωμετρίας. Μια πρώτη αρχή η ερμηνεία των συμβόλων:

= το ίσον, που σημαίνει ότι δύο ποσότητες είναι ισάξιες, επίσης βιωματικά μια ζυγαριά εξισώνει δύο ίδιες ποσότητες. Αλλά και στη γεωμετρία π.χ. τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι ίσα, όταν έχουν ίσες πλευρές μία προς μία,  $AB=DE=5\text{ cm}$ ,  $ΒΓ=ΕΖ = 6\text{ cm}$ ,  $ΓΑ=ΖΔ=4\text{ cm}$ , ίσες τις αντίστοιχες γωνίες αλλά και όλα τα στοιχεία τους ίσα.

$>$  το μεγαλύτερο, που χρησιμοποιείται στην ανίσωση για να δείξει ότι το αριστερό είναι μεγαλύτερο από δεξιό μέλος. Συνηθίζεται επίσης η έκφραση **πάνω από**, δηλαδή:  $X > 4$ .

$\geq$  το μεγαλύτερο ή ίσον, δηλαδή συνδυασμός του  $>$  και του  $=$ , που σημαίνει ότι ισχύουν (αληθεύουν) η μια από τις δύο προτάσεις. Δεν ισχύουν και οι δύο, δεν γίνεται ο Κώστας να είναι μεγαλύτερος σε ηλικία από τον Νίκο και συγχρόνως ο Κώστας να είναι της ίδιας ηλικίας με τον Νίκο!

$<$  το μικρότερο, που χρησιμοποιείται στην ανίσωση για να δείξει ότι το αριστερό είναι μικρότερο από δεξιό μέλος. Συνηθίζεται επίσης η έκφραση **λιγότερο από**, δηλαδή:  $X < 4$ .

$\leq$  το μικρότερο ή ίσον, δηλαδή συνδυασμός του  $<$  και του  $=$ , που σημαίνει ότι ισχύουν (αληθεύουν) η μια από τις δύο προτάσεις. Δεν ισχύουν και οι δύο, δεν γίνεται η Μαρία να είναι λιγότερα κιλά από την Βάσω και συγχρόνως η Μαρία και η Βάσω να είναι τα ίδια κιλά!

Όπως σημαντική έκφραση είναι: **και μεταξύ των**, δηλαδή των αριθμών που είναι μεγαλύτερα του 3 και ταυτόχρονα μικρότερα του 7. Συμβολίζεται:  $3 < X < 7$ .

$\neq$  διάφορο (διαφορετικό) δηλαδή όχι ίσον, άρα το ένα από τα δύο μέλη θα είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο.

$\equiv$  ταυτόσημο, ακριβώς ίδιο, χωρίς καμία διαφοροποίηση.

$\approx$  όμοια, μοιάζουν δεν είναι ίσα, δηλαδή το ένα είναι μεγέθυνση ή σμίκρυνση του άλλου. Τα τρίγωνα είναι όμοια. Παράδειγμα τα  $AB\Gamma$  ( $A=90^\circ$ ) και  $\Delta EZ$  ( $E=90^\circ$ ) δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα.

$\cong$  ίσο με προσέγγιση, δεν είναι ακριβές αλλά πλησιάζει πολύ, εδώ εννοείται σχεδόν ίσον, π.χ.  $3,4 \cong 3,4001$

$\Leftrightarrow$  ισοδυναμία, ίση δύναμη και από τα δύο μέρη των προτάσεων. Εδώ θα σταθούμε λίγο αναλυτικά: Έστω  $A = \text{Ο Γιάννης πατέρας της Αθανασίας}$  και πρόταση  $B = \text{Η Αθανασία κόρη του Γιάννη}$ . Είναι βέβαιο ότι ισχύουν με ίση δύναμη (αξία) και οι δύο προτάσεις. Άρα είτε γράψουμε την  $A$ , είτε την  $B$  πρόταση βγαίνει ακριβώς το ίδιο νόημα, αυτή είναι η ισοδυναμία.

$\Rightarrow$  συνεπάγεται, παράδειγμα:  $\alpha \Rightarrow \beta$ , αν  $\alpha$  (αν ισχύει το  $\alpha$ ) τότε να αποδείξουμε το  $\beta$  (ότι ισχύει το  $\beta$ ). Το  $\alpha$  είναι η υπόθεση (δεδομένο) το  $\beta$  είναι το συμπέρασμα (ζητούμενο).

$\Leftarrow$  προκύπτει από, παράδειγμα:  $\chi \Leftarrow \psi$ , αν  $\psi$  (αν ισχύει το  $\psi$ ) τότε να αποδείξουμε το  $\chi$  (ότι ισχύει το  $\chi$ ). Εδώ το  $\psi$  είναι το δεδομένο και το ζητούμενο είναι το  $\chi$ .

Οι εκφράσεις: ομόσημο, ετερόσημο, συνάρτηση κ.τ.λ.

Ομόσημο του  $\alpha$ , σημαίνει ότι έχουμε το ίδιο σήμα, αν το  $\alpha = +4$  τότε το αποτέλεσμα του τριωνύμου είναι θετικό δηλαδή (+). Οι ομόσημοι θετικοί αριθμοί π.χ.  $+7$  και  $+5$ ,

επίσης οι ομόσημοι αρνητικοί αριθμοί π.χ. -5 και -6. Ενώ ετερόσημο του α, σημαίνει ότι έχουμε διαφορετικό/έτερο σήμα. Οι ετερόσημοι αριθμοί: -6 και +13, δηλαδή έτερον σήμα.

Αδύνατη εξίσωση: Από το στερητικό α και το επίθετο "δυνατή-δυνατός" (εφικτή-ός) Στα μαθηματικά, αδύνατη εξίσωση λέγεται αυτή που δεν έχει λύση ή λύσεις.

Αναγωγή όρων: Από την πρόθεση "ανά" και το αρχαίο ρήμα "άγω" (οδηγώ). Στα μαθηματικά αναγωγή ομοίων όρων είναι η αλγεβρική πρόσθεση των όμοιων προσθετέων.

Απαλοιφή: Από το αρχαίο ρήμα "απαλείφω" (από + αλείφω). Δηλαδή εξάλειψη, την εξαφάνιση. Στα μαθηματικά, απαλοιφή παρονομαστών λέγεται η διαδικασία που οδηγεί στην εξάλειψη των παρονομαστών (αφού εξαφανίζονται οι παρονομαστές άρα εξαφανίζονται και τα κλάσματα) σε μια εξίσωση.

Συνάρτηση: Από το "συν" και το "αρτώ". Συνάρτηση είναι η σύνδεση, η συνοχή, η σχέση αλληλεξάρτησης μεταξύ δύο αντικειμένων, δύο εννοιών, ή δύο μεγεθών. Στα μαθηματικά, συνάρτηση είναι η αντιστοίχιση των στοιχείων δύο συνόλων, ούτως ώστε κάθε στοιχείο του πρώτου συνόλου να αντιστοιχίζεται σε ένα μόνο στοιχείο του δεύτερου συνόλου και όχι το αντίστροφο.

Ταυτότητα: που δηλώνει απόλυτη ομοιότητα. Στα μαθηματικά, η ταυτότητα είναι κάθε αλγεβρική ισότητα που ισχύει για κάθε τιμή των μεταβλητών της.

Γλωσσικές εκφράσεις, που συμπεριλαμβάνουν κωδικοποιημένα μηνύματα, θα μπορούσαν να λειτουργήσουν ως μέσα εκμάθησης για τα παιδιά, πραγματοποιώντας τη μετάβαση από τη φυσική γλώσσα στη συμβολική και αντιστρόφως. Εδώ να καταστήσουμε σαφές ότι μαθηματικές-γλωσσικές εκφράσεις που θα εμποδιστούν και θα χρησιμοποιούνται σαν μοτίβα θα λύσουν μεγάλα ζητήματα στα παιδιά ειδικά στην φάση της διατύπωσης λύσης.

### **Συμπέρασμα**

Η αντιμετώπιση των Ελλειμμάτων στα Μαθηματικά μας υποχρεώνει πρωταρχικά να πραγματοποιήσουμε έρευνα/αξιολόγηση και εν συνεχεία κατάλληλη παρέμβαση. Βασικό στοιχείο της αξιολόγησης ο ρόλος της Δυσλεξίας. Πιστεύουμε ότι στην παρουσίαση αυτή ανεδείχθη η σημαντικότητα της παραμέτρου της γλώσσας στην επεξεργασία και λύση των Μαθηματικών. Τι αξιολογούμε για να εντοπίσουμε τον ρόλο της γλώσσας;

- Έχουμε δυσκολία στην Μνήμη; Στην οπτική ή στην ακουστική; Δηλαδή το παιδί αδυνατεί να συγκρατήσει τα δεδομένα και τα ζητούμενα λεκτικά ή οπτικά;
- Η δυσκολία προκύπτει κατά την ανάγνωση των μαθηματικών προβλημάτων δηλαδή έχει σαν βάση την αποκωδικοποίηση των λέξεων ή υπάρχει καθαρά θέμα Δυσαριθμίας;
- Μήπως το κυρίαρχο ζήτημα είναι η ΔΕΠ-Υ; Άρα οι αδυναμίες σχετίζονται με την Ελλειμματική Προσοχή, δηλαδή δεν ολοκληρώνει την ανάγνωση της εκφώνησης και αντίστοιχα δεν τελειώνει την διατύπωση της λύσης;
- Επίσης δεν θα αποκλείσουμε την συνοσηρότητα των παραπάνω διαταραχών.

Για να παρέμβουμε πρέπει να εντοπίσουμε, αλλά και να τονίσουμε ότι η σε βάθος κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και η βιωματική διδασκαλία που εδράζεται στην χρήση της σύγχρονης τεχνολογίας, σίγουρα θα βοηθήσουν όλα τα παιδιά και ειδικά όσα αντιμετωπίζουν Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά.

Η γνώση δεν μπορεί να είναι αποκομμένη από την υλική πραγματικότητα. Πρέπει να πάμε από το βίωμα, δηλαδή από το συγκεκριμένο στο αφηρημένο και να επιστρέψουμε σε ανώτερο επίπεδο στο συγκεκριμένο. Άρα η γνώση, είναι μια αλυσίδα ή καλύτερα μια σκάλα που πατάμε γερά στο προηγούμενο σκαλί για να ανέβουμε στο επόμενο. Η διαλεκτική θεωρία της γνώσης, θέτει σε πρώτη μοίρα την πράξη και πιστεύει πως η ανθρώπινη γνώση κατά κανένα τρόπο δεν μπορεί να αποκοπεί από την πράξη. Η αισθητηριακή γνώση και η λογική γνώση διαφέρουν ποιοτικά, μα ωστόσο δεν είναι ξεκομμένες η μία από την άλλη, αλλά είναι ενωμένες στη βάση της πράξης. Εδώ θα τονίσουμε ότι, η αισθητηριακή προηγείται χρονικά και η λογική γνώση έπεται. Αυτές οι βάσεις/αρχές πρέπει να διέπουν την αντιμετώπιση της μαθησιακής διαδικασίας για όλα ανεξαιρέτως τα παιδιά. Αλλά τι είναι μάθηση;

Η μάθηση πολύ απλοποιημένα είναι μια αλλαγή στον εαυτό μας, στις σκέψεις ή στις πράξεις μας που προέρχεται από καινούργια γνώση. Δυσκολίες μάθησης είναι ό,τι εμποδίζει την πρόσληψη, επεξεργασία, αποθήκευση, αξιολόγηση και παραγωγή νέας γνώσης (Παπαδάτος, 2011).

Ειδικά τα παιδιά που έχουν ελλείμματα στα Μαθηματικά, αφού αυτές οι γνώσεις σχετίζονται με την ζωή, με το βίωμα θα γίνουν αντιληπτά όταν ξεκαθαρίσουμε τις έννοιες και ολοκληρώσουμε την σύνδεση: λέξης-μαθηματικού συμβόλου-πρακτικής εφαρμογής. Αυτή η τριπλή σχέση δίνει νόημα από τα πιο απλά μαθηματικά και φτάνει μέχρι τα ανώτερα. Η πλήρης/ολική αντίληψη ενός αριθμού προκύπτει από την

κατανόηση: α) από την αντίληψη των πέντε αντικειμένων  β) της λέξης «πέντε» και γ) του αριθμητικού συμβόλου «5». Με ποια όμως σειρά; Οι έννοιες, πρέπει πρώτα να κατακτώνται σε πραξιακό/εικονιστικό επίπεδο, να συνδέονται με τις αντίστοιχες λέξεις και κατόπιν να προχωρήσουμε σε επίπεδο συμβόλων. Όπως γίνεται κατανοητό το σύμβολο είναι πιο αφηρημένο. Συγκεκριμένο και αναλυτικό παράδειγμα, έστω η πρόταση Α: Ο Γιάννης πατέρας της Αθανασίας και Β: Η Αθανασία κόρη του Γιάννη. Άρα η πραξιακή αντίληψη του πατέρα και της κόρης. Όταν οι προτάσεις έχουν το ίδιο ακριβώς νόημα, τότε αυτό λεκτικά αποκαλείται ισοδυναμία, ιδού η λεκτική απεικόνιση. Και το αντίστοιχο μαθηματικό σύμβολο:  $\Leftrightarrow$ . Επίσης ολοκληρώνεται με την μαθηματική διατύπωση:  $A \Leftrightarrow B$ .

Αυτό που οφείλουμε να σημειώσουμε είναι ότι η πράξη, η συμμετοχή, το βίωμα απαιτεί ότι ο μαθητής πρέπει να θεωρηθεί σαν δέκτης αλλά και σαν πομπός, που ενδιαφέρεται για κάποια είδη δραστηριοτήτων. Οι θεωρίες αυτές βασίζονται πρωτίστως στην κοινωνικο-πολιτισμική θεωρία του Vygotsky, σύμφωνα με την οποία η μάθηση επιτυγχάνεται μέσω της αλληλεπίδρασης με τους άλλους. Όπως βέβαια αναπτύξαμε για να προκύψει η μάθηση χρειάζονται παράγοντες που αλληλεπιδρούν, στη συγκεκριμένη εισήγηση κρίνουμε αναγκαία την γλωσσική για να θεμελιωθεί η μαθηματική ανάπτυξη.

## Βιβλιογραφία

Ashcraft, M. H., & Faust, M. W. (1994). Mathematics anxiety and mental arithmetic performance: An exploratory investigation. *Cognition and Emotion* 8, pp. 97-125.

Bigge, M. (1990). Θεωρίες Μάθησης για Εκπαιδευτικούς. Αθήνα: Εκδόσεις Πατάκη.

- Boaler, J.** (2000). Mathematics from Another World: Traditional Communities and the Alienation of Learners. *Journal of Mathematical Behavior*, pp. 379-397.
- Βοσνιάδου, Σ.** (1992). Κείμενα Εξελικτικής Ψυχολογίας, Τόμος Α', Γλώσσα (Επιμέλεια). Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.
- Coswami, U.** (2008). The educational neuroscience of dyslexia and dyscalculia. <http://www.cam.ac.uk/research/news/the-educational-neuroscience-of-dyslexia-and-dyscalculia>.
- Chinn, S.** (2011). Dyscalculia and Mathematics Learning Difficulties. Published in *Dyslexia Review*, the journal of Dyslexia Guild in November 2011.
- Δάσιος, Γ.** (2007). Διδάσκοντας Μαθηματικά στον 21ο αιώνα. Προτάσεις για μια αποτελεσματική, σύγχρονη διδασκαλία. Εφημερίδα ΒΗΜΑ 6/7/2007.
- De Smedt, B., Taylor, J., Archibald, L., & Ansari, D.** (2010). How is phonological processing related to individual differences in children's arithmetic skills? *Developmental Science*, 13(3), 508–520
- Ημέλλου, Ο.** (2003). Ήπιες δυσκολίες μάθησης. Προσεγγίσεις στο γενικό σχολείο. Αθήνα: Εκδόσεις Ατραπός.
- Hendersen, A.** (2012). *Dyslexia, Dyscalculia and Mathematics*. Second Edition published by Routledge Milton Park. First edition: *Maths for dyslexic*. Fulton Publishers.
- Καραγιαννάκης, Γ.** (2012). Οι Αριθμοί πέρα από τους Κανόνες. Αθήνα: Διερευνητική Μάθηση.
- Κρεμμυδιώτη, Γ. & Μακανδρέου, Χ.** (2008). Επιμόρφωση Εκπαιδευτικών στη Χρήση & Αξιοποίηση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία. ΠΑΚΕ ΑΘΗΝΑΣ ΠΕ 60/70 Εθνικό Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης Εργαστήριο Φυσικών Επιστημών Τεχνολογίας και Περιβάλλοντος.
- Λιβανίου, Ε.** (2004). Μαθησιακές Δυσκολίες και Προβλήματα Συμπεριφοράς στην κανονική τάξη. Αθήνα: Εκδόσεις Κέδρος.
- Montague, M. & Jitendra, A.,** (2006). *Teaching Mathematics to Middle School Students with Learning Difficulties*. New York: Guilford Press.
- Oginni, O. & Olugbuyi, P.** (2013). An Appraisal of Sciences and Mathematics Dyslexia and Dyscalculia Syndrome among Secondary Schools Students. *American Journal of Educational Research*, 2014, Vol. 2, No. 4, 219-224.
- Παπαδάτος, Γ.** (2011) Ψυχοφυσιολογία. Λειτουργίες του Εγκεφάλου και Μαθηματικά. 217 -230. Αθήνα: Επιστημονικές Εκδόσεις Παρισιάνου.
- Σακονίδης, Χ.** (2007). Διδάσκοντας Μαθηματικά στο Γυμνάσιο: Προτάσεις για την αξιοποίηση του διδακτικού υλικού. Αθήνα: Υ.ΠΑΙ.Θ.Α - ΕΠΕΑΕΚ II: Πρόγραμμα 2005 – 2007.
- Στασινού, Δ.** (1999). Δυσλεξία και Σχολείο, Η εμπειρία ενός αιώνα. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.
- Vygotsky, L.** (2008). Σκέψη και Γλώσσα. Αθήνα: Εκδόσεις Γνώση.
- Φουστάνα, Α.** (2011). Δυσαριθμησία: Στο Παπαδάτος, Γ. & Μπαστέα, Α. (Επιμέλεια). Θέματα Μαθησιακών Δυσκολιών & Δυσλεξίας. Αθήνα: Συμυρνωτάκης.