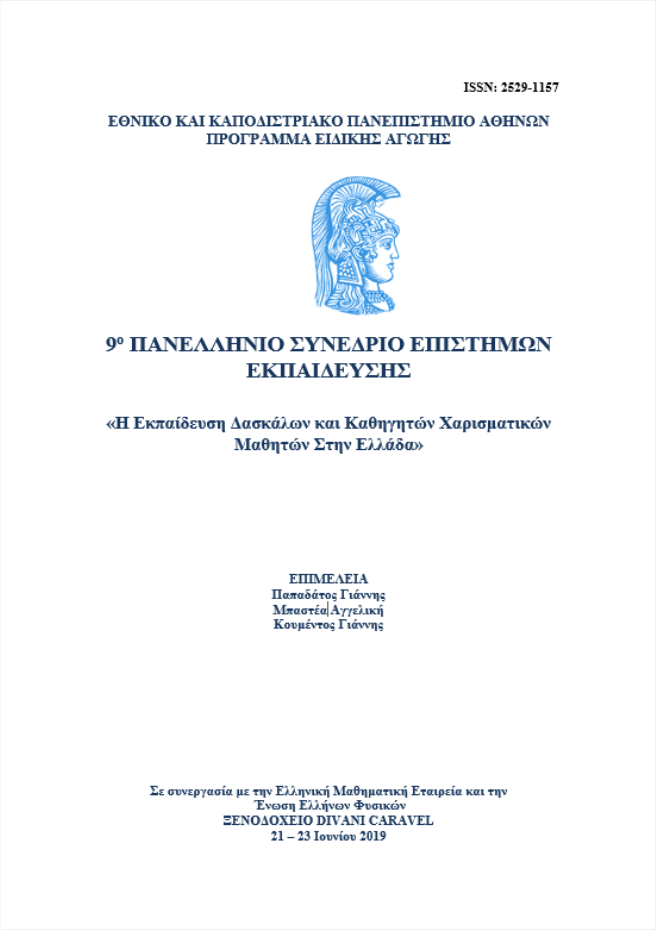
ePublishing
ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗΣ
NATIONAL DOCUMENTATION CENTRE

Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης

Τόμ. 9 (2019)

9ο ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ


ISSN: 2529-1157

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ

9ο ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

«Η Εκπαίδευση Δασκάλων και Καθηγητών Χαρισματικών Μαθητών Στην Ελλάδα»

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ
Παπαδάτος Γιάννης
Μπαστέα|Αγγελική
Κουμέντος Γιάννης

Σε συνεργασία με την Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία και την Ένωση Ελλήνων Φυσικών
ΞΕΝΟΔΟΧΕΙΟ DIVANI CARAVEL
21 – 23 Ιουνίου 2019

Διερεύνηση της επίδοσης στα κλάσματα μαθητών Ε΄& Στ΄ δημοτικού με δυσκολίες στα μαθηματικά ή/και στην ανάγνωση

Ελένη Καντεμνίδη, Γιάννης Καραγιαννάκης, Ευαγγελία Γαλανάκη

doi: 10.12681/edusc.3119

Βιβλιογραφική αναφορά:

Καντεμνίδη Ε., Καραγιαννάκης Γ., & Γαλανάκη Ε. (2020). Διερεύνηση της επίδοσης στα κλάσματα μαθητών Ε΄& Στ΄ δημοτικού με δυσκολίες στα μαθηματικά ή/και στην ανάγνωση. *Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης*, *9*, 211–224. https://doi.org/10.12681/edusc.3119

Διερεύνηση της επίδοσης στα κλάσματα μαθητών Ε΄& Στ΄ δημοτικού με δυσκολίες στα μαθηματικά ή/και στην ανάγνωση

Ελένη Καντεμνίδη

Εκπαιδευτικός ΠΕ, Μεταπτυχιακό στην Εφαρμοσμένη Ψυχολογία στην Εκπαίδευση

elena_k1992@hotmail.com

Γιάννης Καραγιαννάκης

Τμήμα Ψυχολογίας ΕΚΠΑ

G.Karagiannakis@primedu.uoa.gr

Ευαγγελία Γαλανάκη

ΠΤΔΕ ΕΚΠΑ

egalanaki@primedu.uoa.gr

Περίληψη

Οι υπάρχουσες έρευνες αναδεικνύουν ότι πολλοί μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες στα κλάσματα εξαιτίας της σύνθετης έννοιας αυτών καθώς και των λανθασμένων στρατηγικών που χρησιμοποιούν για τη διαχείριση τους. Σύμφωνα με σύγχρονα ερευνητικά ευρήματα, φαίνεται πως τόσο η εννοιολογική όσο και η διαδικαστική γνώση των κλασμάτων είναι απαραίτητες για τη μαθηματική ικανότητα. Στόχος της παρούσας μελέτης αποτελεί η ανάδειξη της ύπαρξης ή μη διαφοροποίησης στην επίδοση στα κλάσματα ολικά, εννοιολογικά και διαδικαστικά μεταξύ παιδιών με και χωρίς δυσκολίες στα μαθηματικά ή την ανάγνωση. Για τους σκοπούς της έρευνας χρησιμοποιήθηκε το MathPro test το οποίο αξιολογεί μαθηματικές δεξιότητες στους τομείς: επίγνωσης αριθμού, μνήμης, οπτικο-χωρικό και συλλογιστικής, ένα τεστ κλασμάτων που αξιολογεί την εννοιολογική και τη διαδικαστική γνώση, ένα ερωτηματολόγιο αξιολόγησης της επίδοσης στα μαθηματικά και την ανάγνωση από το δάσκαλο της τάξης και ένα τεστ αναγνωστικής ευχέρειας. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά ή την ανάγνωση σημείωσαν στατιστικά σημαντικά χαμηλότερη επίδοση στα κλάσματα συνολικά, αλλά και επιμέρους στη διαδικαστική και εννοιολογική γνώση των κλασμάτων. Οπότε, προκύπτει η ανάγκη καλλιέργειας των δεξιοτήτων που απαιτούνται για τη διαχείριση κλασματικών αριθμών με σκοπό να αντιμετωπίσουν τις εν λόγω δυσκολίες οι μαθητές.

Λέξεις-Κλειδιά

Μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά; κλάσματα; εννοιολογική γνώση; διαδικαστική γνώση; αναγνωστική ικανότητα; δεξιότητες

Abstract

Most resent research shows that many students face difficulties in fractions because of their complexity and the wrong strategies that they use to manage them. According to recent research findings, it seems that both conceptual and procedural knowledge of

fractions are necessary for mathematical competence. The aim of this study is to highlight if there is or not difference in performance in fractions as a whole, and partial in conceptual and procedural knowledge of fractions of children with and without difficulties in mathematics or reading. For the purposes of the research, the MathPro test has been used to evaluate mathematical skills in the areas of number awareness, memory, visual-spatial and reasoning, a fractional test that evaluates conceptual and procedural knowledge, a questionnaire in which the mathematical and reading performance of students is evaluated by the class teacher and a test that evaluates the ability of reading. The results showed that students with math or reading difficulties had statistically significantly lower performance in the fractions as a whole, but also, partial in the procedural and conceptual knowledge of fractions. So, there is the need to develop the skills required to manage fractional numbers in order for students to face these difficulties.

Keywords
Learning difficulties in mathematics; fractions; conceptual knowledge; procedural knowledge; reading ability; skills

Δυσκολίες στα κλάσματα: Σύγχρονα αποτελέσματα

Τα κλάσματα είναι ένα απαιτητικό κομμάτι των μαθηματικών τόσο για τους μαθητές που καλούνται να τα καταλάβουν όσο και για τους δασκάλους που καλούνται να τα διδάξουν (Lamon, 2007· Μαγκλάρα & Αργυρόπουλος, 2016).

Αποτελέσματα ερευνών καθιστούν σαφές ότι δυσκολίες στα κλάσματα αντιμετωπίζουν μαθητές σε όλο τον κόσμο και μάλιστα, πολλές φορές ο μέσος όρος των μαθητών δεν καταφέρνει να έχει στοιχειώδη γνώση των κλασμάτων (Fazio & Siegler, 2015). Μια έρευνα που έγινε το 2004 σε πολλά σχολεία της Αμερικής αποδεικνύει αυτό το γεγονός, καθώς σε ένα τεστ κλασμάτων που δόθησε σε μαθητές Β΄ Γυμνασίου στα πλαίσια της αξιολόγησης της εκπαιδευτικής τους προόδου, μόνο το 50% αυτών κατάφερε να βάλει στη σωστή σειρά τρία κλάσματα από το μικρότερο στο μεγαλύτερο. Ακόμα, στην Κίνα και στην Ιαπωνία αν και καταφέρνουν να έχουν μια καλή εννοιολογική κατανόηση των κλασμάτων, ωστόσο συνεχίζουν να τα θεωρούν δύσκολα (Fazio & Siegler, 2015· Tian & Siegler, 2016).

Αντίστοιχα αποτελέσματα προέκυψαν και από μια έρευνα που έγινε το 2008 σε μαθητές της Στ΄ τάξης, όπου μόνο το 59% αυτών κατάφερε να βάλει δέκα κλάσματα στη σωστή σειρά (Mazzocco & Devlin, 2008). Άλλες έρευνες αποδεικνύουν ότι δυσκολίες στα κλάσματα δεν έχουν μόνο τα παιδιά αλλά και οι ενήλικες. Μελέτη έδειξε ότι το 77% του δείγματος 1643 φοιτητών απέτυχαν στην αναγνώριση του μεγαλύτερου από τέσσερα κλάσματα (Stigler, Givvin, & Thompson, 2010, ό.α. στο Tian & Siegler, 2017).

Συμπερασματικά, διαπιστώνεται ότι δυσκολίες στα κλάσματα αντιμετωπίζει πλήθος μαθητών και ως εκ τούτου κρίνεται αναγκαία η αντιμετώπιση τους.

Υποθέσεις προέλευσης δυσκολιών στα κλάσματα

Εξαιτίας του γεγονότος ότι πολλοί μαθητές κάθε ηλικίας αντιμετωπίζουν δυσκολίες με τους κλασματικούς αριθμούς, οι ερευνητές κάνουν προσπάθειες να εξηγήσουν από που πηγάζουν αυτές οι δυσκολίες.

Μια πρώτη εξήγηση αποδίδει τις δυσκολίες στο ότι τα κλάσματα εμπεριέχουν πολλές επιμέρους έννοιες που δύσκολα γίνονται αντιληπτές από τους μαθητές, όπως

είναι οι εξής: μέρος-όλο, πηλίκο, μέτρο, αναλογία και τελεστής (Fronger, Tran & Elliott, 2015· Ορφανός, 2003).

Οι Siegler & Pyke (2013) εξηγούν τα λάθη στα κλάσματα ως αποτέλεσμα χρήσης λάθος στρατηγικών από τα παιδιά. Πρόκειται για τη στρατηγική ανεξάρτητου ακεραίου αριθμού και τη στρατηγική λανθασμένης εκτέλεσης πράξης στα κλάσματα. Κατά την πρώτη οι μαθητές εκτελούν τις πράξεις ξεχωριστά για τους αριθμητές και ξεχωριστά για τους παρονομαστές σε περιπτώσεις που δεν θα έπρεπε, όπως είναι στην πρόσθεση κλασμάτων. Κατά τη δεύτερη στρατηγική οι μαθητές κάνουν κάποιες λάθος πράξεις σε δοκιμασίες με κλάσματα, διότι γενικεύουν τον τρόπο με τον οποίο εκτελείται μια πράξη και τον εφαρμόζουν λανθασμένα σε μια άλλη.

Οι Fazio & Siegler (2015) αναφέρουν ότι πολλές φορές τα παιδιά κάνουν λάθη στα κλάσματα καθώς δυσκολεύονται να αντιληφθούν ότι πολλές ιδιότητες που είχαν μάθει ότι ίσχυαν για τους ακεραίους, δεν ισχύουν στην περίπτωση των κλασματικών αριθμών (Fazio & Siegler, 2015· Lortie-Forgues, Tian, & Siegler, 2015). Για παράδειγμα, κατά τον πολλαπλασιασμό των κλασμάτων δεν οδηγούμαστε πάντα σε ένα αποτέλεσμα μεγαλύτερο από τους παράγοντες (Prediger, 2008).

Ακόμα, σύμφωνα με τους ίδιους ερευνητές, η τακτική των δασκάλων να τονίζουν ότι το κλάσμα είναι μέρος του όλου μπορεί να οδηγήσει σε σύγχυση τους μαθητές που καταλήγουν στο να μην αντιλαμβάνονται ότι και τα κλάσματα είναι αριθμοί με μεγέθη που μπορούν να αναπαρασταθούν σε αριθμογραμμή (Booth, Newton, & Twiss-Garrity, 2014) και γι' αυτό μπορούν να συγκριθούν ή να είναι ισοδύναμα. Μάλιστα, τα παιδιά που καταλαβαίνουν μόνο την προσέγγιση μέρους-όλου, συχνά κάνουν λάθη και δεν αντιλαμβάνονται τα καταχρηστικά κλάσματα, λέγοντας για παράδειγμα ότι τα 4/3 δεν είναι αριθμός επειδή σε ένα άτομο δεν μπορούν να δοθούν τέσσερα τμήματα από κάτι που είναι χωρισμένο σε τρία τμήματα. Ακόμα, πολλές φορές οδηγούνται σε λάθη κατά τη διαδικασία των πράξεων των κλασμάτων, όπως για παράδειγμα στην πρόσθεση όπου προσθέτουν αριθμητές και παρονομαστές και πάλι ο λόγος είναι επειδή δεν κατανοούν τα μεγέθη των κλασμάτων.

Σημασία εκμάθησης κλασματικών αριθμών και ρόλος της διδασκαλίας στην κλασματική επίδοση

Παρόλο που η εκμάθηση και η διδασκαλία των κλασμάτων αποτελούν ένα δύσκολο ζήτημα, κρίνεται αναγκαίο να ξεπεραστούν αυτές οι δυσκολίες για πολλούς λόγους.

Αρχικά, η διαχείριση των κλασματικών και των δεκαδικών αριθμών έχει φανεί ότι συνδέονται με υψηλές αμοιβές στην επαγγελματική πορεία του ατόμου (Murnane, Willett, Levy, 1995). Άρα, αποδεικνύεται ότι η γνώση αυτών επηρεάζει κατά κάποιον τρόπο την καριέρα. Ακόμα, πολλές εργασίες της καθημερινής ζωής, όπως τα σπορ και η μαγειρική εμπεριέχουν κλάσματα (Grossberg, 2018· Tian & Siegler, 2016), αλλά και πολλά άλλα γνωστικά αντικείμενα, όπως η φυσική και η βιολογία (Tian & Siegler, 2016).

Γενικά, έχει φανεί ότι η επάρκεια στα κλάσματα μπορεί να προβλέψει την μετέπειτα μαθηματική επιτυχία (στην άλγεβρα και τα προηγμένα μαθηματικά) (Jayanthi, Gersten, Taylor, Smolkowski, & Dimino, 2017), αλλά και τη γενικότερη, επιτυχία των παιδιών (Siegler, Fazio, Bailey, & Zhou, 2013· Tian & Siegler, 2016), οπότε η εκμάθηση των κλασμάτων είναι απαραίτητη.

Οι εκπαιδευτικοί είναι αυτοί, λοιπόν, που μπορούν να βοηθήσουν τα υποκείμενα και να κάνουν το καλύτερο δυνατό, ώστε οι μαθητές τους να αναπτύξουν τις δεξιότητες που είναι απαραίτητες για τη διαχείριση των κλασμάτων. Σύμφωνα με

τους Ni & Zhou (2005), η γνώση που έχουν οι μαθητές σχετικά με την κατάκτηση του αριθμού πριν τη σχολική ηλικία επηρεάζει σε μεγάλο και σημαντικό βαθμό την κατάκτηση εννοιών σχετικών με τον αριθμό. Ως εκ τούτου, ίσως χρειάζεται μεγαλύτερη διερεύνηση για το κατά πόσον θα ήταν αποτελεσματική η ταυτόχρονη εκμάθηση ακεραίων και κλασματικών αριθμών πριν την τρίτη τάξη, ώστε οι πρώτοι να μην αποτελέσουν τροχοπέδη στην εκμάθηση των δεύτερων. Σχετική με αυτό είναι και η ενοποιημένη θεωρία της ανάπτυξης του αριθμού κατά την οποία κατά την διδασκαλία πρέπει να επιτυγχάνεται η μάθηση των χαρακτηριστικών που ενώνουν και διαφοροποιούν όλους τους αριθμούς, ώστε οι μαθητές από την αρχή να αντιλαμβάνονται τις διαφορές ακεραίων με τα κλάσματα και να μην γενικεύουν λανθασμένα ιδιότητες που ισχύουν για τους ακεραίους εφαρμόζοντας τες στα κλάσματα (Siegler, Thompson, & Schneider, 2011).

Τέλος, κατά τη διάρκεια της ίδιας της διδασκαλίας οι εκπαιδευτικοί οφείλουν να χρησιμοποιούν μέσα και τρόπους που θα βοηθάνε τους μαθητές στην εκμάθηση των κλασμάτων. Για παράδειγμα, η οπτικοποίηση των κλασμάτων και η χρήση αναπαραστάσεων έχει φανεί ότι συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση αυτών (Παπαθεοδώρου, 2016). Επίσης, η κατανόηση των ποσοτήτων που αναπαριστούν τα κλάσματα σε αριθμογραμμές φαίνεται να σχετίζεται με επιτυχία σε σταθμισμένα τεστ. Οπότε, αντίστοιχοι μέθοδοι πρέπει να χρησιμοποιούνται για τη διδασκαλία (Tian & Siegler, 2017).

Εννοιολογική και διαδικαστική γνώση των κλασμάτων

Αυτή η διάκριση μεταξύ των δύο γνώσεων των κλασμάτων, εννοιολογικής και διαδικαστικής, ξεκίνησε από τον τομέα της Γνωστικής ψυχολογίας αλλά επεκτάθηκε και έγινε γνωστή στην εκπαίδευση από όπου και χρησιμοποιείται (Μπεμπένη, 2011). Οι Hecht & Vagi (2012) αναφέρουν ότι τα δυο αυτά διαφορετικά είδη γνώσεων είναι απαραίτητα για τη μαθηματική ικανότητα.

Αναφορικά με την εννοιολογική γνώση των κλασμάτων, πρόκειται για ένα είδος γνώσης που είναι αφηρημένο και αφορά την ουσία των μαθηματικών αρχών και τις σχέσεις μεταξύ τους (Hull & Miles, 2015· Khashan, 2014). Σ' αυτό το πλαίσιο οι έννοιες και οι σχέσεις μεταξύ τους είναι εξίσου σημαντικές. Επομένως, ο μαθητής κατανοεί όχι μέσω απλής απομνημόνευσης και ακολούθησης βημάτων, αλλά μέσω πραγματικής κατανόησης του εκάστοτε προβλήματος και της σχέσης αυτού με ευρύτερες μαθηματικές έννοιες (Παπαθεοδώρου, 2016). Έχοντας λοιπόν εννοιολογική κατανόηση των κλασμάτων, οι μαθητές είναι ικανοί να αντιλαμβάνονται τις αναπαραστάσεις του κλάσματος, να επιλέγουν τη σωστή λύση για ένα πρόβλημα, να κάνουν πολύπλοκες διασυνδέσεις με τη γνώση και να αφομοιώνουν τη γλώσσα που χρησιμοποιείται (Μπεμπένη, 2011).

Από την άλλη, η διαδικαστική γνώση των κλασμάτων αποτελείται από τα σύμβολα, τις συνθήκες και τις διαδικασίες που μπορούν να εφαρμοστούν ώστε να λυθεί μια μαθηματική άσκηση. Αναφέρεται μάλιστα, ότι η διαδικαστική γνώση έχει σημασία μόνο όταν σχετίζεται με ένα εννοιολογικό πλαίσιο (Khashan, 2014). Γενικά, η διαδικαστική γνώση μπορεί να οριστεί ως η εκτέλεση μιας καθορισμένης σειράς βημάτων που οδηγούν στη λύση συγκεκριμένων προβλημάτων. Αυτά τα βήματα ή οι διαδικασίες ονομάζονται αλγόριθμοι ή στρατηγικές. Πρόκειται για ένα είδος γνώσης που δεν απαιτεί κατανόηση από τον μαθητή καθώς το μόνο που έχει να κάνει είναι να εκτελέσει μια σειρά βημάτων (Παπαθεοδώρου, 2016). Ως αποτέλεσμα, πολλές φορές δεν μπορεί να προβεί σε αυτοδιόρθωση καθώς δεν μπορεί να εκτιμήσει την ορθότητα της λύσης αφού δεν υπάρχει κατανόηση.

Μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά (ΜΔΜ) και κλασματική γνώση

Απαιτείται η παράθεση του ορισμού των ΜΔΜ μιας και κατά την μελέτη οι μαθητές είχαν χωριστεί σύμφωνα με το κριτήριο των δυσκολιών στα μαθηματικά. Γενικά, ο όρος Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά χρησιμοποιείται για να περιγράψει έλλειμμα δεξιοτήτων στα μαθηματικά κυρίως στους τομείς της αριθμητικής και της λύσης αριθμητικών προβλημάτων. Όμως, εξαιτίας του ότι δεν υπάρχει συμφωνία μεταξύ των επιστημόνων για το ποια είναι τα κεντρικά χαρακρηριστικά των ΜΔΜ (Αγαλιώτης, 2011), αλλά και λόγω της μεγάλης ετερογένειας και συννοσηρότητας που χαρακτηρίζει τους μαθητές με ΜΔΜ (Bartelet, Ansari, Vaessen, & Blomert, 2014· Saxe, Gearhart, & Nasir, 2001· Szűcs & Goswami, 2013· Watson & Gable, 2013, in Karagiannakis, Baccaglini-Frank, & Roussos, 2017), οι επιστήμονες οδηγούνται στην πρόταση πολλαπλών μοντέλων με στόχο την εξήγηση των διαφορετικών υποτύπων των ΜΔΜ.

Πάντως, το DSM-V για τις δυσκολίες στα μαθηματικά χρησιμοποιεί τον όρο Ειδική μαθησιακή διαταραχή με ελλείμματα στα Μαθηματικά. Μάλιστα, για να έχει ένα παιδί αυτή τη διαταραχή προτείνεται να εντοπιστούν σ' αυτό δυσκολίες που σχετίζονται κυρίως με: την επίγνωση αριθμού, την εκτέλεση υπολογισμών με αριθμούς με ευχέρεια και ακρίβεια και την ικανότητα μαθηματικών συλλογισμών με ακρίβεια. Για να διαγνωστεί τελικά ένας μαθητής με Ειδική Μαθησιακή Διαταραχή στα μαθηματικά είναι προϋπόθεση να μελετηθούν πολλαπλές γνωστικές δεξιότητες (American Psychiatric Association-APA, 2013).

Σύμφωνα με τους Mazzocco & Devlin (2008), μαθητές με ΜΔΜ φαίνεται να παρουσιάζουν χαμηλότερη επίδοση στα κλάσματα τόσο σε σχέση με μαθητές με χαμηλή επίδοση στα κλάσματα, όσο και με μαθητές τυπικής ανάπτυξης. Μάλιστα, οι μαθητές με ΜΔΜ χρησιμοποιούν συχνότερα από μαθητές τυπικής ανάπτυξης λανθασμένες στρατηγικές (Siegler & Pyke, 2013) και φαίνεται να σημειώνουν μικρότερη πρόοδο με την πάροδο του χρόνου (Tian & Siegler, 2017).

Δυσκολίες στην ανάγνωση

Σύμφωνα με τους Παντελιάδου & Αντωνίου (2008) ως αναγνωστική ευχέρεια ορίζεται «η ικανότητα ανάγνωσης των λέξεων με ακρίβεια, έκφραση και προσωδία. Το να μπορεί δηλαδή το άτομο να διαβάζει ένα κείμενο αυτόματα, γρήγορα και ομαλά χωρίς να καταβάλει προσπάθεια και έχοντας χαμηλή επικέντρωση προσοχής στην αποκωδικοποίηση».

Σύμφωνα με τη θεωρία της επεξεργασίας πληροφοριών, όταν εκτελείται μια σύνθετη εργασία πρέπει να υπάρξει συγχρονισμός πολλών εργασιών σε σύντομο χρονικό διάστημα (LaBerge & Samuels, 1974, στο Αντωνίου, 2008). Για την επιτυχή ολοκλήρωση της εργασίας είναι απαραίτητο οι διεργασίες να έχουν αυτοματοποιηθεί και να γίνονται γρήγορα. Άρα, για να γίνει με επιτυχία η αναγνωστική κατανόηση των μαθητών πρέπει να γίνει με ευχέρεια η αποκωδικοποίηση, ώστε να μειώνονται και τα λάθη. Γι' αυτό, η ευχέρεια είναι μεγάλης σημασίας και μπορεί να αναδείξει, η μη ύπαρξη της, ότι το παιδί έχει αναγνωστικές δυσκολίες. Ειδικά στις τάξεις του Δημοτικού (από τις οποίες προέρχονται και οι συμμετέχοντες της παρούσας έρευνας), υπάρχει μεγαλύτερη επίδοση στην εξέλιξη της αναγνωστικής ευχέρειας, οπότε φαίνεται πως υπάρχει και μεγαλύτερη σχέση μεταξύ ευχέρειας και αποκωδικοποίησης (Αντωνίου, 2008).

Γι' αυτό τον λόγο ένα από τα τεστ που χρησιμοποιήθηκαν στη συγκεκριμένη έρευνα εξέταζε κατά πόσον οι μαθητές είχαν ευχέρεια στην ανάγνωση.

Σκοπός και Ερευνητικά Ερωτήματα

Ο σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας ήταν να αναδείξει την ύπαρξη ή μη διαφοροποίησης στην επίδοση στα κλάσματα ολικά, εννοιολογικά και διαδικαστικά μεταξύ παιδιών με και χωρίς δυσκολίες στα μαθηματικά ή την ανάγνωση. Οι μαθητές φοιτούσαν στην Ε΄ και Στ΄ Δημοτικού σε σχολεία της Αττικής

Τα ερευνητικά ερωτήματα της μελέτης ήταν:

- Διαφοροποιείται η επίδοση στα κλάσματα μεταξύ των παιδιών με και χωρίς δυσκολίες στα μαθηματικά, ολικά, εννοιολογικά και διαδικαστικά; Αν ναι, με ποιον τρόπο;
- Διαφοροποιείται η επίδοση στα κλάσματα μεταξύ των παιδιών με χαμηλή και καλή αναγνωστική ευχέρεια, ολικά, εννοιολογικά και διαδικαστικά; Αν ναι, με ποιον τρόπο;

Μέθοδος

Συμμετέχοντες

Στη συγκεκριμένη μελέτη πήραν μέρος 156 μαθητές (80 κορίτσια και 76 αγόρια) που φοιτούσαν στην πέμπτη και έκτη Δημοτικού σε γενικά Δημόσια Δημοτικά σχολεία του νομού Αττικής το σχολικό έτος 2017-2018. Συγκεκριμένα, από τα 156 παιδιά τα 76 φοιτούσαν στην πέμπτη δημοτικού και τα 80 στην έκτη. Τα παιδιά ήταν χρονολογικής ηλικίας εύρους 9,91-12,25 ετών.

Μέσα Συλλογής Δεδομένων

Mathematical Profile & Dyscalculia test (MathPro test). Το συγκεκριμένο εργαλείο αναπτύχθηκε από τους Karagiannakis και Noël (υπό δημοσίευση), με σκοπό την ταυτοποίηση των βασικών χαρακτηριστικών μαθητών με δυσκολίες στα μαθηματικά. Είναι ένα διαδικτυακό εργαλείο σε υπολογιστή που περιλαμβάνει 19 δραστηριότητες μέσω των οποίων προκύπτουν τα μαθηματικά προφίλ των παιδιών και φαίνεται αν έχουν μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά ή δυσαριθμησία. Οι δραστηριότητες μετράνε τις δεξιότητες στους τομείς της επίγνωσης αριθμού, μνήμης, οπτικο-χωρικής ικανότητας και συλλογιστικής. Οι μαθητές έδιναν τις απαντήσεις τους μόνοι τους, μέσω ποντικιού σε υπολογιστή και άκουγαν τις οδηγίες μέσω ακουστικών. Άκουγαν παραδείγματα και μπορούσαν να κάνουν δοκιμές πριν ξεκινήσει η κανονική δραστηριότητα. Το MathPro test δεν συνεισφέρει απλώς στη διάγνωση των δυσκολιών, αλλά παρουσιάζει με αναλυτικό τρόπο τόσο τα δυνατά όσο και τα αδύναμα σημεία κάθε παιδιού στα μαθηματικά και δίνει τη δυνατότητα να επιλεχθεί η κατάλληλη παρέμβαση για να ξεπεραστούν οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά και να ενισχυθούν τα δυνατά τους σημεία για να αντισταθμιστούν οι δυσκολίες τους.

Χειρόγραφο Τεστ Κλασμάτων. Μέσω αυτού του τεστ αξιολογήθηκε η γνώση των παιδιών στα κλάσματα τόσο ολικά όσο και επιμέρους ως προς τα δυο είδη γνώσης της εννοιολογικής και της διαδικαστικής. Οι ασκήσεις του ήταν δομημένες πάνω σε επτά υποενότητες (μια άσκηση για κάθε υποενότητα), από τις οποίες οι τρεις αξιολογούσαν την εννοιολογική γνώση των παιδιών και οι υπόλοιπες τέσσερις τη διαδικαστική γνώση.

Η προαναφερθείσα επιλογή των υποενοτήτων, καθεμία από τις οποίες μελετά έναν τύπο γνώσης, αλλά και ο τρόπος βαθμολόγησης του τεστ έγιναν σύμφωνα με το εργαλείο της έρευνας του Dr. Khashan (2014).

Ερωτηματολόγιο προς Δασκάλους. Στους δασκάλους δόθηκε ένα ερωτηματολόγιο που περιλάμβανε τα ονόματα των μαθητών που συμμετείχαν στην έρευνα και τους ζητούνταν να χαρακτηρίσουν την επίδοση των παιδιών στα μαθηματικά και την ανάγνωση ως πολύ καλή, καλή, μέτρια, χαμηλή και πολύ χαμηλή ανάλογα με την πορεία τους στην τάξη (βαθμολογίες 5,4,3,2 ή 1 αντίστοιχα). Τα παιδιά που η επίδοση τους χαρακτηρίζονταν ως χαμηλή ή πολύ χαμηλή στην ανάγνωση έκαναν ένα επιπλέον τεστ που εξέταζε την αναγνωστική τους ευχέρεια.

Τεστ Αναγνωστικής Ευχέρειας. Για να ελεγχθεί η αναγνωστική ικανότητα των μαθητών που είχε υποδείξει ο δάσκαλος χορηγήθηκε στους μαθητές η δραστηριότητα Ευχέρεια του σταθμισμένου στην Ελλάδα εργαλείου Τεστ Ανάγνωσης ή Τεστ-Α. Η κατασκευή και στάθμιση του Τεστ-Α είχε ενταχθεί στο ΕΠΕΑΕΚ ΙΙ – ΥΠΕΠΘ και πραγματοποιήθηκε από το Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας με υπεύθυνη την καθηγήτρια Σουζάνα Παντελιάδου.

Η αξιολόγηση της αναγνωστικής ευχέρειας επιτυγχάνονταν μέσω της ανάγνωσης ενός κειμένου που αποτελούνταν από 279 λέξεις και ο μαθητής το διάβαζε φωναχτά. Δεν απαιτούνταν η κατανόηση του, αλλά στόχος ήταν η γρήγορη αποκωδικοποίηση του με ακρίβεια. Η ανάγνωση γινόταν για ένα λεπτό της ώρας. Το πλήθος των λέξεων που διάβαζε σωστά ο μαθητής στη διάρκεια αυτή αποτελούσε το μέτρο της μεταβλητής Ανάγνωση.

Διαδικασία και Τρόπος Κατηγοριοποίησης Συμμετεχόντων σε Ομάδες

Όλοι οι συμμετέχοντες ακολούθησαν την ίδια διαδικασία, εκτός από το τεστ αναγνωστικής ευχέρειας που το έκαναν ατομικά τα παιδιά που είχε υποδείξει ο δάσκαλος. Αναλυτικά, η διαδικασία αρχικά περιλάμβανε το MathPro test το οποίο έκαναν όλοι οι μαθητές στην αίθουσα πληροφορικής του σχολείου τους και διαρκούσε περίπου δυο διδακτικές ώρες. Την ίδια ή κάποια άλλη μέρα, κατόπιν συνεννόησης με τον δάσκαλο της τάξης, τα παιδιά έκαναν το χειρόγραφο τεστ κλασμάτων σε μια διδακτική ώρα στην τάξη τους. Αυτά τα δυο τεστ αφορούσαν όλα τα παιδιά (ομαδική χορήγηση).

Στη διάρκεια διεξαγωγής των τεστ ο δάσκαλος του τμήματος απαντούσε στο ερωτηματολόγιο. Τα παιδιά που χαρακτήριζε την επίδοση τους χαμηλή ή πολύ χαμηλή στην ανάγνωση έκαναν το τεστ αναγνωστικής ευχέρειας που διαρκούσε 1-2 λεπτά για κάθε παιδί.

Αναφορικά με τις αναλύσεις, αυτές έγιναν σε δύο επίπεδα ανάλογα με το ερευνητικό ερώτημα που ελέγχονταν κάθε φορά. Κατά την πρώτη ανάλυση ελέγχονταν αν διαφοροποιείται η επίδοση στα κλάσματα ολικά, εννοιολογικά και διαδικαστικά μεταξύ παιδιών με και χωρίς δυσκολίες στα μαθηματικά. Για να γίνει ο χωρισμός των παιδιών σε αυτές τις δυο ομάδες χρησιμοποιήθηκε ως μέτρο η επίδοση τους στους υπολογισμούς με το μυαλό που υπήρχαν στο MathPro test. Έχει φανεί σύμφωνα με τη βιβλιογραφία ότι παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά δυσκολεύονται να κάνουν βασικούς μαθηματικούς υπολογισμούς (APA, 2013· Μοσχίδης, 2010). Αυτό μπορεί να εξηγηθεί και από το γεγονός ότι οι νοεροί υπολογισμοί χαρακτηρίζονται ως μια σκέψη υψηλής διαδικασίας (Δεσποτοπούλου, 2014).

Αφού ελέγχθηκε και φάνηκε ότι ισχύει η κανονική κατανομή στους νοερούς υπολογισμούς, οι μαθητές χωρίστηκαν σύμφωνα με την επίδοση τους σ’ αυτή τη

δραστηριότητα. Αυτοί που βρίσκονταν κάτω από το 15^{ο} εκατοστημόριο σύμφωνα με την επίδοση τους χαρακτηρίστηκαν ως μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά (ΔΜ) και αυτοί που βρίσκονταν πάνω από το 30^{ο} εκατοστημόριο θεωρήθηκαν ως μαθητές χωρίς δυσκολίες στα μαθηματικά (χΔΜ). Μάλιστα, για την τελική επιλογή των μαθητών στην ομάδα με δυσκολίες στα μαθηματικά, από αυτούς που βρίσκονταν κάτω από το 15^{ο} εκατοστημόριο έμειναν στην ομάδα αυτοί που επιβεβαιώνονταν και από τη γνώμη του δασκάλου τους, που είχε δηλαδή χαρακτηρίσει την επίδοση τους μέτρια, χαμηλή ή πολύ χαμηλή στα μαθηματικά. Η ενδιάμεση ομάδα επειδή δεν μπορούσε να αναδειχθεί με ασφάλεια σε ποια ομάδα ανήκει αποκλείστηκε από την ανάλυση.

Κατά τη δεύτερη ανάλυση οι μαθητές χωρίστηκαν σε δυο ομάδες, σε μαθητές με καλή αναγνωστική ικανότητα (ευχέρεια) και σε μαθητές με χαμηλή αναγνωστική ικανότητα. Για να γίνει αυτό χρησιμοποιήθηκε ως κριτήριο η γνώμη του δασκάλου από το ερωτηματολόγιο. Για να επιβεβαιωθεί η γνώμη του δασκάλου για τους μαθητές που χαρακτήρισε με επίδοση στην ανάγνωση χαμηλή ή πολύ χαμηλή χρησιμοποιήθηκε το τεστ αναγνωστικής ευχέρειας, όπου μαθητές που παρουσίασαν και εκεί σκορ κάτω από το 15^{ο} εκατοστημόριο θεωρήθηκαν παιδιά με χαμηλή αναγνωστική ικανότητα. Με καλή αναγνωστική ικανότητα χαρακτηρίστηκαν τα παιδιά που ο εκπαιδευτικός έκρινε την επίδοση τους στην ανάγνωση ως καλή ή πολύ καλή.

Αποτελέσματα

Κατά τον έλεγχο του 1^{ου} ερευνητικού ερωτήματος προέκυψε ότι τα παιδιά με ΔΜ παρουσίαζαν στατιστικά σημαντικά χαμηλότερη βαθμολογία στις δραστηριότητες σε σχέση με τα παιδιά χΔΜ, τόσο σ' αυτές που μετρούσαν τη συνολική επίδοση στα κλάσματα όσο και σ' αυτές που μετρούσαν την εννοιολογική και τη διαδικαστική γνώση. Αυτό φαίνεται και στους πίνακες που ακολουθούν από τα Τ-τεστ που έγιναν:

Πίνακας 1

Μέσοι όροι, τυπικές αποκλίσεις και Τ-τεστ ανεξάρτητων δειγμάτων με εξαρτημένη μεταβλητή τη συνολική επίδοση στο τεστ κλασμάτων και ανεξάρτητη τη δυσκολία στα μαθηματικά

Ανεξάρτητα δείγματα	ΜΟ[a]	ΤΑ[b]	Τ-τεστ	
			Τ	p
ΔΜ (N=20)	50,05	22,14	t(127)=-9,123	<.001
χΔΜ (N=109)	90,77	17,60		

[a]ΜΟ = Μέσος όρος

[b]ΤΑ = Τυπική απόκλιση

Πίνακας 2

Μέσοι όροι, τυπικές αποκλίσεις και Τ-τεστ ανεξάρτητων δειγμάτων με εξαρτημένη μεταβλητή την επίδοση στην εννοιολογική γνώση των κλασμάτων και ανεξάρτητη τη δυσκολία στα μαθηματικά

Ανεξάρτητα δείγματα	ΜΟ[a]	ΤΑ[b]	Τ-τεστ	
			Τ	p
ΔΜ (N=20)	29,25	13,939	t(127)=-8,850	<.001
χΔΜ (N=109)	49,28	8,225		

[a]ΜΟ = Μέσος όρος

[b]ΤΑ = Τυπική απόκλιση

Πίνακας 3

Μέσοι όροι, τυπικές αποκλίσεις και Τ-τεστ ανεξάρτητων δειγμάτων με εξαρτημένη μεταβλητή την επίδοση στη διαδικαστική γνώση των κλασμάτων και ανεξάρτητη τη δυσκολία στα μαθηματικά

Ανεξάρτητα δείγματα	ΜΟ[a]	ΤΑ[b]	Τ-τεστ	
			Τ	p
ΔΜ (N=20)	20,80	12,383	t(127)=-7,391	<.001
χΔΜ (N=109)	41,39	11,284		

[a]ΜΟ = Μέσος όρος

[b]ΤΑ = Τυπική απόκλιση

Κατά τον έλεγχο του 2ου ερευνητικού ερωτήματος προέκυψε ότι οι μαθητές με χαμηλή αναγνωστική ικανότητα παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικά χαμηλότερη επίδοση στα κλάσματα σε σχέση με τους μαθητές με καλή αναγνωστική ικανότητα, τόσο ολικά, όσο και εννοιολογικά και διαδικαστικά. Αυτό αποδεικνύεται από τα αποτελέσματα των παρακάτω πινάκων:

Πίνακας 4

Μέσοι όροι, τυπικές αποκλίσεις και Τ-τεστ ανεξάρτητων δειγμάτων με εξαρτημένη μεταβλητή την επίδοση στα κλάσματα και ανεξάρτητη τη δυσκολία στην ανάγνωση

Τ-τεστ

Ανεξάρτητα δείγματα	ΜΟ[a]	ΤΑ[b]	Τ	p
Χαμηλή αναγνωστική ικανότητα (N=11)	61,36	25,196	t(130)=-4,012	<.001
Καλή αναγνωστική ικανότητα (N=121)	87,40	20,181		

[a]ΜΟ = Μέσος όρος

[b]ΤΑ = Τυπική απόκλιση

Πίνακας 5

Μέσοι όροι, τυπικές αποκλίσεις και Τ-τεστ ανεξάρτητων δειγμάτων με εξαρτημένη μεταβλητή την επίδοση στην εννοιολογική γνώση των κλασμάτων και ανεξάρτητη τη δυσκολία στην ανάγνωση

			Τ-τεστ	
Ανεξάρτητα δείγματα	ΜΟ[a]	ΤΑ[b]	Τ	p
Χαμηλή αναγνωστική ικανότητα (N=11)	32,82	14,824	t(130)=-4,922	<.001
Καλή αναγνωστική ικανότητα (N=121)	47,88	9,168		

[a]ΜΟ = Μέσος όρος

[b]ΤΑ = Τυπική απόκλιση

Πίνακας 6

Μέσοι όροι, τυπικές αποκλίσεις και Τ-τεστ ανεξάρτητων δειγμάτων με εξαρτημένη μεταβλητή την επίδοση στη διαδικαστική γνώση των κλασμάτων και ανεξάρτητη τη δυσκολία στην ανάγνωση

			Τ-τεστ	
Ανεξάρτητα δείγματα	ΜΟ[a]	ΤΑ[b]	Τ	p

Χαμηλή αναγνωστική ικανότητα (N=11)	28,55	14,969	t(130)=-2,680	,008
Καλή αναγνωστική ικανότητα (N=121)	39,44	12,721		

[a]ΜΟ = Μέσος όρος

[b]ΤΑ = Τυπική απόκλιση

Συζήτηση

Με την ολοκλήρωση της συγκεκριμένης έρευνας προέκυψε ότι μαθητές της Ε΄ και Στ΄ Δημοτικού με δυσκολίες στα μαθηματικά ή την ανάγνωση σημείωσαν στατιστικά σημαντικά χαμηλότερη επίδοση στα κλάσματα συνολικά, αλλά και επιμέρους στη διαδικαστική και εννοιολογική γνώση.

Αυτό αναδεικνύει την ανάγκη από την πλευρά του εκπαιδευτικού να συμβάλλει στην καλλιέργεια των δεξιοτήτων που απαιτούνται για τη διαχείριση των κλασματικών αριθμών και να προσπαθήσει με κάθε μέσο και τρόπο διδασκαλίας να βοηθήσει τους μαθητές να ξεπεράσουν τα εμπόδια και να ενισχύσουν τα δυνατά τους σημεία για να αντισταθμίσουν τις δυσκολίες τους.

Συμπερασματικά, και σύμφωνα με τη θεωρητική ανασκόπηση που έγινε, προέκυψε ότι θα ήταν σημαντικό να γίνονταν ορισμένες αλλαγές στον τρόπο διδασκαλίας των κλασμάτων για να βοηθηθούν τα παιδιά που αντιμετωπίζουν δυσκολίες. Πιο συγκεκριμένα, οι εκπαιδευτικοί θα μπορούσαν να δίνουν μεγαλύτερη έμφαση στην εννοιολογική γνώση των κλασμάτων, μιας και παρόλο που έχει φανεί ότι ελλιπής εννοιολογική γνώση σχετίζεται με χαμηλή κατανόηση στα κλάσματα (Grouws & Cebulla, 2007), στο σχολείο συνεχίζεται να δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στη διαδικαστική (Κωνσταντινίδου, 2015). Επιπρόσθετα, θα μπορούσαν να αξιολογούν και να βοηθάνε μαθητές που αντιμετωπίζουν δυσκολίες με την συμβολική αναπαράσταση των κλασμάτων, αλλά και να κάνουν διακριτές τις διαφορές μεταξύ των ακεραίων και των κλασματικών αριθμών τονίζοντας τις διαφορετικές τους ιδιότητες. Ακόμα, βοηθητικό θα ήταν να χρησιμοποιούν τις αριθμογραμμές στη διδασκαλία τους, ώστε οι μαθητές να αντιληφθούν ότι τα κλάσματα είναι αριθμοί με μεγεθή που μπορούν να αναπαρασταθούν σε αριθμογραμμές.

Από πλευράς έρευνας προτείνεται να γίνουν και άλλες μελέτες, διαφορετική περίοδο από τη συγκεκριμένη (η οποία είχε ξεκινήσει Δεκέμβριο), με σκοπό και οι μαθητές της Ε΄ Δημοτικού να έχουν ανανεώσει τις γνώσεις τους για τα κλάσματα πριν συμμετάσχουν σε δοκιμασίες που θα τα περιέχουν. Ακόμα, συστήνεται οι ομάδες των συμμετεχόντων που προκύπτουν μετά τις κατηγοριοποιήσεις ανάλογα με τις μεταβλητές, να μην απέχουν πολύ σε μέγεθος μεταξύ τους και να είναι μεγαλύτερα τα δείγματα, για πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Μ’ αυτόν τον τρόπο θα ξεπεραστούν οι περιορισμοί της παρούσας μελέτης. Τέλος, πρόσθετη έρευνα θα μπορούσε να γίνει, ώστε να διερευνηθεί κατά πόσο επηρεάζουν και άλλοι παράγοντες, πέρα από τις δυσκολίες στα μαθηματικά και την ανάγνωση, την επίδοση στα κλάσματα, αλλά και να βρεθεί η κατάλληλη παρέμβαση για να καλλιεργηθούν οι δεξιότητες που θα οδηγήσουν τους μαθητές που έχουν αυτές τις δυσκολίες στο να τις ξεπεράσουν.

Βιβλιογραφικές αναφορές

Αγαλιώτης, Ι. (2011). *Διδασκαλία Μαθηματικών στην Ειδική Αγωγή και Εκπαίδευση: Φύση και εκπαιδευτική διαχείριση των μαθηματικών δυσκολιών*. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρη.

American Psychiatric Association. (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders (5th ed.).* DSM-5. Author.

Αντωνίου, Φ. (2008). Ενίσχυση της αναγνωστικής κατανόησης. Στο Σ. Παντελιάδου & Φ. Αντωνίου (Επιμ.), *Διδακτικές προσεγγίσεις και πρακτικές για μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες*. Βόλος: Εκδόσεις Γράφημα.

Bartelet, D., Ansari, D., Vaessen, A., & Blomert, L. (2014). Research in developmental disabilities cognitive subtypes of mathematics learning difficulties in primary education. *Research in Developmental Disabilities, 35*, 657–670.

Booth, L. J., Newton, J. K., & Twiss-Garrity, K. L. (2014). The impact of fraction magnitude knowledge on algebra performance and learning. *Journal of Experimental Child Psychology, 118*, 110-118.

Δεσποτοπούλου, Α. (2014). *Νοεροί αριθμητικοί υπολογισμοί των μαθητών της Δ΄τάξης του δημοτικού σχολείου, με και χωρίς μαθησιακές δυσκολίες σταμαθηματικά, στην πρόσθεση και αφαίρεση διψήφιων αριθμών* (Διπλωματική εργασία). Πανεπιστήμιο Πατρών. Πάτρα.

Fazio, L., & Siegler, R. (2015). Teaching fractions. In *International Academy of education.* Retrieved from http://www.iaoed.org/.

Fronger, L. N., Tran, D., & Elliott, N. (2015, April). *Variation in children's understandings of fractions: Preliminary findings.* Paper session presented at the meeting of National council of teachers of mathematics, Boston.

Grossberg, B. (2018, March 7). Why learning fractions is so important. *ThoughtCo.* Retrieved from https://www.thoughtco.com/why-learning-fractions-is-important-2774129.

Grouws, A. D., & Cebulla, J., K. (2007). Improving student achievement in mathematics (O. Kassioti, P. Kliapis, Trans.). *International academy of education*, 1-37.

Hecht, S. A., & Vagi, K. J. (2012). Patterns of strengths and weaknesses in children's knowledge about fractions. *Journal of Experimental Child Psychology 111*, 212–229.

Hull, B., & Miles, H. (2015, April). *What is conceptual understanding?* Paper session presented at the meeting of National council of teachers of mathematics, Boston.

Jayanthi, M., Gersten, R., Taylor, J. M., Smolkowski, K., & Dimino, J. (2017). Impact of the developing mathematical ideas professional development program on grade 4 students' and teachers' understanding of fractions. *Institute of education science*, 1-47.

Karagiannakis, G., & Noël, M.-P. (υπό δημοσίευση). Mathematical Profile & Dyscalculia Test: An online group administered interactive numerical battery for primary school children. *Journal of Numerical Cognition.*

Karagiannakis, G., Baccaglini-Frank, A., & Roussos, P. (2017). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian journal of learning difficulties*, 1-28.

Karagiannakis, G., Baccaglini-Frank, A., & Papadatos, Y. (2014). Mathematical learning difficulties subtypes classification. *Frontiers in human neuroscience, 8*(57), 1-5.

Khashan, K. H. (2014). Conceptual and Procedural Knowledge of Rational Numbers for Riyadh Elementary School Teachers. *Journal of Education and Human Development, 3*(4), 181-197.

Κωνσταντινίδου, Φ. (2015). *Διδασκαλία κλασμάτων στο δημοτικό: Μελέτη περίπτωσης στις τάξεις Ε΄ & Στ΄* (Διπλωματική εργασία). Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Αθήνα.

LaBerge, D. & Samuels, S. J. (1974). Toward a theory of automatic information processing in reading. *Cognitive Psychology, 6*(2), 293-323.

Lamon, S. J. (2007). Rational Numbers and Proportional Reasoning. In F. K. Lester (Eds), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: Information Age, 629-667.

Lortie-Forgues, H., Tian, J., & Siegler, S. R. (2015). Why is learning fractions and decimal arithmetic so difficult? *Developmental review, 38,* 201-221.

Μαγκλάρα, Γ., & Αργυρόπουλος, Β. (2016). *Η Προσέγγιση της κλασματικής έννοιας από Άτομα με Αναπηρία Όρασης: Μια πιλοτική έρευνα*. Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης, 2014, 135-145.

Mazzocco, M. M., & Devlin, K. T. (2008). Parts and 'holes': Gaps in rational number sense among children with vs. without mathematical learning disabilities. *Developmental science, 11*(5), 681-691.

Μοσχίδης, Χ. (2010). *Αναπτυξιακή προσέγγιση της εργαζόμενης μνήμης στη μαθηματική ικανότητα παιδιών δημοτικού σχολείου* (Διπλωματική εργασία). Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης, Αλεξανδρούπολη.

Μπεμπένη, Μ. (2011). *Εννοιολογικές και διαδικαστικές στρατηγικές σε έργα για τους ρητούς και η σχέση τους με τις προσεγγίσεις των μαθητών στη μελέτη των μαθηματικών* (Διπλωματική εργασία). Πανεπιστήμιο Αθηνών, Αθήνα.

Murnane, R., Willet, B. J., & Levy, F. (1995). The growing importance of cognitive skills in wage determination. *The review of economics and statistics, 77*(2), 251-266.

Ni, Y., & Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist, 40*(1), 27-52.

Ορφανός, Σ. (2003). *Η σημασία των ετερογενών συλλογισμών στη μάθηση και την διδασκαλία σχέσεων και πράξεων με κλάσματα* (Διδακτορική διατριβή). Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Ρόδος.

Παντελιάδου, Σ., & Αντωνίου, Φ. (2008). *Διδακτικές προσεγγίσεις και πρακτικές για μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες.* Βόλος: Εκδόσεις Γράφημα.

Παπαθεοδώρου, Ε. (2016). *Αξιολόγηση της κατανόησης των κλασμάτων μαθητών Ε' και Στ' δημοτικού με τυπική ανάπτυξη και μαθητών με ήπιες εκπαιδευτικές ανάγκες:*

Είδη γνώσης και τρόποι αναπαράστασης. (Διπλωματική εργασία). Πανεπιστήμιο Μακεδονίας, Θεσσαλονίκη.

Prediger, S. (2008). Discontinuities for mental models- A source for difficulties with the multiplication of fractions. In D. D. Bock (eds*), Research and development of number systems and arithmetic*, 29-37.

Saxe, B. G., Gearhart, M., & Nasir, S. N. (2001). Enhancing students' understanding of mathematics: A study of three contrasting approaches to professional support. *Journal of mathematics teacher education*, 4 (1), 55-79.

Siegler, R. S., Fazio, L. K., Bailey, D. H., & Zhou, X. (2013). Fractions: the new frontier for theories of numerical development. *Trends in cognitive sciences, 17* (1), 13-19.

Siegler, S. R., & Pyke, A. A. (2013). Developmental and individual differences in understanding of fractions. *Developmental Psychology, 49* (10), 1994-2004.

Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive psychology, 62*(4), 273-296.

Stigler, J. W., Givvin, K. B., & Thompson, B. J. (2010). What community college developmental mathematics student understand about mathematics. *MathAMATYC Educator, 1*(3), 4-16.

Szűcs, D., & Goswami, U. (2013). Developmental dyscalculia: Fresh perspectives. *Trends in Neuroscience and Education, 2*, 33–37.

Tian, J., & Siegler, S. R. (2017). Fractions learning in children with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities, 50*(6), 614-620.

Tian, J., & Siegler, S. R. (2016). Fractions learning in children with mathematical difficulties. *Journal of learning disabilities*, 1-7.

Watson, S. M. R., & Gable, R. A. (2013). Unraveling the complex nature of mathematics learning disability: Implications for research and practice. *Learning Disability Quarterly, 36*, 178–187.