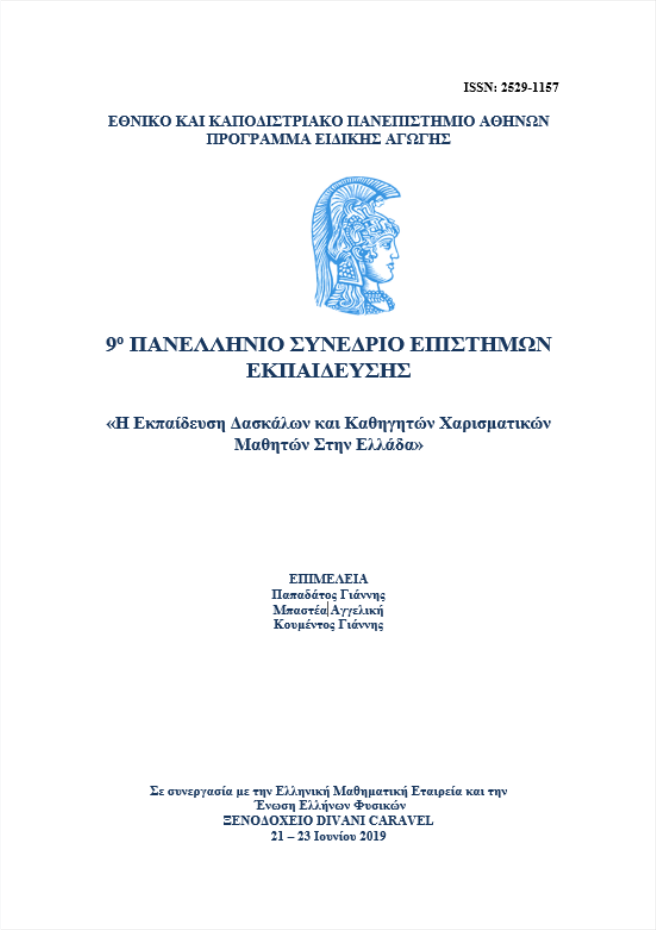
ePublishing
ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗΣ
NATIONAL DOCUMENTATION CENTRE

Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης

Τόμ. 9 (2019)

9ο ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



ISSN: 2529-1157

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ

9ο ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

«Η Εκπαίδευση Δασκάλων και Καθηγητών Χαρισματικών Μαθητών Στην Ελλάδα»

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ
Παπαδάτος Γιάννης
Μπαστέα|Αγγελική
Κουμέντος Γιάννης

Σε συνεργασία με την Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία και την Ένωση Ελλήνων Φυσικών
ΞΕΝΟΔΟΧΕΙΟ DIVANI CARAVEL
21 – 23 Ιουνίου 2019

Παραγοντική Διερεύνηση του MathPro, ενός Ψυχομετρικού Εργαλείου Εντοπισμού Μαθησιακών Δυνατοτήτων και Δυσκολιών στα Μαθηματικά

Μαρία Καραγιάννη, Πέτρος Ρούσσος, Ιωάννης Καραγιαννάκης

doi: 10.12681/edusc.3120

Βιβλιογραφική αναφορά:

Καραγιάννη Μ., Ρούσσος Π., & Καραγιαννάκης Ι. (2020). Παραγοντική Διερεύνηση του MathPro, ενός Ψυχομετρικού Εργαλείου Εντοπισμού Μαθησιακών Δυνατοτήτων και Δυσκολιών στα Μαθηματικά. *Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης*, *9*, 225–237. https://doi.org/10.12681/edusc.3120

https://epublishing.ekt.gr | **e-Εκδότης:** EKT | **Πρόσβαση:** 20/01/2026 11:45:09

Παραγοντική Διερεύνηση του MathPro, ενός Ψυχομετρικού Εργαλείου Εντοπισμού Μαθησιακών Δυνατοτήτων και Δυσκολιών στα Μαθηματικά

Μαρία Καραγιάννη – Εκπαιδευτικός, Μεταπτυχιακό στη Σχολική Ψυχολογία, ΕΚΠΑ
mariekaragianni@yahoo.gr
Πέτρος Ρούσσος – Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Ψυχολογίας, ΕΚΠΑ
roussosp@psych.uoa.gr
Δρ. Ιωάννης Καραγιαννάκης – Ερευνητής Εργαστηρίου Πειραματικής Ψυχολογίας, ΕΚΠΑ
g.karagiannakis@primedu.uoa.gr

Περίληψη

Στόχος αυτής της εργασίας είναι η παραγοντική διερεύνηση της δομής μιας νεοδημιουργηθείσας συστάδας μαθηματικών δοκιμασιών, που χορηγείται μέσω Η/Υ και σχεδιάστηκε για να ανιχνεύει τις μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά, βάσει τεσσάρων γνωστικών παραγόντων. Βασίστηκε στο τετραπλό μοντέλο κατηγοριοποίησης των βασικών μαθηματικών δεξιοτήτων στους τομείς: έννοιας αριθμού, μνήμης, συλλογιστικής και οπτικο-χωρικής ικανότητας (Karagiannakis, Baccaglini & Papadatos, 2014. Karagiannakis, Baccaglini & Roussos, 2017). Βασικός στόχος της εργασίας είναι η διερεύνηση για το αν το σχεδιασμένο μαθηματικό εργαλείο ταξινομεί τις μαθηματικές δεξιότητες, που εμπλέκονται στην εκμάθηση των μαθηματικών, στους τέσσερις προαναφερθέντες τομείς, σε κάθε τάξη του δημοτικού. Ειδικότερα, η εργασία αυτή πραγματεύεται πώς ομαδοποιούνται οι 18 δοκιμασίες του MathPro test σε κάθε τάξη του δημοτικού, μέσω της παραγοντικής ανάλυσης κύριων συνιστωσών. Αρχικά, ελέγχεται η αξιοπιστία και η εγκυρότητα του τετραπλού μοντέλου, μέσω της διερεύνησης της κατανομής των παραγόντων σε κάθε τάξη. Σε δεύτερη φάση, αναζητούνται τυχόν διαφορές μεταξύ των παραγόντων που εξήλθαν από κάθε βαθμίδα. Το δείγμα της εργασίας προέρχεται από 2371 μαθητές Α' έως και Στ' δημοτικού. Τα αποτελέσματα της εμπειρικής μελέτης και των αναλύσεων που προέκυψαν, υποδεικνύουν πως η κατανομή των παραγόντων ανά σχολική τάξη εμφανίζει διαφοροποιήσεις.

Λέξεις-Κλειδιά*:* παράγοντες μαθηματικών δεξιοτήτων; εργαλείο μαθηματικών δοκιμασιών; μαθηματικές δυσκολίες; μαθηματικές δεξιότητες

Abstract

The purpose of this work is to investigate the structure of a newly created computer-aided mathematical test battery designed to detect mathematical learning difficulties based on four cognitive factors. It was based on the four-pronged model of categorizing basic mathematical skills in the domains of: number, memory, reasoning, and visual-spatial ability (Karagiannakis, Baccaglini, & Papadatos, 2014; Karagiannakis, Baccaglini, & Roussos, 2017). The main objective of this work is to investigate whether the designed mathematical tool classifies the mathematical skills involved in mathematics learning in the four aforementioned areas, in each elementary classroom. In

particular, this paper looks at how the 18 MathPro test groups are grouped into each grade of elementary school, through factor analysis of principal components. Initially, the reliability and validity of the quadruple model is checked by investigating the distribution of factors in each class. Secondly, any differences between the factors that emerged from each step are sought. The sample of the project comes from 2371 students from 1st to 6th grade. The results of the empirical study and the resulting analyzes indicate that the distribution of factors by school class differs.

Keywords: mathematical skills factors; mathematics test tool; mathematical difficulties; mathematical skills

Μαθηματική Ικανότητα και Αριθμητική Γνώση

Αναμφίβολα, η μαθηματική ικανότητα και η αριθμητική γνώση θεωρούνται αναπόσπαστο και σημαντικό κομμάτι της ζωής των ανθρώπων, καθώς επιφέρουν μεγαλύτερα μεμονωμένα και ομαδικά οφέλη από ότι η ανάγνωση (Estrada, Martin-Hryniewicz, Peek, Collins & Byrd, 2004) και βοηθούν στην αντιμετώπιση καθημερινών εργασιών και δραστηριοτήτων (Ancker & Kaufman, 2007). Τα παιδιά εκτίθενται από την πρώιμη παιδική ηλικία σε περιβάλλοντα γεμάτα με μαθηματικές, αριθμητικές και ποσοτικές πληροφορίες και εμπειρίες. Με άλλα λόγια, καθημερινά βλέπουν αραβικά σύμβολα σε δρόμους, σε μαγαζιά, στην τηλεόραση, ακούν τους μεγαλύτερους να μετρούν τα χρήματα και αργότερα να μετρούν και να υπολογίζουν μόνα τους τα ίδια (Rousselle & Noël, 2007).

Αντιθέτως, όταν υπάρχει δυσκολία στην απόκτηση μιας σταθερής έννοιας αριθμών και αριθμητικής επεξεργασίας στα μαθηματικά, υπάρχει μεγάλη πιθανότητα οι μαθητές να μείνουν πίσω καθ' όλη η διάρκεια της σχολικής τους εκπαίδευσης (Duncan et al., 2007) καθώς, και να αναπτύξουν αρνητική στάση για το αντικείμενο των μαθηματικών (Dowker, 2007). Ακόμα, απότοκος των χαμηλών μαθηματικών δεξιοτήτων και ικανοτήτων είναι η ελλειμματική ποιότητα ζωής και οικονομικής ευημερίας της κοινωνίας (Ritchie & Bates, 2013).

Επομένως, εύλογα γεννάται το ερώτημα, γιατί κάποιοι μαθητές να αδυνατούν να μάθουν μαθηματικά ή γιατί να αποδίδουν «κακώς» στα μαθηματικά καθήκοντα; Οι λόγοι που υφίσταντο αυτό ποικίλλουν και δεν υπάρχει μέχρι σήμερα σαφής εξήγηση του γεγονότος.

Μαθηματικές Μαθησιακές Δυσκολίες

Τις τελευταίες δεκαετίες, το ενδιαφέρον για τη μελέτη των μαθησιακών δυσκολιών αυξάνεται διαρκώς. Οι λεγόμενες μαθηματικές δυσκολίες μπορεί να προκύψουν ως απόρροια δυσκολιών σε οποιαδήποτε από τις μαθηματικές ικανότητες ή ακόμα και στο συντονισμό αυτών (Karagiannakis & Baccaglini-Frank, 2014. Karagiannakis & Cooreman, 2014. Karagiannakis, Baccaglini-Frank & Papadatos, 2014). Παρά, όμως, την αυξημένη αναζήτηση για τις μαθηματικές μαθησιακές δυσκολίες, οι έρευνες που λαμβάνουν χώρα υφίσταντο αργή εξέλιξη (Kaufmann et al, 2013).

Μέχρι και σήμερα δεν υπάρχει γενικά αποδεκτός ορισμός, καθώς εξακολουθεί η ορολογία να είναι θέμα συζήτησης (Lewis & Fisher, 2016). Όπως υποστηρίζουν οι Fletcher, Lyon, Fuchs και Barnes (2007), δεν υπάρχουν ακόμα «συνεπή πρότυπα για να κρίνουμε την παρουσία ή απουσία των μαθηματικών δυσκολιών στα μαθηματικά» (σελ. 207). Γενικά, ο όρος μαθηματική μαθησιακή

δυσκολία χρησιμοποιείται για να περιγράψει μαθηματικούς τομείς στους οποίους παρατηρούνται ελλείμματα στις αριθμητικές ικανότητες (Karagiannakis et al., 2017). Επιπροσθέτως, οι ερευνητές συγκλίνουν στην άποψη πως οι μαθηματικές μαθησιακές δυσκολίες είναι ουσιαστικά ένα εγγενές ελάττωμα, το οποίο προκαλεί δυσκολίες στην εκμάθηση των μαθηματικών (Butterworth & Laurillard, 2010) και δεν οφείλονται και ούτε μπορούν να εξηγηθούν από τη χαμηλή νοημοσύνη, την απουσία επαρκών ευκαιριών μάθησης, την ανεπαρκή εκπαίδευση ή την ηλικία (Szardenings, Kuhn, Ranger & Holling, 2018).

Αναπτυξιακή Δυσαριθμησία

Σύμφωνα με τους Szűcs και Goswami, (2013), η αναπτυξιακή δυσαριθμησία ορίζεται ως μια επίμονη και σταθερή εγγενής διαταραχή της αριθμητικής ανάπτυξης και μάθησης των μαθηματικών που δεν μπορεί να εξηγηθεί από ανεπαρκή εκπαίδευση, χαμηλή νοημοσύνη ή ηλικία. Όπως αναφέρεται στους Van Luit & Toll (2018), η αναπτυξιακή δυσαριθμησία ορίζεται ως μία «διαταραχή που χαρακτηρίζεται από επίμονα προβλήματα μάθησης, ευχέρειας, ακριβής ανάκλησης, κατανόησης ή/και εφαρμογής μαθηματικών γνώσεων και γεγονότων». Αυτό που είναι σίγουρο, σύμφωνα με τους Rubinsten και Henik (2009), είναι πως η προέλευση αυτής της διαταραχής αποκλίνει και δεν υπάρχει σαφής λειτουργικός ορισμός της.

Λόγω μη γενικά αποδεκτού λειτουργικού ορισμού των μαθηματικών μαθησιακών δυσκολιών και της αναπτυξιακής δυσαριθμησίας, τα όρια μεταξύ των δύο παραμένουν ασαφή. Μερικοί ερευνητές τις θεωρούν συνώνυμες, ενώ άλλοι ξεχωριστές και διακριτές διαταραχές. Έχει προταθεί ο όρος μαθηματικές μαθησιακές δυσκολίες να αποτελεί όρο ομπρέλα, ενώ η αναπτυξιακή δυσαριθμησία να χρησιμοποιείται όταν αναφέρεται σε εγγενή ελλείμματα (Rubinsten & Henik, 2009).

Υποθέσεις Ελλειμμάτων που Οδηγούν σε Μαθηματικές Μαθησιακές Δυσκολίες

Μέσα στις τρέχουσες υποθέσεις για πιθανά νευρογνωστικά ελλείμματα που οδηγούν σε μαθηματικές μαθησιακές δυσκολίες, έρευνες έχουν εντοπίσει τη σημασία δύο γνωστικών αριθμητικών συστημάτων (Piazza, 2010). Το ένα είναι το κατά προσέγγιση αριθμητικό σύστημα (ΠΑΣ), που είναι έμφυτο σε ανθρώπους και πολλά ζώα, επιτρέπει τη διάκριση, κατά προσέγγιση, του αριθμού αντικειμένων συνόλων (Bugden, DeWind & Brannon, 2016). Το άλλο είναι το σύστημα εντοπισμού αντικειμένων (ΣΕΑ), το οποίο χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση και ακριβή απαρίθμηση έως και τεσσάρων αριθμητικών συνόλων (Hyde, 2011).

Σ' αυτό το σημείο υπεισέρχονται δύο διαφορετικές αιτιολογικές υποθέσεις σχετικά με την προέλευση των μαθηματικών δυσκολιών στα παιδιά. Η πρώτη περιλαμβάνει το έλλειμμα στο ΠΑΣ (γνωστή ως υπόθεση έλλειψης αίσθησης αριθμού) (Wilson & Dehaene, 2007) και η δεύτερη στη διαδικασία χαρτογράφησης αριθμητικών μεγεθών (γνωστή ως υπόθεση έλλειψης πρόσβασης) (Rouselle & Noël, 2007). Σύμφωνα με την πρώτη το έλλειμμα παρατηρείται στο κατά προσέγγιση αριθμητικό σύστημα, στο οποίο έχει βρεθεί πως χαρτογραφούνται τα συμβολικά μεγέθη (Schwenk et al., 2017). Αντιθέτως, στην υπόθεση έλλειψης πρόσβασης υποστηρίζεται πως το έλλειμμα συναντάται στην πρόσβαση στους αριθμούς και στο ΠΑΣ όταν τα μεγέθη είναι συμβολικά και όχι δυσλειτουργία στο έμφυτο ΠΑΣ.

Ταξινομήσεις των Μαθηματικών Μαθησιακών Δυσκολιών

Τα τελευταία χρόνια, λόγω της διαφωνίας σχετικά με το ζήτημα του καθορισμού, των κριτηρίων και της επικράτησης των μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά (Lanfranchi, Lucangeli, Jerman & Swanson, 2008), δεν υπάρχει μια γενικά αποδεκτή και σαφής ταξινόμησή των μαθηματικών μαθησιακών δυσκολιών (Szűcs, 2016). Αυτό διαφαίνεται περισσότερο από την πληθώρα διαφορετικών υποθέσεων και μοντέλων που έχουν προταθεί ώστε να εξηγήσουν τους διαφορετικούς υποτύπους της ανεπαρκής επίδοσης των παιδιών στα μαθηματικά (Karagiannakis & Baccaglini-Frank, 2014. Karagiannakis et al., 2017).

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη του Geary (1994, 2004), που ήταν από τους πρώτους που συνέδεσε τις γνωστικές λειτουργίες με τις μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά. Η έρευνα του κατηγοριοποιεί τις μαθηματικές μαθησιακές δυσκολίες σε τρεις υποτύπους: στο διαδραστικό, που τα ελλείμματα εντοπίζονται στην απόκτηση απλών αριθμητικών στρατηγικών που πιθανόν να οφείλονται σε ελλείμματα της μνήμης εργασίας ή/και της εννοιολογικής γνώσης, στον υπότυπο σημασιολογικής μνήμης, που τα προβλήματα εντοπίζονται στην ανάκτηση γεγονότων λόγω ελλείμματος στην μακροχρόνια μνήμη και στο χωρικό, που παρουσιάζονται ελλείμματα στη χωρική αναπαράσταση του αριθμού (Geary, 1994, 2004).

Άλλα μοντέλα ταξινόμησης των μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά πρότειναν διάφοροι ερευνητές, όπως για παράδειγμα οι vonAster και Shavel (2007) και ο Stock και οι συνεργάτες του (2006). Συγκεκριμένα, το πρώτο μοντέλο ταξινομεί και αυτό τις μαθηματικές μαθησιακές δυσκολίες σε τρεις υποτύπους: το λεκτικό, το αραβικό και το αναλογικό τομέα.

Ένα κοινό χαρακτηριστικό των παραπάνω μοντέλων είναι πως ταξινομούν τις μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά σε τρεις υποτύπους. Ωστόσο, τα τελευταία μοντέλα βασίζονται στην υπόθεση της σύνδεσης των γνωστικών ικανοτήτων με τις επιδόσεις των μαθητών σε σχεδιασμένες δοκιμασίες αξιολόγησης, ενώ το μοντέλο του Geary (2004) αναπτύχθηκε βάση προηγούμενων μελετών και ανασκόπησης της βιβλιογραφίας. Επομένως, υπάρχουν σημαντικές διαφορές στις μεθοδολογίες από μοντέλο σε μοντέλο. Μάλιστα, η τοποθέτηση μαθητών σε κάποιο υπότυπο φαίνεται να μην είναι εφικτή, καθώς τα προφίλ τους ενδέχεται να σχετίζονται με διαφορετικούς υποτύπους (Desoete, 2007).

Το τετραδιάστατο μοντέλο που βασίζεται το ψυχομετρικό εργαλείο MathPro

Ο Karagiannakis και οι συνεργάτες του (2014), τονίζουν πως δεν υπάρχει ένα ενιαίο μοντέλο που να παρέχει ολοκληρωμένη εικόνα για τις δυσκολίες στην εκμάθηση των μαθηματικών. Μάλιστα, αναφέρουν πως οι υπότυποι αυτοί δεν προέρχονται από βασικούς γνωστικούς μηχανισμούς. Γι’ αυτό το λόγο, πρότειναν ένα μοντέλο ταξινόμησης των μαθηματικών μαθησιακών δυσκολιών με πιθανά ελλείμματα σε τέσσερις γνωστικούς τομείς. Οι τέσσερις γνωστικοί τομείς που προτείνονται είναι η έννοια αριθμού, η μνήμη, η συλλογιστική και η οπτικο-χωρική. Μάλιστα, ο κάθε υπότυπος περιλαμβάνει πιθανά ειδικά συστήματα που εμπλέκονται και μαθηματικές δυσκολίες που συναντώνται σε καθένα από αυτά. Διαμέσου αυτού, μπορούν να σχεδιαστούν ασκήσεις - καθήκοντα ώστε να μπορέσουν οι εκπαιδευτικοί να βρουν τα αδύνατα και δυνατά σημεία των μαθητών. Πάνω σε αυτό το μοντέλο, που υποθέτει συσχετισμούς μεταξύ μαθηματικών δεξιοτήτων, στηρίχθηκε η νέα μπαταρία μαθηματικών εργασιών στους υπολογιστές.

Στον πίνακα που παρουσιάζεται παρακάτω, συνοψίζονται οι δραστηριότητες του τεστ με βάση το τετραπλό μοντέλο.

Πίνακας 1
Ταξινόμηση των Δραστηριοτήτων του MathPro Τεστ

Τομέας		Δραστηριότητα
Επίγνωση αριθμού	Χωρικός	Σύγκριση κουκίδων Άμεση εκτίμηση κουκίδων
	Αριθμητικός	Σύγκριση μονοψήφιων αριθμών Σύγκριση πολυψήφιων αριθμών
Μνήμη	Μέτρηση	Απαρίθμηση Υπαγόρευση αριθμών Επόμενος αριθμός Προηγούμενος αριθμός
	Ανάκληση	Ανάκληση αθροισμάτων Ανάκληση γινομένων
Συλλογιστική	Αριθμητικός	Νοεροί υπολογισμοί Προβλήματα Αρχές αριθμητικής Αριθμητικά μοτίβα
	Χωρικός	Αριθμογραμμές 0-100 Αριθμογραμμές 0-1000 Τετράγωνα Κύβοι

Πηγή: MathPro 2019 ανακτήθηκε από http://public.mathpro.education/TestEn

Σχετικά με την συγκρότηση της «επίγνωσης του αριθμού», αυτή ορίζεται από τους περισσότερους μελετητές ως ικανότητα υπολογισμού μικρών ποσοτήτων, σύγκρισης αριθμητικών μεγεθών, εκτίμησης και διάκρισης ποσοτήτων, καθώς και εκτέλεσης απλών μετασχηματισμών. Επομένως, ως βασικά στοιχεία της έννοιας αριθμού ορίζονται η καταμέτρηση, η επίγνωση του αριθμού, ο μετασχηματισμός των αριθμών και η εκτίμηση (Jordan, Kaplan, Nabors Oláh & Locuniak, 2006). Αναφορικά με την μνήμη, τα σημερινά δεδομένα από έρευνες καταδεικνύουν τη σχέση μιας διακριτής και σύνθετης δομής της μνήμης, αυτής της εργαζόμενης μνήμης, με τα μαθηματικά. Μάλιστα προκύπτει πως τα παιδιά με μαθηματικές δυσκολίες εκτελούν με χαμηλή απόδοση σε εργασίες που απαιτείται η μνήμη εργασίας και ειδικότερα, σε αυτές που χρειάζεται ταυτόχρονη αποθήκευση και επεξεργασία πληροφοριών (van der Ven, van der Maas, Straatemeier & Jansen, 2013). Επιπροσθέτως, οι δυσκολίες στη συλλογιστική εντοπίζονται στους βασικούς εκτελεστικούς μηχανισμούς. που εστιάζουν στη σχέση μεταξύ μαθηματικών και χωρικών γνωστικών ικανοτήτων. Δηλαδή, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι χωρικές ικανότητες στη συλλογιστική συνδέονται με μαθηματικές ικανότητες υψηλού επιπέδου και βασικές αριθμητικές ικανότητες (Thompson, Nuerk. Moeller & Kadosh, 2013).

Ερευνητικοί Στόχοι και Υποθέσεις

Η παρούσα εργασία έχει στόχο να διερευνήσει την παραγοντική δομή της μπαταρίας μαθηματικών εργασιών σε κάθε τάξη του δημοτικού. Δηλαδή, επιχειρείται να ελεγχθεί αν οι δραστηριότητες ομαδοποιούνται σε παράγοντες και αν ναι, αν ομαδοποιούνται στους τέσσερις παράγοντες που έχουν εκ των προτέρων οριστεί από το θεωρητικό μοντέλο.

Ο πρώτος στόχος αυτής της έρευνας είναι η εξέταση του προτεινόμενου εργαλείου που βασίζεται στο μοντέλο τεσσάρων παραγόντων για την ανίχνευση δυσκολιών στην εκμάθηση των μαθηματικών, προκειμένου να προσδιοριστεί εάν και πώς μπορεί να επιβεβαιώσει τα αναμενόμενα από τη θεωρία του μοντέλου. Δεύτερος στόχος του παρόντος εκπονήματος είναι η μελέτη και ο εντοπισμός των διαφορών μεταξύ των παραγόντων που εξήχθησαν ανά τάξη του δημοτικού, αλλά και της ενδεχόμενης επίδρασης των παραγόντων της μαθηματικής μπαταρίας από την ηλικία.

Έτσι, εξετάζονται τα ακόλουθα ερευνητικά ερωτήματα:

1. Πώς σχετίζονται οι δραστηριότητες της μαθηματικής μπαταρίας μεταξύ τους;
2. Ομαδοποιούνται οι δραστηριότητες κάθε τάξης στους τέσσερις παράγοντες;
3. Υπάρχουν διαφορές μεταξύ των παραγόντων ανά τάξη;

Μέθοδος

Συμμετέχοντες

Για να σταθμιστεί το εργαλείο, εφαρμόστηκε σε πανελλαδικό αριθμό 2371 μαθητών (*N*=2371) Α' έως και ΣΤ' τάξης δημοτικού από 48 δημοτικά σχολεία της επικράτειας κατά το ακαδημαϊκό έτος 2017-2018. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα στοιχεία των συμμετεχόντων ανά τάξη, ανά φύλο και ανά περιοχή.

Πίνακας 2

Στοιχεία Συμμετεχόντων της Έρευνας ανά Τάξη, Φύλο, Περιοχή

Τάξη	Ηλικία	Φύλο		Περιοχή		Σύνολο
	(μήνες)	Αγόρια	Κορίτσια	Αστική	Αγροτική	
1	80.5±7.9	153	174	201	116	317
2	92.3±3.9	161	144	187	105	292
3	104.6±3.7	216	186	253	138	391
4	116.6±4.1	311	280	458	125	583
5	127.4±3.7	230	197	244	180	424
6	139.6±4.5	175	190	188	176	364
Σύνολο		1246	1125	1531	840	N= 2371

Μέσα Συλλογής Δεδομένων

Στα πλαίσια της έρευνας, χρησιμοποιήθηκε το διαγνωστικό εργαλείο MathPro Test (Τεστ Μαθηματικού Προφίλ και Δυσαριθμησίας) (Karagiannakis & Noël, submitted) με σκοπό τη στάθμισή του στην Ελλάδα. Πρόκειται για ένα ψηφιακό διαγνωστικό εργαλείο που καταγράφει τα αδύνατα και δυνατά σημεία των μαθητών, αξιολογεί τις μαθηματικές δεξιότητες των μαθητών και ανιχνεύει έγκαιρα τη δυσαριθμησία και τις μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά (Karagiannakis & Baccaglini-Frank, 2014. Karagiannakis & Cooreman, 2014. Karagiannakis, Baccaglini-Frank & Papadatos, 2014. Karagiannakis, Baccaglini-Frank & Roussos, 2017). Το μαθηματικό εργαλείο περιλαμβάνει 18 δραστηριότητες (https://public.mathpro.education/TestEn).

Αποτελέσματα

Προκειμένου να διερευνηθεί ο βαθμός και η κατεύθυνση της συσχέτισης των μεταβλητών μεταξύ τους, υπολογίσθηκαν αρχικά οι τιμές του συντελεστή Pearson r μεταξύ των δραστηριοτήτων της μαθηματικής μπαταρίας για κάθε τάξη. Έπειτα, για να απαντηθούν τα δύο πρώτα ερευνητικά ερωτήματα της εργασίας, διενεργήθηκαν παραγοντικές αναλύσεις κυρίων συνιστωσών (Principal Component Analysis) ανά τάξη. Επίσης, για την καταλληλότητα των δεδομένων, πραγματοποιήθηκαν δύο έλεγχοι. Ο πρώτος διεξήχθη μέσω του δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) και ο δεύτερος μέσω του ελέγχου σφαιρικότητας του Bartlett.

Για να ελεγχθεί εάν οι παράγοντες που εξήχθησαν σε κάθε τάξη είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους, υπολογίσθηκαν οι συντελεστές συσχέτισης του Pearson μεταξύ των παραγόντων. Οι τρεις συντελεστές συσχέτισης της Α', Β' και Δ' δημοτικού καθώς και της Γ'. Ε. και Στ' Δημοτικού ήταν όλοι στατιστικά σημαντικοί, σημειώνοντας όμως χαμηλές τιμές. Το γεγονός αυτό δείχνει πως οι παράγοντες που εξήχθησαν είναι μεταξύ τους ανεξάρτητοι. Τέλος, για τις διαφορές των παραγόντων ανά τάξη χρησιμοποιήθηκε περιγραφική αναφορά.

Αποτελέσματα ανά Τάξη

Στην Α' δημοτικού βρέθηκαν 3 παράγοντες. Οι μεταβλητές που συγκεντρώνουν τα ίδια στοιχεία στον πρώτο παράγοντα είναι ο προηγούμενος αριθμός, ο επόμενος αριθμός, η σύγκριση μονοψήφιων αριθμών, η άμεση εκτίμηση κουκίδων και η υπαγόρευση αριθμών. Στο δεύτερο παράγοντα φορτώνουν οι μεταβλητές τετράγωνα, κύβοι, απαρίθμηση και ανάκληση αθροισμάτων, ενώ στον τρίτο παράγοντα φορτώνει μόνο η μεταβλητή σύγκριση κουκίδων.

Στη Β' δημοτικού ο πρώτος παράγοντας συμπεριλαμβάνει τις δραστηριότητες απαρίθμηση, άμεση εκτίμηση κουκίδων, προηγούμενο αριθμό, ανάκληση αθροισμάτων και επόμενο αριθμό. Ο δεύτερος περιλαμβάνει τη σύγκριση μονοψήφιων αριθμών, τη σύγκριση πολυψήφιων αριθμών, την υπαγόρευση αριθμών και τη σύγκριση κουκίδων και ο τρίτος τους κύβους, τα τετράγωνα, τις αριθμογραμμές 0-100 και τα αριθμητικά μοτίβα.

Στη Γ' δημοτικού, ο παράγοντας ένα αποτελείται από τις δραστηριότητες νοεροί υπολογισμοί, αριθμητικά μοτίβα, λεκτικά προβλήματα, αριθμογραμμές 0-100, ανάκληση γινομένων, τετράγωνα και κύβοι.. Στον δεύτερο παράγοντα βρίσκονται οι δραστηριότητες επόμενος αριθμός, προηγούμενος αριθμός, υπαγόρευση αριθμών και σύγκριση πολυψήφιων. Οι δραστηριότητες απαρίθμηση, άμεση εκτίμηση κουκίδων, και ανάκληση αθροισμάτων φορτώνουν στον τρίτο παράγοντα. Στον τέταρτο παράγοντα βρέθηκε να συσχετίζονται καλά οι δραστηριότητες σύγκριση μονοψήφιων αριθμών και σύγκριση κουκίδων.

Ο πρώτος παράγοντας στην Δ' δημοτικού έχει υψηλές τιμές παραγοντικών φορτίων στις μεταβλητές νοεροί υπολογισμοί, αρχές αριθμητικής, λεκτικά προβλήματα, αριθμητικά μοτίβα, αριθμογραμμές 0-1000, τετράγωνα, αριθμογραμμές 0-100, σύγκριση πολυψήφιων αριθμών και κύβοι. Στο δεύτερο παράγοντα συμπεριλαμβάνονται οι δραστηριότητες απαρίθμηση, ανάκληση αθροισμάτων, προηγούμενος αριθμός, ανάκληση γινομένων, άμεση εκτίμηση κουκίδων και υπαγόρευση αριθμών, ενώ στον τρίτο η σύγκριση κουκίδων, ο επόμενος αριθμός και η σύγκριση μονοψήφιων αριθμών.

Σημαντικές παραγοντικές φορτίσεις που κατατάσσουν τις μεταβλητές στον πρώτο παράγοντα για την Ε' δημοτικού έχουν τα λεκτικά προβλήματα, οι αριθμογραμμές 0-1000, οι νοεροί υπολογισμοί, τα αριθμητικά μοτίβα, οι

αριθμογραμμές 0-100, οι αρχές αριθμητικής, οι κύβοι, τα τετράγωνα, η σύγκριση πολυψήφιων αριθμών και η ανάκληση γινομένων. Στο δεύτερο παράγοντα οι παραγοντικές φορτίσεις κατατάσσουν τις μεταβλητές επόμενο αριθμό, προηγούμενο αριθμό και υπαγόρευση αριθμών. Στον τρίτο παράγοντα παρατηρούνται υψηλές παραγοντικές φορτίσεις στις μεταβλητές απαρίθμηση, ανάκληση αθροισμάτων και άμεση εκτίμηση κουκίδων. Τέλος, η μεταβλητή σύγκριση μονοψήφιων αριθμών και σύγκριση κουκίδων φορτώνουν στον τέταρτο παράγοντα.

Τα λεκτικά προβλήματα, οι αριθμογραμμές 0-1000, τα αριθμητικά μοτίβα, οι νοεροί υπολογισμοί, οι αρχές αριθμητικής, η σύγκριση πολυψήφιων αριθμών, οι αριθμογραμμές 0-100, τα τετράγωνα, οι κύβοι, η ανάκληση γινομένων και η σύγκριση κουκίδων έχουν παραγοντικές φορτίσεις στον πρώτο παράγοντα για την Στ' δημοτικού. Σημαντικές παραγοντικές φορτίσεις έχουν η ανάκληση αθροισμάτων, η απαρίθμηση και η άμεση εκτίμηση κουκίδων στο δεύτερο παράγοντα. Στον τρίτο παράγοντα «φορτώνουν» οι δραστηριότητες υπαγόρευση αριθμών, ο επόμενος αριθμός και ο προηγούμενος αριθμός, ενώ στον τέταρτο παράγοντα τοποθετείται μόνο η μεταβλητή σύγκριση μονοψήφιων αριθμών.

Συνολικά Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα από τους παράγοντες που εξήχθησαν κατά την παραγοντική ανάλυση έδειξαν ότι αυτοί διαφέρουν ανά σχολική τάξη. Με άλλα λόγια, στην πρώτη, δευτέρα και τετάρτη δημοτικού οι παράγοντες που προέκυψαν είναι τρεις (3) ενώ στην τρίτη, πέμπτη και έκτη δημοτικού τέσσερις (4), με διαφορετικές παραγοντικές φορτίσεις των μεταβλητών σε κάθε παράγοντα κάθε τάξης. Παρατηρώντας τους πίνακες των μεγάλων τάξεων, διαφαίνεται πως οι βαθμολογίες στις αριθμογραμμές 0-100 και 0-1000 έχουν αρνητικό πρόσημο. Δεδομένου πως η βαθμολογία ισούται με την απόλυτη τιμή της διαφοράς μεταξύ της εκτίμησης του μαθητή και της πραγματικής θέσης του αριθμού πάνω στην αριθμογραμμή, πρόκειται στην ουσία για θετικές συσχετίσεις με τις υπόλοιπες μεταβλητές του παράγοντα στον οποίο φορτώνουν. Τέλος, μια γενική παρατήρηση στις παραγοντικές φορτίσεις των μεταβλητών στους παράγοντες, δείχνει πως οι δραστηριότητες δεν επιβάρυναν εν μέρει τα αναμενόμενα, από τη θεωρία του μοντέλου, στοιχεία. Δηλαδή, για το συγκεκριμένο πληθυσμό, τα ευρήματα έδειξαν σημαντικές διαφοροποιήσεις μεταξύ των παραγόντων κάθε τάξης. Από τα συνολικά αποτελέσματα των παραγοντικών αναλύσεων, προκύπτει πως υπάρχουν στατιστικά σημαντικές συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών του εργαλείου σε κάθε τάξη του δημοτικού ($p<0,05$),

Συζήτηση

Κατανομή και Διαφορές Παραγόντων Ανά Τάξη

Σε γενικές γραμμές, βρέθηκε πως σε κάθε τάξη του δημοτικού με το συγκεκριμένο δείγμα, ο αριθμός των παραγόντων αλλά και των φορτίσεων των μεταβλητών στους παράγοντες διαφέρει. Οι παράγοντες που εξάγονται σε κάθε τάξη ακολουθούν μια διαβάθμιση της εκμάθησης των μαθηματικών στο εκπαιδευτικό σύστημα. Δηλαδή, οι πρώτοι παράγοντες των μικρών τάξεων (Α' και Β') αφορούν τομείς της έννοιας αριθμού και της μνήμης, ενώ οι μεγαλύτερες τάξεις (Γ'-Στ') τομείς της αριθμητικής και της οπτικο-χωρικής συλλογιστικής. Αυτό θα μπορούσε να εξηγηθεί από το γεγονός πως η μαθηματική διδασκαλία στις μικρότερες τάξεις επικεντρώνεται στις βασικές αριθμητικές δεξιότητες και μετά επεκτείνεται σε δεξιότητες αριθμητικού και οπτικο-χωρικού συλλογισμού,

όπου είναι σε θέση οι μαθητές να κατανοήσουν. Εξαιρετικά ενδιαφέρον δείχνει να είναι η υψηλή συσχέτιση που είχαν οι δραστηριότητες αριθμογραμμές 0-100 και 0-1000 τόσο μεταξύ τους όσο και με τις υπόλοιπες δραστηριότητες. Παρά το αρνητικό πρόσημο που έχουν, οι ενδοσυνάφειες δεν είναι αρνητικές και εξηγούνται από το γεγονός πως όσο μικρότερη είναι η βαθμολογία, τόσο υψηλότερη είναι η επίδοση σε αυτές. Τελικά, οι δραστηριότητες κύβοι, τετράγωνα και αριθμογραμμές δεν εδράζονται στον τομέα της οπτικο-χωρικής αλλά σε ένα ανεξάρτητο τομέα που θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως οπτικο-χωρική συλλογιστική. Σε αυτό τον τομέα φάνηκε να εντάσσεται και η δραστηριότητα αριθμογραμμές 0-1000 από τη Δ' έως την Στ' δημοτικού. Τέλος, οι νοεροί υπολογισμοί δεν φόρτωσαν τελικά στον τομέα της μνήμης αλλά της συλλογιστικής, πιθανόν λόγω συλλογισμών που απαιτούν οι υπολογισμοί.

Επομένως, οι κύριες διαφορές των παραγόντων παρατηρούνται στις διαφορετικές μεταβλητές που συσχετίζονται μεταξύ τους και φορτώνουν σε κάθε παράγοντα, στον διαφορετικό αριθμό των παραγόντων που εξήχθησαν, αλλά και στους διαφορετικούς ανεξάρτητους υποτύπους που προέκυψαν. Από την άλλη μεριά, παρατηρήθηκε πως ο οπτικο-χωρικός τομέας δεν εντοπίστηκε μόνος του, παρά η αριθμητική και η οπτικο-χωρική συλλογιστική.

Συνοψίζοντας, η πειραματική αυτή μπαταρία, που στηρίζεται στο μοντέλο τεσσάρων διαστάσεων ταξινόμησης των μαθηματικών μαθησιακών δυσκολιών, αποτελεί ένα σημαντικό εργαλείο για την έγκαιρη ανίχνευση δυσκολιών στην εκμάθηση των μαθηματικών. Το παρόν μαθηματικό τεστ αξιολόγησης, με βάση τον υπολογιστή, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παρέχει και να περιγράψει ένα μαθηματικό προφίλ μάθησης για κάθε μαθητή. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων που έγιναν στην παρούσα έρευνα, έδειξαν διαφοροποιήσεις μεταξύ των παραγόντων ανά τάξη. Εν κατακλείδι, αυτά τα ευρήματα υποστηρίζουν την υπόθεση πως οι μαθηματικές μαθησιακές δυσκολίες έχουν πολλαπλές προελεύσεις και μπορούν να εμπλέκονται σε πολλούς διαφορετικούς γνωστικούς τομείς ανά τάξη, τουλάχιστον στο συγκεκριμένο πληθυσμό.

Περιορισμοί και Προτάσεις

Δραστηριότητες της πρώτης τάξης (αριθμογραμμές 0-100, αριθμητικά μοτίβα), της δευτέρας (νοεροί υπολογισμοί, λεκτικά προβλήματα, αρχές αριθμητικής) και της τρίτης (αρχές αριθμητικής) δεν συμπεριλήφθηκαν στην παραγοντική ανάλυση, λόγω τεχνικών προβλημάτων. Δεν εξετάστηκαν τα δημογραφικά στοιχεία των μαθητών ούτε και υπολογίστηκε ο χρόνος αντίδρασης στις δραστηριότητες.

Παρά τους περιορισμούς, η παρούσα έρευνα ίσως να αποτελεί μια ευκαιρία για μελλοντικές προεκτάσεις. Θα μπορούσαν να εμπλουτιστούν οι δοκιμασίες του εργαλείου με άλλους γνωστικούς - μαθηματικούς τομείς και δεξιότητες. Επιπλέον, η σύγκριση των επιδόσεων των μαθητών ανάμεσα στις δοκιμασίες του μαθηματικού εργαλείου και των δοκιμασιών που θέτουν οι εκπαιδευτικοί σε εξατομικευμένα προγράμματα, θα μπορούσε να αποτελέσει ένα ερευνητικό στόχο. Συνεχίζοντας, σε επίπεδο διαχρονικής μελέτης, ενδεχομένως να μπορούσαν να μελετηθούν οι πιθανές εξελίξεις των μαθητών μέσω του εργαλείου, για να δούμε αν και κατά πόσο έχουν αλλάξει τα ατομικά μαθηματικά προφίλ τους. Ακόμα, στις μελλοντικές ερευνητικές προτάσεις θα μπορούσε να επιχειρηθεί η προσθήκη ψυχομετρικών εργαλείων, για ένα πληρέστερο γνωστικό μαθηματικό προφίλ κάθε μαθητή. Τέλος, προτείνεται η εξέταση των δημογραφικών στοιχείων καθώς και η διερεύνηση της κατανομής των

παραγόντων ανά τάξη σε διαφορετικά δείγματα πληθυσμού ή και σε δείγματα άλλων χωρών.

Βιβλιογραφία

Ancker, J. S., & Kaufman, D. (2007). Rethinking health numeracy: A multidisciplinary literature review. *Journal of the American Medical Informatics Association, 14*, 713–721.

Andersson, U., & Östergren, R. (2012). Number magnitude processing and basic cognitive functions in children with mathematical learning disabilities. *Learning and Individual Differences, 22*(6), 701–714.

Bugden, S., DeWind, N. K., & Brannon, E. M. (2016). Using cognitive training studies to unravel the mechanisms by which the approximate number system supports symbolic math ability. *Current opinion in behavioral sciences, 10*, 73-80.

Butterworth, B., & Laurillard, D. (2010). Low numeracy and dyscalculia: Identification and intervention. *ZDM, 42*(6), 527–539.

Desoete, A. (2007). Students with mathematical disabilities in Belgium: from definition, classification and assessment to STICORDI devices. *Advances in Learning and Behavioral Disabilities. 20*, 121-221.

Dowker, A. (2007). What can intervention tell us about arithmetical difficulties. *Educational and Child Psychology, 24*(2), 64-82.

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., . . . Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology, 43*, 1428–1446.

Estrada, C. A., Martin-Hryniewicz, M., Peek, B. T., Collins, C., & Byrd, J. C. (2004). Literacy and numeracy skills and anticoagulation control. *The American Journal of the Medical Sciences, 328*, 88-93.

Fletcher, J. M., Lyon, G. R., Fuchs, L. S., & Barnes, M. A. (2007). *Learning disabilities: From identification to intervention*. New York, NY: Guilford Press.

Geary, D. C. (1994). *Children's mathematical development: Research and practical applications*. Washington, DC: American Psycho-logical Association.

Geary, D.C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 37*, 4–15.

Hyde, D. C. (2011). Two systems of non-symbolic numerical cognition. *Frontiers in Human Neuroscience, 5*, 150.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Nabors Oláh, L., & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child development, 77*(1), 153-175.

Karagiannakis, G., & Baccaglini-Frank, A. (2014). The DeDiMa battery: a tool for identifying students' mathematical learning profiles. *Health Psychology Review, 2*(4), 291-297.

Karagiannakis, G., & Cooreman, A. (2014). Focused intervention based on a classification MLD model. In S. Chinn (Ed.), *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (pp. 265–276). London: Routledge.

Karagiannakis, G., Baccaglini-Frank, A., & Papadatos, Y. (2014). Mathematical learning difficulties subtypes classification. *Frontiers in Human Neuroscience, 8*(57), 1-5.

Karagiannakis, G. N., Baccaglini-Frank, A. E., & Roussos, P. (2017). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model

classifying mathematical skills. *Australian Journal of Learning Difficulties*, *21*(2), 115-141.

Kaufmann, L., Mazzocco, M. M., Dowker, A., von Aster, M., Goebel, S., Grabner, R., ... & Rubinsten, O. (2013). Dyscalculia from a developmental and differential perspective. *Frontiers in Psychology*, *4*, 516.

Lanfranchi, S., Lucangeli, D., Jerman, O., & Swanson, H. L. (2008). Math disabilities: Italian and US perspectives. *Advances in Learning and Behavioral Disabilities*, *21*, 277-308.

Lewis, K. E., & Fisher, M. B. (2016). Taking stock of 40 years of research on mathematical learning disability: Methodological issues and future directions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *47*(4), 338-371.

Piazza, M. (2010). Neurocognitive start-up tools for symbolic number representations. *Trends in Cognitive Sci*ences, *14*, 542–551.

Ritchie, S. J., & Bates, T. C. (2013). Enduring links from childhood mathematics and reading achievement to adult socioeconomic status. *Psychological Science*, *24*, 1301–1308.

Rousselle, L., & Noël, M. P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, *102*(3), 361-395.

Rubinsten, O., & Henik, A. (2009). Developmental dyscalculia: heterogeneity might not mean different mechanisms. *Trends in Cognitive Sciences*, *13*, 92–99.

Schwenk, C., Sasanguie, D., Kuhn, J. T., Kempe, S., Doebler, P., & Holling, H. (2017). (Non-) symbolic magnitude processing in children with mathematical difficulties: A meta-analysis. *Research in developmental disabilities*, *64*, 152-167.

Szardenings, C., Kuhn, J. T., Ranger, J., & Holling, H. (2018). A Diffusion Model Analysis of Magnitude Comparison in Children with and without Dyscalculia: Care of Response and Ability Are Related to Both Mathematical Achievement and Stimuli. *Frontiers in psychology*, *8*, 1615.

Szűcs, D. (2016). Subtypes and co-morbidity in mathematical learning disabilities: Multi-dimensional study of verbal and visual memory processes is key to understanding. *Progress in Brain Research*, 227, 277–304.

Szűcs, D., & Goswami, U. (2013). Developmental dyscalculia: Fresh perspectives. *Trends in Neuroscience and Education*, 2, 33–37.

Thompson, J. M., Nuerk, H. C., Moeller, K., & Kadosh, R. C. (2013). The link between mental rotation ability and basic numerical representations. *Acta psychologica*, *144*(2), 324-331.

van der Ven, S. H., van der Maas, H. L., Straatemeier, M., & Jansen, B. R. (2013). Visuospatial working memory and mathematical ability at different ages throughout primary school. *Learning and Individual Differences*, *27*, 182-192.

Van Luit, J. E. H., & Toll, S. W. M. (2018). Associative cognitive factors of math problems in students diagnosed with developmental dyscalculia. *Frontiers in psychology*, *9*, *1907*.

Wilson, A. J., & Dehaene, S. (2007). Number sense and developmental dyscalculia. *Human behavior, learning, and the developing brain: Atypical development*, *2*, 212-237.