

Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης

Τόμ. 2015, Αρ. 2 (2015)

Λειτουργίες νόησης και λόγου στη συμπεριφορά, στην εκπαίδευση και στην ειδική αγωγή: Πρακτικά 5ου Συνεδρίου



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ Π.Τ.Δ.Ε.
ΚΕΝΤΡΟ ΜΕΛΕΤΗΣ ΨΥΧΟΦΥΣΙΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

5^ο ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ 19-21 Ιουνίου 2015

Υπό την αιγίδα του Υπουργείου Πολιτισμού, Παιδείας και
Θρησκευμάτων

« Λειτουργίες νόησης και λόγου στη συμπεριφορά,
στην εκπαίδευση και στην ειδική αγωγή »

ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΣΥΝΕΔΡΙΟΥ

ΑΠΡΙΛΙΟΣ 2016

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:

Παπαδόπουλος Γεώργιος
Πολυτροποπούλου Σταυρούλα
Μπασιτζέα Αγγελική

ISSN: 2529-1157

ΑΘΗΝΑ

Διδασκαλία των Μαθηματικών υπο το πρίσμα του Κοστρουκτιβισμού

Σταυρούλα Σαπλαμίδου, Μαρία Σάλτα

doi: [10.12681/edusc.361](https://doi.org/10.12681/edusc.361)

Βιβλιογραφική αναφορά:

Σαπλαμίδου Σ., & Σάλτα Μ. (2016). Διδασκαλία των Μαθηματικών υπο το πρίσμα του Κοστρουκτιβισμού. *Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης, 2015(2)*, 1207-1215. <https://doi.org/10.12681/edusc.361>

Διδασκαλία των Μαθηματικών υπο το πρίσμα του Κονστρουκτιβισμού

Σαπλαμίδου Σταυρούλα
Εκπαιδευτικός Πρωτοβάθμιας
stavroula.saplamidou@gmail.com

Σάλτα Μαρία
Εκπαιδευτικός Πρωτοβάθμιας
salta.maria12@gmail.com

Περίληψη

Η μελέτη των διαδικασιών μέσα από τις οποίες συντελείται η απόκτηση των μαθηματικών γνώσεων αποτέλεσε και αποτελεί αντικείμενο έρευνας στην εκπαιδευτική πραγματικότητα. Κατά τα σύγχρονα, μάλιστα, πορίσματα, η μαθηματική γνώση αντιμετωπίζεται περισσότερο ως κοινωνική δραστηριότητα και λιγότερο ως προϊόν ανθρώπινων νοητικών λειτουργιών. Έχοντας ως αφετηρία αυτή τη στροφή της μαθηματικής εκπαίδευσης από το άτομο στις κοινωνικές σχέσεις, η παρούσα εισήγηση τοποθετείται στο ευρύτερο θεματικό πεδίο της Διδακτικής Μεθοδολογίας και Εφαρμοσμένης Παιδαγωγικής και θέτει ως στόχο να αναδείξει τη συμβολή της κονστρουκτιβιστικής θεωρίας μάθησης στη Διδακτική των Μαθηματικών.

Για την εκπλήρωση του στόχου αυτού, σε πρώτο επίπεδο προσδιορίζονται επιγραμματικά οι καταβολές του κονστρουκτιβισμού ως θεωρίας της γνωστικής ψυχολογίας, τα είδη στα οποία αυτός διακρίνεται καθώς και οι βασικές αρχές που κάθε είδος προτάσσει σχετικά με τη πρόσληψη και επεξεργασία της γνώσης. Έπειτα το βάρος μετατοπίζεται στη σύνδεση της κατασκευαστικής θεωρίας με τη Διδακτική των Μαθηματικών, ξεκινώντας από τους λόγους για τους οποίους η θεωρία αυτή βρέθηκε στο προσκήνιο της μαθηματικής εκπαίδευσης τα τελευταία 20 χρόνια. Στη συνέχεια εξετάζεται ο τρόπος με τον οποίο οι βασικές αρχές του κονστρουκτιβισμού επηρεάζουν το σχεδιασμό μιας διδακτικής ενότητας, σε συνδυασμό με το ρόλο που θα διαδραματίσει και τις δυσκολίες που θα αντιμετωπίσει ο δασκαλος κατά την εφαρμογή των αρχών της θεωρίας στη διδακτική πράξη. Τέλος, από το γνωστικό αντικείμενο της Μαθηματικής Επιστήμης επιλέγεται η ενότητα της επίλυσης προβλήματος για την οποία παρουσιάζονται δραστηριότητες εμπνευσμένες από τις βασικές αρχές του κονστρουκτιβισμού.

Λέξεις-Κλειδιά : Κονστρουκτιβισμός, Μαθηματική Εκπαίδευση, Επίλυση Προβλήματος.

Abstract

The comprehension of the procedures through which mathematical knowledge is acquired has always been a matter of research in the field of education. According to recent findings, mathematical knowledge is perceived more as a social intervention and less as an outcome of certain functions of the brain. This turn of mathematical education from the individuality to social interaction is taken as a starting point in this paper, which can be listed under the topics of Subject Pedagogy and Teaching Methodology. More precisely, the purpose of this paper is to highlight the contribution of constructivism as a theory of learning in Teaching Mathematics.

In undertaking this task, we divide our treatment into two major sections: in the first, we discuss the precedents of constructivism as a theory of cognitive psychology, the alternative perspectives of the theory and its principles regarding the acquisition and elaboration of knowledge. In the second, we make the connection between constructivism and Teaching Mathematics, starting with the reasons that provoked the ascendancy of constructivism in Mathematics Education. Moreover, we examine how the planning and execution of teaching is influenced by the principles of this theory in addition with the role of the teachers and the difficulties they will face in the classroom. Finally, we propose mathematical activities of problem solving, in accordance with the principles of the constructive theory of learning.

Keywords: Constructivism, Mathematics Education, Problem Solving

1. Θεωρητική θεμελίωση της θεωρίας του Κονστρουκτιβισμού

Η κονστρουκτιβιστική θεωρία εμφανίζεται τυπικά το 1975 όταν ο Von Glaserfeld παρουσίασε τις ιδέες του στην εταιρεία Jean Piaget στις ΗΠΑ, ενώ ο όρος χρησιμοποιείται πρώτη φορά το 1983 σε άρθρο του ίδιου ερευνητή. Ωστόσο ήδη από τον 18^ο αιώνα ο Giambattista Vico είχε αναφερθεί στη συνεχή διαμόρφωση των μαθηματικών, χρησιμοποιώντας την έννοια της κατασκευής. Υποστήριξε πως η γνώση είναι ανθρώπινη κατασκευή που αξιολογείται ανάλογα με το βαθμό συνοχής της με τον κόσμο της εμπειρίας. Τις απόψεις του Vico ασπάστηκε και επέκτεινε ο Immanuel Kant, ο οποίος τόνισε πως η γνώση αναπτύσσεται στο νου των ανθρώπων, με την οργάνωση των αντιλήψεων σε θεμελιώδεις γνωστικές κατηγορίες.

Οι θεωρίες του Kant επηρέασαν στη συνέχεια την επιστημολογία του Jean Piaget, ο οποίος θεωρείται και ο βασικός πρόδρομος του κονστρουκτιβισμού. Υποστηρίζει πως η γνώση κατασκευάζεται ενεργητικά από το άτομο σύμφωνα με τις νοητικές του λειτουργίες και αντιλαμβάνεται τα μαθηματικά ως δομές που εξελίσσονται σταδιακά σε ανώτερα επίπεδα. Σε όλες τις νοητικές λειτουργίες του ανθρώπου καθορίζει τρεις έμφυτες και καθολικές διαδικασίες, την αφομοίωση, τη συμμόρφωση και την εξισορρόπηση που εμπλέκουν τα γνωστικά σχήματα, δηλαδή τις προϋπάρχουσες νοητικές δομές και τους εσωτερικούς τρόπους αναπαράστασης της πραγματικότητας. Η αφομοίωση είναι η διαδικασία ενσωμάτωσης νέων πληροφοριών στα υπάρχοντα γνωστικά σχήματα. Η συμμόρφωση αντίθετα είναι η διαδικασία τροποποίησης των γνωστικών σχημάτων ώστε να μπορέσουν να ενσωματώσουν τις νέες πληροφορίες. Τέλος, η εξισορρόπηση είναι η λειτουργία που συντονίζει την αφομοίωση και την προσαρμογή επιτρέποντας την ισορροπία μεταξύ γνωστικών σχημάτων και αισθητηριακών δεδομένων (Κοτοπούλης, 2009: 44-46).

Μια άλλη βασική έννοια στη θεωρία του Piaget είναι η αναστοχαστική αφαίρεση, η διαδικασία δηλαδή με την οποία κατασκευάζονται οι μαθηματικές έννοιες. Στην λογικομαθηματική εμπειρία, ενώ το υποκείμενο επενεργεί και πάλι στα αντικείμενα, ανασύρει τις πληροφορίες του μέσω μιας διαδικασίας αναστοχαστικής αφαίρεσης, όχι από τα αντικείμενα αυτά καθ' αυτά αλλά από τις ενέργειες που μπορούν να εκτελεστούν πάνω σε αυτά. Το προϊόν της λογικομαθηματικής εμπειρίας ή αλλιώς το αποτέλεσμα της αναστοχαστικής αφαίρεσης είναι οι μαθηματικές έννοιες. Για παράδειγμα η αφηρημένη έννοια «τρία» προκύπτει από την συνειδητοποίηση ότι «μετρώντας» κάποια συγκεκριμένα σύνολα αντικειμένων, που περιέχουν ένα συγκεκριμένο αριθμό στοιχείων, το αποτέλεσμα της μέτρησης είναι πάντα ο ίδιος αριθμός, άσχετα με τις επιμέρους ιδιότητες των αντικειμένων ή τον

τρόπο διάταξής τους. Δηλαδή η αριθμητική έννοια «τρία» προκύπτει μέσω αναστοχαστικής αφαίρεσης μιας ενέργειας – δράσης.

Ο κονστρουκτιβισμός λοιπόν αποδέχεται τρεις βασικές αρχές (Κοτοπούλης, 2009:47 · Τουμάσης:154-155) :

1. Η γνώση είναι μια διαδικασία προσαρμογής στο φυσικό και κοινωνικό περιβάλλον και όχι ανακάλυψη ενός προϋπάρχοντος κόσμου ανεξάρτητα από τον γνώστη.
2. Η γνώση κατασκευάζεται ενεργητικά από το άτομο και δεν συλλαμβάνεται παθητικά από το περιβάλλον.
3. Η γνώση χρησιμεύει για την οργάνωση του κόσμου μας και όχι της «αντικειμενικής πραγματικότητας».

Κατ'επέκταση, η κονστρουκτιβιστική θεώρηση θέτει και ένα αξίωμα για τη γνώση: όπως οι φυσικοί οργανισμοί προσαρμόζονται στο περιβάλλον έτσι και η γνώση αναπτύσσεται μέσω της προσαρμογής, που μπορεί να εκτείνεται σε διάφορα επίπεδα. Στο ανώτερο επίπεδο, εκεί δηλαδή όπου κινούνται και τα μαθηματικά, κεντρική θέση κατέχουν οι έννοιες και η σύνδεσή τους με τις θεωρίες και τις εξηγήσεις για τον κόσμο.

Στη συνέχεια, η έμφαση στο υποκειμενικό ή στο κοινωνικό στοιχείο οδήγησε σε διάφορες μορφές κονστρουκτιβισμού, με κυριότερες τον ριζοσπαστικό και τον κοινωνικό-πολιτισμικό. Οι οπαδοί του πρώτου θεωρούν πως η γνώση είναι μια υποκειμενική κατασκευή που καθορίζεται από τις εμπειρίες του ατόμου και ενστερνίζονται το μοντέλο επεξεργασίας των πληροφοριών, ενώ οι οπαδοί του δεύτερου βλέπουν τη γνώση ως προϊόν κοινωνικής διαπραγμάτευσης και αλληλεπίδρασης και την εννοιολογική αλλαγή ως μέσο για την πιο επιτυχημένη ένταξη στην πολιτισμική ομάδα.

Κύριος εκφραστής του ριζοσπαστικού κονστρουκτιβισμού είναι ο Von Glasersfeld, ονομάζεται δε το ρεύμα έτσι καθώς οι απόψεις του ήταν αρκετά ρηξικέλευθες. Υποστηρίζει πως η γνώση δε βρίσκεται στην αντικειμενική πραγματικότητα, αλλά κατασκευάζεται από το άτομο. Έτσι, η γνωστική διαδικασία αποσκοπεί στην οργάνωση του εμπειρικού κόσμου του ατόμου και όχι στην ανακάλυψη μιας αντικειμενικής πραγματικότητας αφού αυτή δεν μπορεί να γίνει αντιληπτή και δεν υπάρχει ανεξάρτητα από το άτομο. Τέλος, η γνωστική διαδικασία είναι προσαρμοστική, δηλαδή οι γνώσεις πρέπει να εξυπηρετούν την προσαρμογή του ατόμου στο περιβάλλον του.

Ο κοινωνικό-πολιτισμικός κονστρουκτιβισμός από την άλλη πλευρά, στηρίχθηκε στη θεωρία του Lev Vygotsky, ο οποίος θεωρεί πως η μάθηση είναι εισαγωγή του ατόμου σε μια υπάρχουσα κουλτούρα (Elliot et al., 2008). Αυτή η κουλτούρα είναι το καθοριστικό πλαίσιο για την ανάπτυξη των διανοητικών ικανοτήτων. Μάλιστα, υποστήριζε πως αν θέλει κανείς να καταλάβει τις δεξιότητες που θα αναπτύξει ένα παιδί πρέπει να προσδιορίσει τι θεωρείται σημαντικό από τα μέλη της πολιτισμικής ομάδας στην οποία εντάσσεται. Έτσι, διακρίνει μεταξύ προσωπικού και πολιτισμικού νόηματος. Το πολιτισμικό νόημα αναφέρεται στις γενικές γνώσεις και δεξιότητες που αποκτήθηκαν στη διάρκεια της ιστορικής και πολιτισμικής πορείας της ανθρώπινης κοινωνίας. Το προσωπικό νόημα είναι η απόδοση προσωπικής αξίας σε ενέργειες με βάση τα ατομικά κριτήρια αλλά και πάλι στα πλαίσια μιας πολιτισμικής ομάδας. Το προσωπικό νόημα δεν μπορεί να διδαχθεί άμεσα, μέσω οργανωμένων μαθημάτων όπως το πολιτισμικό, αλλά έμμεσα μέσω της εμπλοκής του παιδιού σε μια πληθώρα εκπαιδευτικών σχέσεων.

Σχετικά με τη διδασκαλία προκρίνει την Εξελικτική διδασκαλία, δηλαδή την οργάνωση της αλληλεπίδρασης με το παιδί με τέτοιο τρόπο ώστε να παρέχεται το

πρότυπο για μια επιθυμητή ενέργεια στόχο, που θα ενσωματωθεί στη συνέχεια και στη συμπεριφορά του παιδιού και θα επηρεάσει ανάλογα και τις μαθησιακές του δεξιότητες (π.χ. ο αναστοχασμός βοηθά και στην κατασκευή μαθηματικών εννοιών πέρα από την κοινωνική αλληλεπίδραση).

Εισάγει μάλιστα μια καινούρια έννοια, την Ζώνη Επικείμενης Ανάπτυξης, η οποία είναι το επίπεδο στο οποίο το παιδί μπορεί σχεδόν αλλά όχι εντελώς ανεξάρτητα να διεκπεραιώσει ένα έργο. Όταν λοιπόν μέσα στη Ζώνη Επικείμενης Ανάπτυξης προσφερθεί η κατάλληλη βοήθεια οι νοητικές ικανότητες του παιδιού θα εξελιχθούν (Στεφανίδης, 2005).

Τέλος, ο Vygotsky διαχωρίζει τις καθημερινές από τις επιστημονικές έννοιες, οι οποίες έχουν διαφορετικά χαρακτηριστικά και δεν κατακτώνται με τον ίδιο τρόπο. Οι καθημερινές προκύπτουν μέσω της επαφής με διάφορες καταστάσεις κατά την κοινωνική αλληλεπίδραση, ενώ οι επιστημονικές όπως οι μαθηματικές είναι πιο αφηρημένες και απαιτούν συστηματική διδασκαλία σε ένα εκπαιδευτικό περιβάλλον.

2. Κονστρουκτιβισμός και Μαθηματικά

Η θεωρία του κονστρουκτιβισμού βρέθηκε στο προσκήνιο της Μαθηματικής Εκπαίδευσης γύρω στο 1980, όταν διαπιστώθηκε πως στις περισσότερες ευρωπαϊκές χώρες η διδασκαλία των μαθηματικών γινόταν με τρόπο που δεν ικανοποιούσε τους σκοπούς της Μαθηματικής Εκπαίδευσης. Πιο συγκεκριμένα, η έκθεση των μαθηματικών εννοιών κατά δογματικό και αφηρημένο τρόπο, χωρίς παραδείγματα, εφαρμογές ή σύνδεση των εννοιών με τη πραγματικότητα, είχε οδηγήσει σε πολύ φτωχά μαθησιακά αποτελέσματα στο μάθημα των Μαθηματικών. Παράλληλα, η μέθοδος διδασκαλίας του μαθήματος ήταν καθαρά δασκαλοκεντρική, με ελάχιστη ενθάρρυνση της διαμαθητικής επικοινωνίας και της αυτοαξιολόγησης από τον εκπαιδευτικό (Confrey & Kazak, 2006). Η ανάγκη αναμόρφωσης του τρόπου διδασκαλίας των μαθηματικών ήταν, υπό αυτές τις συνθήκες, εμφανής.

Ο κονστρουκτιβισμός ως θεωρία μάθησης δεν έχει ασχοληθεί άμεσα με το ζήτημα της διδασκαλίας, προτείνοντας συγκεκριμένες διδακτικές στρατηγικές προκειμένου η διδασκαλία των μαθηματικών να πραγματοποιηθεί με πιο αποτελεσματικό τρόπο (Τουμάσης, 1994: 157-158). Ωστόσο, η μαθηματική εκπαίδευση υιοθέτησε τα πορίσματα που απορρέουν από τη θεωρία του κονστρουκτιβισμού, μέσω αυτών προτείνεται μια νέα προσέγγιση για τη μάθηση και κατανόηση των μαθηματικών, διαμορφώνοντας νέους σκοπούς και επιδιώξεις για τη μαθηματική εκπαίδευση. Ειδικότερα, υπό το πρίσμα του κονστρουκτιβισμού, βασικός στόχος της διδασκαλίας είναι η παροχή ευκαιριών και η καλλιέργεια κινήτρων για να κατασκευάσει ο μαθητής αυτόνομα τις θεμελιώδεις μαθηματικές ιδέες.

Για την πλήρωση αυτού του σκοπού οι μαθητές θα πρέπει να καταπιάνονται με την εξερεύνηση μαθηματικών προβληματικών καταστάσεων, να ψάχνουν πρότυπα, να σχηματίζουν ιδέες και υποθέσεις, τις οποίες θα βρίσκονται σε θέση να αιτιολογούν, γενικεύουν και αξιολογούν. Παράλληλα, καλούνται να επεξεργάζονται διάφορα μαθηματικά υλικά δημιουργώντας διασυνδέσεις μεταξύ αυτών. Η κατανόηση των εννοιών επέρχεται όχι μέσω της επαναλαμβανόμενης εξάσκησης, αλλά μέσω της παραπέρα επεξεργασίας και κριτικής των ιδεών που εκφράζονται από τους ίδιους τους μαθητές. Όλες οι δραστηριότητες λαμβάνουν χώρα σε κλίμα συνεργασίας και επικοινωνίας ανάμεσα στους μαθητές και το δάσκαλο.

Υπό αυτό το πλαίσιο, τα μαθηματικά δεν κατασκευάζονται από αισθητηριακά δεδομένα, αλλά από ανθρώπινη νοητική δραστηριότητα, που απαιτεί στοχασμό, αφαιρετική σκέψη, αναπαραστάσεις με σύμβολα, εικόνες, υποθέσεις. Η θεωρία του

κονστρουκτιβισμού προσαρμοσμένη στη διδασκαλία των Μαθηματικών περιλαμβάνει εκτός των ανωτέρω, τρεις βασικές ιδέες (Τουμάσης, 1994:157-160 ·Χατζηγεωργίου, 2001: 315) :

α) Οι μαθητές επινοούν προσωπικές μεθόδους επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων χρησιμοποιούν δηλαδή «θεωρήματα εν δράσει». Με τον όρο αυτό εννοούμε τις λογικές διεργασίες και τα συμπεράσματα που βγάζουν οι μαθητές καθώς επιλύουν ένα μαθηματικό πρόβλημα. Μάλιστα, έχει παρατηρηθεί ότι τα παιδιά προτιμούν να επινοούν και να κατασκευάζουν δικούς τους τρόπους επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων, παρά να ακολουθούν τις υποδείξεις των δασκάλων. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούν οι μαθητές βασίζονται στις προηγούμενες μαθηματικές τους γνώσεις. Έτσι, η διαφορά αυτών των μεθόδων ανάγεται σε διαφορά προϋπαρχουσών μαθηματικών γνώσεων.

β) Η μάθηση των Μαθηματικών συντελείται μέσα από την επίλυση προβλημάτων. Βέβαια, αξίζει να αναφέρουμε πως οι καταστάσεις τις οποίες οι μαθητές βρίσκουν προβληματικές διαφέρουν ανάλογα με τις διαφορές των γνώσεων, των εμπειριών και των ευρύτερων σκοπών που θέτουν. Στην ουσία, κάθε παιδί προσπαθεί να λύσει εκείνα τα προβλήματα που του ροκαλούν αίσθηση, σε συνδυασμό με το επίπεδο της μαθηματικής του ωριμότητας και της νοητικής του ανάπτυξης.

γ) Ο ρόλος της κοινωνικής ομάδας για τη μάθηση είναι καθοριστικός. Η θεωρία του κονστρουκτιβισμού δίνει μεγάλη έμφαση στο ρόλο και τη συμβολή της κοινωνικής ομάδας στην κατασκευή της γνώσης. Η διαφορά των ιδεών και των απόψεων των μελών της ομάδας προκαλεί αστάθεια, με αποτέλεσμα να γίνεται αναδιοργάνωση της προηγούμενης γνώσης και κατάκτηση της νέας μέσα σε κλίμα επικοινωνίας και συνεργασίας. Παράλληλα, μέσα σε αυτή τη συνεργασιακή ατμόσφαιρα μάθησης, οι μαθητές ανταλλάσσουν απόψεις, αναπτύσσουν θετικές στάσεις απέναντι στο μάθημα των μαθηματικών και αναπτύσσουν αμοιβαία εμπιστοσύνη, η οποία με τη σειρά της εξασφαλίζει ιδανικές προϋποθέσεις για περεταίρω μάθηση.

Για να ευοδωθούν όλες αυτές οι διαδικασίες στη σχολική τάξη, ο εκπαιδευτικός οφείλει να υιοθετήσει την ανάλογη στάση, προκειμένου οι μαθητές να στηρίζονται στις δυνάμεις τους και να μην περιμένουν πως η γνώση θα προσφερθεί ετοιμοπαράδοτη από εκείνον. Σε ένα πρώτο επίπεδο, ο δάσκαλος των μαθηματικών καλείται να δημιουργήσει ο ίδιος τις προβληματικές καταστάσεις τις οποίες θα διαπραγματευθούν οι μαθητές. Καλείται να επιλέξει κατάλληλα θέματα, που αφενός στηρίζονται στη προϋπάρχουσα γνώση των μαθητών, αφετέρου είναι σύμφωνα με τις εμπειρίες και τα ενδιαφέροντά τους. Επιπρόσθετα, θα πρέπει να φροντίσει ώστε όλα τα προηγούμενα να εναρμονίζονται με τους σκοπούς της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Ταυτόχρονα, καταλυτικής σημασίας καθίσταται και ο διδακτικός χειρισμός των συζητήσεων που λαμβάνουν χώρα στη τάξη. Σε αυτές ο εκπαιδευτικός έχει το ρόλο του διευκολυντή, απεθύνοντας ερωτήσεις διερευνητικές ή επεξηγηματικές που διευθύνουν τη συζήτηση και εστιάζουν στα σημεία που χρειάζεται. Σε κάθε περίπτωση αποφεύγει τα σχόλια σχετικά με την ορθότητα ή όχι των διάφορων ιδεών των μαθητών. Αντί αυτού καλεί τους μαθητές να διαπιστώσουν την ορθότητα ή μη των απόψεών τους μέσα από διαδικασίες εξερεύνησης, δοκιμής και πλάνης. Εφόσον, λοιπόν, εκπληρούνται αυτές οι προϋποθέσεις και ο δάσκαλος δεν είναι μοναδικός κριτής της μαθηματικής εγκυρότητας, η τάξη μετατρέπεται σε μαθηματική κοινότητα, η οποία αποφασίζει για την αλήθεια των μαθηματικών εννοιών μέσα από διάλογο επιχειρηματολογία και συζήτηση, όπως συμβαίνει και στην επιστήμη.

Επιπρόσθετα, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να μεριμνήσει και για την προσεκτική οργάνωση των δραστηριοτήτων που θα διαπραγματευθούν οι μαθητές. Ενδεικτικά για το σκοπό αυτό θα μπορούσε να προταθεί το ακόλουθο μοντέλο των

Driver και Oldham (1986) για τη μάθηση και στη διδασκαλία με βάση τις αρχές του κονστρουκτιβισμού, το οποίο δομείται στις εξής φάσεις (Χαλκιά, 2012: 112-116):

Προσανατολισμός

Η φάση αυτή αφορά την εισαγωγή των μαθητών στο υπο διαπραγματεύση θέμα, κυρίως μέσα από την πρόκληση του ενδιαφέροντός τους. Σε ένα πρώτο επίπεδο, ο εκπαιδευτικός ανακοινώνει στους μαθητές με την έναρξη του μαθήματος τι πρόκειται να επακολουθήσει ώστε να αφοσιωθούν καλύτερα στις δραστηριότητες που θα διεξάγουν οι ίδιοι. Κατά την ανακοίνωσή του αυτή πρέπει με κάθε τρόπο να προκαλέσει το ενδιαφέρον και την περιέργεια των μαθητών. Αυτό μπορεί να γίνει με την παρατήρηση ενός φαινομένου ή την παρουσίαση μιας συλλογής αντικειμένων, με την παρατήρηση μιας διαφάνειας στον ανακλαστικό προβολέα ανάλογα με τη διδακτική έννοια κ.τ.λ.

Ανάδειξη των ιδεών

Σ' αυτή τη φάση οι μαθητές εξωτερικεύουν τις ιδέες τους, ενώ ο δάσκαλος ανακαλύπτει τι σκέπτονται και τι μπορεί ο ίδιος να πράξει ώστε να προγραμματίσει τις διδακτικές στρατηγικές που προσφέρονται σε κάθε περίπτωση. Υπάρχουν αρκετοί τρόποι με τους οποίους μπορεί να επιτευχθεί η ανάδειξη των ιδεών των μαθητών. Ο πιο απλός είναι να παρακολουθήσουμε τι λένε ή να κάνουμε διάλογο μαζί τους. Αυτό μπορεί να γίνει άτυπα σε εξατομικευμένη βάση κατά τη διάρκεια δραστηριοτήτων στην τάξη ή, πιο συστηματικά, σε συζήτηση μικρών ομάδων. Οι πρακτικές δραστηριότητες, τα ερωτηματολόγια, οι ατομικές εργασίες είναι τρόποι ανάδειξης των ιδεών. Ένας άλλος τρόπος είναι τα υποθετικά πειράματα, που ζητάμε από τους μαθητές να προβλέψουν τα αποτελέσματα κάποιων πειραμάτων που περιγράφουμε. Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες δυο ή περισσότερων ατόμων, ο δάσκαλος τους δίνει τα κατάλληλα έργα, αυτοί εργάζονται στην αρχή ατομικά και στη συνέχεια συζητούν σε επίπεδο ομάδας. Οι μαθητές καταγράφουν τις απόψεις τους σε χαρτί που τις συγκεντρώνει ο δάσκαλος, ακολουθεί η κατηγοριοποίηση των απαντήσεων και έτσι εξάγονται τα σημαντικότερα μοντέλα των ιδεών των μαθητών.

Αναδόμηση των ιδεών

Στη φάση αυτή οι μαθητές καλούνται να ελέγξουν τις ιδέες τους με σκοπό να τις επεκτείνουν, να αναπτύξουν ιδέες στην περίπτωση που δεν έχουν άποψη, ή να αντικαταστήσουν τις προϋπάρχουσες με άλλες. Επιδίωξη του διδάσκοντα είναι η αυτόβουλη και οικειοθελής μετατόπιση των παιδιών από τις δικές τους σε άλλες ιδέες, που είναι πλησιέστερα στο επιστημονικό πρότυπο. Αν στην προηγούμενη φάση ζητείται από τους μαθητές να προβλέψουν τα αποτελέσματα κάποιου «υποθετικού» πειράματος, σ' αυτή τη φάση τους ζητείται να εκτελέσουν το πείραμα. Αν τα αποτελέσματα του πειράματος συμπίπτουν με την πρόβλεψη, τότε έχουμε επιβεβαίωση της υπάρχουσας γνώσης. Σε διαφορετική περίπτωση, έχουμε γνωστική σύγκρουση. Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες των δυο ή τριών ατόμων και ακολουθούν γραπτές οδηγίες για το πώς θα εκτελέσουν συγκεκριμένα έργα, τα αποτελέσματα των οποίων προσπαθούν να ερμηνεύσουν.

Στόχος των έργων αυτών είναι να οδηγηθούν οι μαθητές σε αδιέξοδο, βλέποντας τη διάσταση ανάμεσα στο αναμενόμενο από αυτούς και το πειραματικό αποτέλεσμα, θα οδηγηθούν μ' αυτόν τον τρόπο σε ενδο-προσωπική σύγκρουση. Αυτή η σύγκρουση θα τους κάνει να νιώθουν δυσαρεστημένοι, γεγονός που θα τους ωθήσει πιθανόν σε εννοιολογική αλλαγή.

Σε κάθε περίπτωση, απαιτείται μεγάλη προσοχή όσον αφορά την επιλογή των κατάλληλων έργων, π.χ. πειράματα επίδειξης, που μπορεί να φαίνονται πολύ πειστικά στο δάσκαλο, είναι δυνατόν όμως να μην προκαλούν καμία εντύπωση στους μαθητές, αν οι τελευταίοι δεν έχουν κατανοήσει το σκοπό για τον οποίο γίνονται.

Εφαρμογή

Στη φάση αυτή οι μαθητές συσχετίζουν αυτό που έμαθαν με τις εμπειρίες της καθημερινής ζωής. Ειδικότερα, θα πρέπει να τους δοθεί η ευκαιρία να βρουν πώς οι νέες ιδέες που απέκτησαν μπορούν να εφαρμοστούν στη λύση πραγματικών προβλημάτων. Η δυνατότητα που αποκτούν με τις καινούριες ιδέες να ερμηνεύουν φαινόμενα που δεν μπορούσαν πριν να τα ερμηνεύσουν, κατοχυρώνει την υιοθέτηση των απόψεων αυτών, επειδή ακριβώς διαπιστώνουν την αξία και τη λειτουργικότητά τους.

Ανασκόπηση

Σ' αυτό το σημείο οι μαθητές αναγνωρίζουν τη σπουδαιότητα αυτών που ανακάλυψαν. Συγκρίνουν τις αρχικές με τις νέες απόψεις τους, συνειδητοποιούν τη γνωστική πορεία της αλλαγής. Όλες αυτές οι διανοητικές ενέργειες των μαθητών ενισχύουν την επίτευξη μεταγνωστικών στόχων.

Προκειμένου να καταστήσουμε περισσότερο κατανοητό το μοντέλο που παρουσιάστηκε, θα αναπτύξουμε βασιζόμενοι στα στάδιά του μια δραστηριότητα που απευθύνεται σε μαθητές γ τάξης δημοτικού και θέτει ως γενικό στόχο τη γνωριμία αυτών με την έννοια του όγκου. Λόγω οικονομίας χώρου θα προτείνουμε ενδεικτικά βήματα, ενδεικτικές δραστηριότητες ή ερωτήσεις σε κάθε στάδιο, προκειμένου οι εκπαιδευτικοί να συμπληρώσουν/ εμπλουτίσουν καθετί κατά τη κρίση τους, λαμβάνοντας υπ' όψιν τα ενδιαφέροντα, το μαθηματικό και διανοητικό υπόβαθρο της τάξης τους.

Για τη περάτωση αυτής της δραστηριότητας, ο εκπαιδευτικός έχει χωρίσει τους μαθητές σε ομάδες 3-4 ατόμων και έχει φροντίσει να συγκεντρώσει τα απαραίτητα υλικά (χαρτόκουτα συγκεκριμένων διαστάσεων, χάντρες, ταινίες) για την ομαλή διεξαγωγή της. Στη φάση του προσανατολισμού και της προσέγκυσης του ενδιαφέροντος, ο εκπαιδευτικός δύναται να παρουσιάσει στους μαθητές του μια παραμυθική ιστορία, στην οποία εμπειριέχεται η προβληματική κατάσταση την οποία θα διαπραγματευθούν. Θα μπορούσε να γίνει λόγος για έναν κοσμηματοπώλη, πολύ διάσημο για τα κοσμήματα που κατασκευάζει από χάντρες, ο οποίος χρειάζεται όμως δοχεία για να τοποθετεί τις χάντρες μέσα στο εργαστήριό του. Η ιστορία τελειώνει με την απορία του κοσμηματοπώλη για το σχήμα του δοχείου που πρέπει να αγοράσει προκειμένου να αποθηκεύσει 100 χάντρες σε κάθε δοχείο.

Στη φάση της ανάδειξης των ιδεών, καλούμε τις ομάδες μαθητών να διατυπώσουν υποθέσεις σχετικά με το σχήμα του δοχείου που θα χωρέσει τις περισσότερες χάντρες, ζητώντας τους παράλληλα να προτείνουν τρόπους ελέγχου των υποθέσεων αυτών. Έπειτα, κατά την αναδόμηση των ιδεών οι μαθητές θα κατασκευάσουν με τη βοήθεια των εκπαιδευτικών κουτιά διαφορετικών σχημάτων αλλά ίδιων διαστάσεων, στα οποία θα τοποθετούν χάντρες προκειμένου να διαπιστώσουν το σχήμα που χωρά τις περισσότερες, και να το προτείνουν στον κοσμηματοπώλη.

Κατά τη διάρκεια της εφαρμογής, οι ομάδες μαθητών προβληματίζονται σχετικά με τον όγκο ορισμένων αντικειμένων στη καθημερινή ζωή, και τη λειτουργικότητα αυτών (παραδείγματος χάριν το σχήμα των δεξαμενών νερού σε σχέση με τον όγκο τους). Στο στάδιο της ανασκόπησης οι μαθητές καλούνται να

διαπιστλώσουν τη γνωστική τους πορεία, και για το λόγο αυτό ο εκπαιδευτικός τους θέτει ερωτήματα όπως:

Συγκρίνετε τις απόψεις που διατυπώσατε στην αρχή του μαθήματος με τις απόψεις που έχετε τώρα. Έχουν διαφοροποιηθεί; Αν η απάντηση είναι ναι, περιγράψτε το λόγο για τον οποίο μεταβλήθηκαν,

Επίσης, συζητήστε μεταξύ σας και προσδιορίστε τα σημεία στα οποία εντοπίζετε διαφορές. Καταγράψτε τα σημεία αυτά.

3. Περιορισμοί στην αξιοποίηση της θεωρίας

Η αξιοποίηση της κονστρουκτιβιστικής θεωρίας από τον εκπαιδευτικό, μέσα από τις ενέργειες που προαναφέρθηκαν, δεν είναι εύκολο εγχείρημα. Στη βιβλιογραφία έχουν προσδιοριστεί διάφορων ειδών περιορισμοί τους οποίους καλείται να υπερβεί ο εκπαιδευτικός στη προσπάθειά του να αξιοποιήσει τις αρχές του κονστρουκτιβισμού στη σχολική τάξη (Κολέζα, 2000:178-181).

Σε πρώτο επίπεδο οι εκπαιδευτικοί ενδέχεται να αντιμετωπίσουν εννοιολογικές δυσκολίες, που αφορούν την φύση του κονστρουκτιβισμού ως θεωρίας, δηλαδή τη συνειδητοποίηση των φιλοσοφικών, ψυχολογικών, επιστημολογικών πτυχών αυτού. Πιο συγκεκριμένα, οι εκπαιδευτικοί ενδέχεται να εφαρμόζουν αποσπασματικά πρακτικές που απορρέουν από τις αρχές της θεωρίας, χωρίς τη κατάλληλη οργάνωση από τη πλευρά εκπαιδευτικού σχεδιασμού, είτε να θεωρούν πως στον κονστρουκτιβισμό δεν υπάρχει απόλυτη γνώση καθώς τα πάντα τίθενται υπό διαπραγμάτευση.

Σε δεύτερο επίπεδο, ενδέχεται να εμφανιστούν παιδαγωγικές δυσκολίες, οι οποίες αφορούν το σχεδιασμό της διδασκαλίας και την επιλογή των στόχων μάθησης. Όπως αναφέρθηκε, η κονστρουκτιβιστική διδασκαλία στηρίζεται στις δραστηριότητες των μαθητών, στην επίλυση ανοιχτών προβλημάτων καθώς σε διερευνητικά πρόντζεκτ. Επομένως είναι σαφές πως οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να γνωρίζουν πώς διαμορφώνουν διδακτικούς στόχους, να οργανώνουν ανάλογες δραστηριότητες μέσα από σχέδια διδασκαλίας και φύλα εργασίας, να αξιοποιούν παιδαγωγικά τις απαντήσεις των μαθητών και να πρωτίστως να χειρίζονται τη τέχνη του διαλόγου, δεξιότητες οι οποίες προκειμένου να αναπτυχθούν χρειάζονται χρόνο και προσωπική ενασχόληση από τη πλευρά του εκπαιδευτικού.

Παράλληλα, ο εκπαιδευτικός που επιθυμεί να εμπλουτίσει τη διδασκαλία του με τις αρχές του κονστρουκτιβισμού βρίσκεται αντιμέτωπος και με πολιτισμικές δυσκολίες. Προκειμένου να διενεργηθούν δραστηριότητες διερεύνησης και αναζήτησης σε ομάδες, το περιβάλλον της τάξης πρέπει να διαμορφωθεί με τέτοιο τρόπο, ώστε οι κουλτούρες των επιμέρους πολιτισμικών ομάδων στο πλαίσιο μιας τάξης να αναδειχθούν και να λειτουργήσουν συμπληρωματικά στη κατασκευή της γνώσης. Υπό αυτό το πλαίσιο ο εκπαιδευτικός καλείται να σχηματίζει προσεκτικά τις ομάδες των μαθητών προκειμένου όλα τα μέλη να ωφελούνται γνωστικά και κοινωνικά, ενώ παράλληλα θα πρέπει να αξιοποιεί δημιουργικά τις αντιτιπαραθέσεις που θα προκύψουν στα πλαίσια μιας ομάδας.

Και σε πολιτικό επίπεδο όμως εμφανίζονται περιορισμοί για τον εκπαιδευτικό, καθώς η πρωτοπωριακή κονστρουκτιβιστική θεωρία δεν μπορεί εύκολα να εναρμονιστεί με τις ασφυκτικές πιέσεις του ωρολογίου προγράμματος και της διδακτέας ύλης. Επιπλέον, διδακτικές πρακτικές που αποκλείουν από την πεπατημένη οδό, ενδέχεται να αντιμετωπιστούν με καχυποψία και σχετικισμό από τη σχολική κοινότητα, επιφορτίζοντας τον εκπαιδευτικό με το επιπλέον έργο του να καταστήσει αποδεκτές τις διδακτικές στρατηγικές που χρησιμοποιεί .

Βιβλιογραφία

Elliot, S., Kratochwill, T., Littlefield-Cook, J. & Travers, J. (2008). *Εκπαιδευτική Ψυχολογία*. (μτφρ.) Μ. Σόλμαν & Φ. Καλύβα. Αθήνα: Gutenberg.

Κολέζα, Ε. (2000). *Γνωσιολογική και Διδακτική προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών*. Αθήνα: Leader Books.

Κολέζα, Ε. (2006). *Μαθηματικά και Σχολικά Μαθηματικά*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Κοτοπούλης, Θ. (2009). *Η διδασκαλία των Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο*. Αθήνα: Γρηγόρη.

Στεφανίδης, Γ. (2005). *Η ομαδοσυνεργατική διδασκαλία στα μαθηματικά του δημοτικού σχολείου*. Αθήνα: Κλειδάριθμος.

Τουμάσης, Μ. (1994). *Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα : Gutenberg.

Χαλκιά, Κ. (2012). *Διδάσκοντας Φυσικές Επιστήμες. Θεωρητικά ζητήματα, προβληματισμοί, προτάσεις*. Αθήνα: Πατάκης.

Χατζηγεωργίου, Γ. (2001). *Γνώθι το Curriculum: Γενικά και Ειδικά Θέματα Αναλυτικών Προγραμμάτων και Διδακτικής*. Αθήνα: Ατραπός.

Δικτυογραφία

Confrey, J. & Kazak, S. (2006). *A thirty year reflection of constructivism in mathematics education in PME*. Προσπελάστηκε 6 Απριλίου 2015 από: http://imo.pau.edu.tr/sibel/confreykazak_constructivism.pdf