

## Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης

Τόμ. 2014, Αρ. 1 (2014)

Σύγχρονες αναζητήσεις της Ειδικής Αγωγής στην Ελλάδα: Πρακτικά 4ου Πανελληνίου Συνεδρίου Επιστημών Εκπαίδευσης

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ Π.Τ.Δ.Ε.  
ΚΕΝΤΡΟ ΜΕΛΕΤΗΣ ΚΑΙ ΨΥΧΟΦΥΣΙΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

4<sup>ο</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ  
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Υπό την αιγίδα του Υπουργείου Παιδείας  
20-22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΣΥΝΕΔΡΙΟΥ

ΑΠΡΙΛΙΟΣ 2016

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:

Παπαδόπουλος Γιάννης

Πολυχρονόπουλος Σταυρούλα

Μισασιτά Αγγελική

ISSN: 2529-1157

ΑΘΗΝΑ

### Η Προσέγγιση της κλασματικής έννοιας από Άτομα με Αναπηρία Όρασης: Μια πιλοτική έρευνα

Γεωργία Μαγκλάρα, Βασίλειος Αργυρόπουλος

doi: [10.12681/edusc.211](https://doi.org/10.12681/edusc.211)

#### Βιβλιογραφική αναφορά:

Μαγκλάρα Γ., & Αργυρόπουλος Β. (2016). Η Προσέγγιση της κλασματικής έννοιας από Άτομα με Αναπηρία Όρασης: Μια πιλοτική έρευνα. *Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης*, 2014(1), 135-145.  
<https://doi.org/10.12681/edusc.211>

## Η Προσέγγιση της κλασματικής έννοιας από Άτομα με Αναπηρία Όρασης: Μια πιλοτική έρευνα

Γεωργία Μαγκλάρα,  
Ειδική Παιδαγωγός/Ερευνήτρια, Παν/μιο Θεσσαλίας

[gioulimag@hotmail.gr](mailto:gioulimag@hotmail.gr)

Βασίλειος Αργυρόπουλος  
Αναπληρωτής Καθηγητής, Παν/μιο Θεσσαλίας,

[vassargi@uth.gr](mailto:vassargi@uth.gr)

### Περίληψη

Η παρούσα εργασία μελετά τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα άτομα με αναπηρία όρασης όταν καλούνται να προσεγγίσουν και να ερμηνεύσουν την έννοια του κλάσματος. Επιμέρους στόχοι της παρούσας πιλοτικής έρευνας αποτελούν: α) η διερεύνηση των στάσεων και συναισθημάτων για τα κλάσματα από συμμετέχοντες με και χωρίς αναπηρία όρασης, και β) η διερεύνηση των τρόπων μέσω των οποίων διδάχθηκαν τα κλάσματα συμμετέχοντες με και χωρίς αναπηρία όρασης. Στην έρευνα συμμετείχαν έξι τελειόφοιτοι παιδαγωγικών τμημάτων (3 βλέποντες και 3 με αναπηρία όρασης). Η συλλογή των ερευνητικών δεδομένων έγινε μέσω ημιδομημένων συνεντεύξεων. Τα αποτελέσματα της ερευνητικής διαδικασίας ανέδειξαν: α) την ύπαρξη δυσκολιών στη διαχείριση της κλασματικής έννοιας τόσο από τους βλέποντες όσο και από τους συμμετέχοντες με αναπηρία όρασης, και β) την απουσία διαφοροποιημένου διδακτικού υλικού και κατάλληλων μεθόδων διδασκαλίας που θα μπορούσαν να καταστήσουν προσεγγίσιμο όλο το φάσμα της κλασματικής έννοιας στα παιδιά με αναπηρία όρασης. Η παρούσα πιλοτική έρευνα καταλήγει σε ένα σύνολο προτάσεων που αφορά κυρίως στην ανάγκη για αξιοποίηση διαφοροποιημένων μεθόδων διδασκαλίας, καλύπτοντας τις ανάγκες όλων των μαθητών συμπεριλαμβανομένων και εκείνων που έχουν αναπηρία όρασης, ενισχύοντας με αυτό τον τρόπο τη διαδικασία συνεκπαίδευσης.

**Λέξεις-Κλειδιά:** αναπηρία όρασης, κλάσματα, συναισθήματα, τρόποι διδασκαλίας, εποπτικά υλικά

### Abstract

This paper constitutes a pilot study and reflects on the difficulties which students with visual impairments face when they deal with concepts of fractions in mathematics. The research objectives of the present pilot study can be described as follows: a) to describe blind and sighted participants' attitudes towards the concept of fraction, and

b) to describe teaching and learning methods which were applied on the participants' effective learning towards the concept of fraction. Six participants were involved in the present study (three sighted and three with visual impairments). The collection of the data was feasible through semi-structured interviews. Interesting findings emerged regarding: a) difficulties in conceptualizing the concept of fraction by all participants, and b) lack of differentiated educational material in conjunction with appropriate teaching and learning methods. The discussion considers the practical implications of the findings, such as differentiated teaching techniques as well as differentiated content indicating the necessity of an inclusive teaching design for the cognitive and social benefit of all students.

**Keywords:** visual impairments, fractions, emotions, teaching methods, teaching materials, differentiation

## 1. Εισαγωγή

Τα Μαθηματικά αποτελούν έναν από τους βασικότερους πυλώνες στην εκπαίδευση των παιδιών, γεγονός που επιβεβαιώνεται και από την έμφαση που δίνεται σε αυτά από τα Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών. Σημαντικό κεφάλαιο στην μαθηματική εκπαίδευση είναι και η διδασκαλία της κλασματικής έννοιας. Η σημασία της είναι καθοριστικής φύσης για την ολόπλευρη ανάπτυξη ενός παιδιού τόσο σε γνωστικό και συναισθηματικό επίπεδο όσο και σε κοινωνικό. Παρ' όλα αυτά, πολυάριθμες έρευνες επιβεβαιώνουν ότι τα κλάσματα καθίστανται ως μια από τις δυσκολότερες έννοιες για τους μαθητές (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007· Deliyianni & Gagatsis, 2013· Gagatsis et al., 2009· Γαγάτσης κ.συν., 2006· Γιαννέλος, 2011· Κολέζα, 2000), ενώ τα ποσοστά αποτυχίας στη διαχείρισή τους είναι αξιοσημείωτα (Pinilla, 2007), καθιστώντας τα την πιο απαιτητική έννοια των Μαθηματικών του Δημοτικού Σχολείου. Μάλιστα, δυσκολίες δεν αντιμετωπίζουν μόνο οι μαθητές, αλλά και οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί (Pinilla, 2007· Ward & Thomas, 2007).

Απόρροια της προαναφερθείσας κατάστασης είναι οι μαθητές να αντιμετωπίζουν τα κλάσματα με αρνητικές στάσεις και με απορριπτικά συναισθήματα φόβου ή απογοήτευσης. Με βάση και τα προαναφερθέντα μπορούμε να πούμε ότι τα κλάσματα δεν αποτελούν μια απλή έννοια, αλλά αντιθέτως, μια σύνθετη και περίπλοκη. Και αυτό γιατί, η σημασία του κλάσματος δεν περιορίζεται στην έκφραση της μορφής  $\frac{\alpha}{\beta}$ , αλλά περιλαμβάνει περισσότερες ερμηνείες από εκείνης που διαπιστώνουμε με μια πρώτη ματιά. Έτσι, σύμφωνα με πολλούς ερευνητές (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2005, 2007· Κολέζα, 2000) το κλάσμα περιλαμβάνει πέντε διαφορετικές ερμηνείες με τις οποίες αναπαρίσταται: 1) ως «μέρος-όλου», 2) ως «πηλίκο», 3) ως «μέτρο», 4) ως «λόγος» και 5) ως «τελεστής». Καθεμιά από αυτές τις ερμηνείες προσεγγίζει την έννοια του κλάσματος με διαφορετικό τρόπο (Κολέζα, 2000). Έτσι, οι μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες τόσο στη διαχείριση της κάθε ερμηνείας ξεχωριστά όσο και στη συνολική διαχείριση της έννοιας, με αποτέλεσμα οι

δυσκολίες αυτές να καθίστανται τροχοπέδη στη σφαιρική κατανόηση των κλασματικών αριθμών.

Οι σημαντικές, όμως, αυτές προκλήσεις και δυσκολίες υφίστανται και για τους βλέποντες μαθητές αλλά και για τους μαθητές με Αναπηρία Όρασης (ΑΟ) (Clamp, 1997· Beal & Shaw, 2009· Kapperman, Heinze & Sticken, 1997, 2000). Θα περίμενε, βέβαια, κάποιος ότι οι μαθητές με ΑΟ θα αντιμετώπιζαν περισσότερες δυσκολίες στην κατανόηση της έννοιας του κλάσματος, ωστόσο, αυτή η θέση δεν τεκμηριώνεται ερευνητικά, γιατί η σχετική βιβλιογραφία είναι ελλιπής.

Ωστόσο, τα λιγοστά ερευνητικά δεδομένα καταδεικνύουν ότι οι μαθητές με ΑΟ έχουν ποσοστά επιδόσεων αναφορικά με τους κλασματικούς αριθμούς χαμηλότερα συγκριτικά με εκείνα των βλέπόντων μαθητών. Αναλυτικότερα, η Clamp στην έρευνά της το 1988 (στο Clamp, 1997) διαπίστωσε μέσα από σχετικά test ότι το ποσοστό των μαθητών με προβλήματα όρασης που απάντησε στο κάθε test ήταν από 16 έως 35% μικρότερο από το ποσοστό των βλέπόντων μαθητών. Οι Beal και Shaw (2009) διαπίστωσαν ότι οι τυφλοί μαθητές του δείγματος τους απέδιδαν καλύτερα στα προβλήματα με αριθμούς έναντι εκείνων με κλάσματα, ενώ είχαν περισσότερες πιθανότητες να κάνουν λάθη στα προβλήματα με κλάσματα απ' ό,τι σε εκείνα με αριθμητικά δεδομένα. Μάλιστα, φάνηκε ότι οι τυφλοί μαθητές της ίδιας έρευνας απέδιδαν ικανοποιητικά στην πρόσθεση ομώνυμων κλασμάτων, ενώ αντιμετώπιζαν περισσότερες δυσκολίες όταν καλούνταν να μετατρέψουν τα κλάσματα σε ομώνυμα. Δυσκολίες, όμως, στην εκπόνηση των πράξεων σημειώνουν και οι Kapperman, Heinze και Sticken (1997), που υποστηρίζουν ότι αν οι απλές πράξεις είναι μια φορά δύσκολες για τους μαθητές με ΑΟ, οι πράξεις με κλάσματα είναι ακόμα δυσκολότερες και ειδικότερα εκείνες του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης.

Ορισμένες, λοιπόν, από τις παραπάνω δυσκολίες συμπίπτουν με εκείνες των βλέπόντων μαθητών. Διαπιστώνουμε, δηλαδή, ότι η ίδια η φύση της κλασματικής έννοιας συνιστά το πρώτο και βασικότερο εμπόδιο στην κατάκτηση των κλασμάτων για όλους τους μαθητές. Ωστόσο, υπάρχουν και άλλοι παράγοντες που προκαλούν περαιτέρω δυσκολίες στους μαθητές με ΑΟ, όπως η ίδια η απώλεια όρασης (αδυναμία ολιστικής πρόσληψης) και δυσκολίες οι οποίες σχετίζονται με την επιστημονική συμβολογραφία του κώδικα braille. Έχει καταγραφεί πως δεν χρησιμοποιείται ένας κοινός κώδικας braille για τα μαθηματικά (Archambault et. al., 2007· Edwards, McCartney & Fogarolo, 2006). Χαρακτηριστικό παράδειγμα συνιστά η χώρα μας που χρησιμοποιεί δύο κώδικες (Μενεΐδη και Nemeth) με σημαντικές αποκλίσεις ιδιαίτερα στην απόδοση μαθηματικών συμβόλων στα ανώτερα μαθηματικά (Κουρουπέτρογλου & Φλωριάς, 2003).

Επιπρόσθετο εμπόδιο αποτελεί και ο ίδιος ο ρόλος του εκπαιδευτικού. Αναλυτικότερα, οι έρευνες (Amato, 2002· Csocsán, 2005· Kapperman & Sticken, 2003· Karshmer & Bledsoe, 2002) επιβεβαιώνουν και τονίζουν τόσο τις ελλείψεις γνώσεις των εκπαιδευτικών για τον κώδικα Nemeth όσο και την αδυναμία τους να επιτύχουν μια κατάλληλα δομημένη γλώσσα επικοινωνίας ανάμεσα σε εκείνους και

το παιδί. Ακόμη, οι ίδιες έρευνες καταγράφουν τη χρήση ακατάλληλων μεθόδων διδασκαλίας που σε συνδυασμό με την έλλειψη κατάλληλων εποπτικών υλικών οδηγούν σε μερική ή/και λανθασμένη κατανόηση των κλασμάτων από τα άτομα με ΑΟ.

## **2. Στόχος της έρευνας**

Μέσα από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση διαπιστώνουμε ότι τα κλάσματα αποτελούν ένα πεδίο πολλαπλών δυσκολιών για τους μαθητές είτε αυτοί έχουν ΑΟ είτε όχι. Οι λόγοι που προκαλούν δυσκολίες στη διαχείριση της έννοιας είναι άλλοτε κοινοί ανάμεσα στους μαθητές με ΑΟ και στους βλέποντες συμμαθητές τους και άλλοτε διαφοροποιούνται. Αναμφίβολα, πάντως, η ίδια η φύση της έννοιας του κλάσματος συνιστά τον πρωταρχικό παράγοντα που δύναται να δημιουργήσει προκλήσεις στην κατάκτησή της. Και αυτό γιατί, τα πέντε διαφορετικά ερμηνευτικά πλαίσια που περικλείει η έννοια του κλάσματος καθιστούν πιο περίπλοκη και σύνθετη τη διαδικασία κατανόησης.

Λαμβάνοντας υπόψη τα προηγούμενα δεδομένα της βιβλιογραφικής επισκόπησης, ως στόχοι της παρούσας έρευνας θέτονται:

1. η διερεύνηση των στάσεων και συναισθημάτων για τα κλάσματα από συμμετέχοντες με και χωρίς ΑΟ, καθώς και της σημασίας που φέρουν στα πλαίσια του Δημοτικού Σχολείου,
2. η διερεύνηση των τρόπων μέσω των οποίων διδάχθηκαν τα κλάσματα συμμετέχοντες με και χωρίς ΑΟ, και
3. η διερεύνηση των τρόπων μέσω των οποίων συμμετέχοντες με και χωρίς ΑΟ θα προσέγγιζαν την έννοια του κλάσματος για να την μεταδώσουν στους μαθητές.

Με γνώμονα αυτούς τους στόχους, η έρευνα δεν επιδιώκει τη γενίκευση των ευρημάτων της, αλλά αναζητά διάφορες θέσεις και απόψεις, που θα ανακύψουν μέσα από συνεντεύξεις και θα επικαλύπτουν τους προαναφερόμενους στόχους.

## **3. Μεθοδολογία της έρευνας**

### **Επιλογή δείγματος**

Για την εκπόνηση της παρούσας έρευνας, χρειάστηκε να λάβουν μέρος δυο διαφορετικές ομάδες συμμετεχόντων, όπου στην πρώτη συμμετέχουν άτομα με ΑΟ, ενώ στη δεύτερη βλέποντες. Καθώς σκοπός αυτής της εργασίας δεν είναι η γενίκευση των αποτελεσμάτων της, αλλά η αναζήτηση των σχετικών με τα κλάσματα συναισθημάτων, δυσκολιών και τρόπων διδασκαλίας, ο συνολικός αριθμός του δείγματος δεν είναι μεγάλος. Ειδικότερα, καθεμία από τις δυο ομάδες απαρτίζεται από 3 άτομα, δηλαδή, ο συνολικός αριθμός του δείγματος είναι 6 συμμετέχοντες.

Πρωτίστως, έγινε η επιλογή των συμμετεχόντων με οπτική αναπηρία, η οποία καθόρισε και την μετέπειτα επιλογή του δείγματος των βλέπόντων. Η επιλογή των συμμετεχόντων αυτών έγινε με βάση την άμεση πρόσβαση σε Σωματείο Ατόμων με Αναπηρία Όρασης. Στην πρόσκληση που έγινε για συμμετοχή στην παρούσα έρευνα

ανταποκρίθηκαν θετικά τρία άτομα με ΑΟ και έτσι καθορίστηκε και ο αντίστοιχος αριθμός των βλεπόντων συμμετεχόντων. Με βάση, λοιπόν, τα προαναφερθέντα για την επιλογή τους δείγματος, είναι φανερό ότι η στρατηγική δειγματοληψίας που ακολουθήθηκε είναι αυτή της «βολικής» δειγματοληψίας. Ουσιαστικά, η δειγματοληψία αυτή περιλαμβάνει άτομα τα οποία βρίσκονται κοντά στον ερευνητή και εξασφαλίζουν τη λειτουργία τους ως υποκείμενα που συμμετέχουν και βοηθούν στη συνέχεια της ερευνητικής διαδικασίας (Cohen, Manion & Morrison, 2008).

Τα 6 πρόσωπα που επιλέχθηκαν να συμμετέχουν στην έρευνα είναι όλες γυναίκες ηλικίας από 21 έτη έως 24 και είναι τελειόφοιτες παιδαγωγικών τμημάτων (ειδικής ή γενικής αγωγής) της χώρας μας. Στην ομάδα μετεχόντων με ΑΟ, οι δυο συμμετέχουσες έχουν μειωμένη όραση, ενώ η τρίτη έχει ολική απώλεια όρασης. Στην πρώτη περίπτωση, οι δυο κοπέλες έχουν αλμπινισμό, ενώ η τρίτη συμμετέχουσα είναι εκ γενετής τυφλή. Πρέπει να αναφερθεί εδώ ότι ο αλμπινισμός είναι μια κληρονομική πάθηση που συνδέεται τόσο με την έλλειψη χρωστικής ή την αδυναμία του σώματος να παράγει μελανίνη όσο και με σοβαρά προβλήματα όρασης.

Το γεγονός ότι οι συμμετέχουσες προέρχονται από παιδαγωγικά τμήματα αποτελεί βασικό στοιχείο αυτής της έρευνας, αφού από τη μια η έρευνα απευθύνεται σε εκπαιδευτικούς και από την άλλη, συνιστά στόχο μας η αναζήτηση του τρόπου που αντιμετωπίζουν οι εκπαιδευτικοί με και χωρίς ΑΟ την έννοια του κλάσματος και του τρόπου που τη μεταδίδουν στους μαθητές τους. Παράλληλα, το γεγονός ότι όλες οι συμμετέχουσες είναι γυναίκες, ανταποκρίνεται στα αριθμητικά δεδομένα, σύμφωνα με τα οποία ο γυναικείος πληθυσμός είναι πιο αντιπροσωπευτικός στα παιδαγωγικά τμήματα έναντι του αντρικού.

### **Εργαλεία συλλογής δεδομένων**

Σχεδιάζοντας το ερευνητικό κομμάτι αυτής της εργασίας, αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των ημιδομημένων συνεντεύξεων, η οποία χαρακτηρίζεται από την απουσία ενός αυστηρά δομημένου οδηγού συνέντευξης, αφού, ενώ υπάρχουν προκαθορισμένες ερωτήσεις, η διάταξη αυτών δεν είναι εκ των προτέρων καθορισμένη, ενώ σε καμία περίπτωση οι ερωτήσεις δεν υπαγορεύουν την πορεία της συζήτησης (Αβραμίδης & Καλύβα, 2006· Ιωσηφίδης, 2008). Το συγκεκριμένο είδος συνέντευξης επιλέχτηκε επειδή επιτρέπει την απόκτηση μιας λεπτομερούς εικόνας των πεποιθήσεων και των απόψεων ενός ατόμου για ένα συγκεκριμένο θέμα – στην περίπτωσή μας για την έννοια του κλάσματος – καθώς παρέχει περισσότερη ευελιξία.

Έχοντας κατά νου την παραπάνω δομή για τις συνεντεύξεις, δημιουργήθηκε ένας οδηγός συνέντευξης (ΟΣ). Ο οδηγός αυτός, στην τελική του μορφή, απαρτίζεται από οκτώ (8) ερωτήσεις που καλύπτουν τρεις άξονες: 1<sup>ος</sup>) συναισθήματα, στάσεις και δυσκολίες σχετικά με την έννοια του κλάσματος, 2<sup>ος</sup>) τρόποι διδασκαλίας και διδακτικά υλικά κατά τη διδασκαλία της έννοιας του κλάσματος και 3<sup>ος</sup>) προσέγγιση της έννοιας του κλάσματος και προτεινόμενα σχέδια διδασκαλίας.

## Συλλογή και ανάλυση δεδομένων

Οι συνεντεύξεις, λοιπόν, έλαβαν χώρα σε οικεία περιβάλλοντα για τις συμμετέχουσες, ώστε να νιώθουν οικειότητα και άνεση με τον χώρο προκειμένου να εκφραστούν ελεύθερα και να απαντήσουν όσο το δυνατόν πιο ολοκληρωμένα και αντικειμενικά. Όλες οι συνεντεύξεις ηχογραφήθηκαν, αφού δόθηκε και η σύμφωνη συγκατάθεση των εκπαιδευτικών. Οι ηχογραφήσεις έγιναν με την χρήση κινητών τηλεφώνων και ηλεκτρονικού υπολογιστή. Την καταγραφή των συνεντεύξεων ακολούθησε η απομαγνητοφώνηση και η επεξεργασία τους σύμφωνα με τον ΟΣ.

### 4. Αποτελέσματα έρευνας

Λαμβάνοντας υπόψη της τα δεδομένα των συνεντεύξεων, η παρούσα έρευνα καταλήγει σε μια σειρά ευρημάτων που αντανακλούν στάσεις και διδακτικές προσεγγίσεις ατόμων με και χωρίς ΑΟ αναφορικά με την έννοια του κλάσματος. Για την καλύτερη παρουσίαση των αποτελεσμάτων της ερευνητικής διαδικασίας, θα αξιοποιηθούν οι άξονες του ΟΣ.

Όσον αφορά, λοιπόν, τον πρώτο άξονα που πραγματεύεται τα συναισθήματα, τις στάσεις και τις δυσκολίες αναφορικά με την έννοια του κλάσματος, γίνεται αντιληπτή η ύπαρξη αρνητικών συναισθημάτων κατά την επαφή, διαχείριση και διδασκαλία της έννοιας του κλάσματος τόσο από τις βλέπουσες συμμετέχουσες όσο και από τις συμμετέχουσες με ΑΟ. Λέξεις όπως «άγχος», «αγωνία» και «τρόμος» συμπεριλαμβάνονταν ανάμεσα στα λεγόμενα των συνεντευζιαζόμενων. Απόρροια αυτού του συνόλου αρνητικών συναισθημάτων είναι η πλειοψηφία των εκπαιδευτικών να χρησιμοποιεί τη λέξη «δύσκολο» για να χαρακτηρίσει τη συνολική εντύπωση που αποκόμισε, ενώ σε όλες τις περιπτώσεις αναδύονταν η δύσκολη φύση της έννοιας του κλάσματος που ενέτεινε τα συναισθήματα καθώς προχωρούσαν οι σχολικές τάξεις.

Αναζητώντας τις ειδικότερες δυσκολίες που οδήγησαν τους εκπαιδευτικούς στην απόκτηση των προαναφερθέντων δυσμενών στάσεων διαπιστώνεται μια σειρά πολλαπλών δυσκολιών. Έτσι, καταγράφηκαν δυσκολίες στην επίλυση προβλημάτων με κλάσματα, στην μετατροπή των ετερόνυμων σε ομώνυμα κλάσματα και στη διαχείριση των μεικτών κλασμάτων. Τις δυσκολίες αυτές οι συμμετέχουσες τις αποδίδουν: α) στην ίδια τη φύση της έννοιας με τις πολλαπλές ερμηνείας και τους σύνθετους κανόνες, β) στην έλλειψη εξοικείωσης με την έννοια και γ) στην ελλιπή σύνδεση του κλάσματος με άλλες γνώσεις. Επιπρόσθετα σε αυτά, η εκπαιδευτικός με ολική απώλεια όρασης αντιμετωπίζει δυσκολίες και εξαιτίας του κώδικα επικοινωνίας που χρησιμοποιεί για να διαβάσει και τα γράψει κλασματικούς αριθμούς.

Σχετικά τώρα με τους τρόπους διδασκαλίας και τα διδακτικά υλικά μέσω των οποίων διδάχτηκαν τα κλάσματα οι συμμετέχουσες με και χωρίς ΑΟ, στα οποία και αναφέρεται ο δεύτερος άξονας, καθίσταται ξεκάθαρη η απουσία διαφοροποιημένων μεθόδων και υλικών διδασκαλίας. Γενικότερα, τόσο οι εκπαιδευτικοί με ΑΟ όσο και εκείνες χωρίς, διδάχτηκαν τους κλασματικούς αριθμούς με έναν παραδοσιακό τρόπο

που βασίζονταν στο σχολικό βιβλίο και την αυθεντία του εκάστοτε εκπαιδευτικού, με αποτέλεσμα να μην είναι τα κλάσματα ένα ευχάριστο κομμάτι των Μαθηματικών για τις συμμετέχουσες. Ακόμη, κατά την εκπαιδευτική τους πορεία στο σχολείο καμία από τις ομάδες συμμετεχόντων δεν συνάντησε πληθώρα χειροπιαστών διδακτικών υλικών. Συγκεκριμένα, τα μέσα που αξιοποιούνταν κατά τη διδασκαλία αφορούσαν κυρίως νοητά παραδείγματα και όχι πρακτικές καταστάσεις. Δηλαδή, γίνεται λόγος για απλά παραδείγματα που χρησιμοποιούνται εντός των δυο διαστάσεων του χαρτιού των σχολικών βιβλίων και αφορούν κατά βάση την προβολή εικόνων, όπως φωτογραφίες με πίτσες, σοκολάτες ή φρούτα. Βέβαια, μοναδική εξαίρεση εδώ συνιστά η τοποθέτηση της εκπαιδευτικού με ολική απώλεια όρασης, η οποία διδάχτηκε τα κλάσματα και συγκεκριμένα την ερμηνεία του «μέρος-όλου», με τη χρήση εποπτικών χειροπιαστών υλικών, όπως φρούτα και πλαστικές πίτσες.

Ολοκληρώνουμε τα αποτελέσματα της έρευνας με τον τρίτο άξονα που θίγει τους τρόπους με τους οποίους θα προσέγγιζαν και θα δίδασκαν οι εκπαιδευτικοί του δείγματος τους κλασματικούς αριθμούς. Διαπιστώθηκε εδώ, ότι όλες οι συμμετέχουσες θα δίδασκαν την έννοια του κλάσματος μέσα από τη διαδικασία «χωρίζω τόσα και παίρνω τόσα», δηλαδή, ως «μέρος-όλου». Στη μαθηματική λογική των εκπαιδευτικών της παρούσας έρευνας δεσπόζει για τα κλάσματα η προαναφερθείσα ερμηνεία. Βέβαια, αν και όλοι οι εκπαιδευτικοί παρουσίασαν σε σημαντικό βαθμό προσκόλληση σε αυτή την ερμηνεία, τα ευρήματα έδειξαν πως υφίσταντο κάποιες διαφοροποιήσεις στον τρόπο που θα εκπονούνταν η διδασκαλία και στα εποπτικά υλικά που θα αξιοποιούνταν για την μετάδοση των γνώσεων. Έτσι, παρά την προσκόλληση που παρατηρήθηκε στο σχολικό εγχειρίδιο, οι συμμετέχουσες θα αξιοποιούσαν και κάποια καθημερινά υλικά, όπως σοκολάτες, γεωμετρικά σχήματα, πλαστελίνη. Παρά, όμως, την χρήση αυτών των υλικών, οι εκπαιδευτικοί αδυνατούσαν να τα εναρμονίσουν στη διδακτική πράξη προκειμένου να μεταλαμπαδεύσουν αποδοτικά τις σχετικές για το κλάσμα γνώσεις στους βλέποντες μαθητές αλλά και στους μαθητές με ΑΟ. Τέλος, δεν καταγράφηκε έντονη αξιοποίηση απτικών υλικών που θα ενίσχυαν περαιτέρω την κατανόηση της έννοιας από τους μαθητές με ΑΟ.

## **5. Συμπεράσματα**

Συνολικά διαπιστώνεται μια αρνητική στάση και προδιάθεση προς τα κλάσματα τόσο από τις βλέπουσες συμμετέχουσες όσο και από εκείνες με ΑΟ, γεγονός που συνάδει με τα σχετικά ευρήματα της βιβλιογραφίας. Μάλιστα, οι στάσεις και τα συναισθήματα αυτά εξακολουθούν να υφίστανται ακόμα και σήμερα για τις εκπαιδευτικούς παρά την εκπαίδευση που δέχτηκαν. Έτσι, παρά τις όποιες βελτιώσεις και κατάκτηση σχετικών γνωστικών σημείων, υποστηρίζουν ότι δεν έχουν βελτιωθεί επαρκώς, ώστε να εξαλειφθούν οι δυσκολίες και να νιώσουν ικανοί να διδάξουν. Αυτό αντανακλάται, όπως διαπιστώθηκε και στο περιορισμένο φάσμα τρόπων διδασκαλίας και αξιοποίησης εποπτικών και απτικών υλικών που δεν θα περιορίζονται στο σχολικό εγχειρίδιο, αλλά θα ενισχύουν την κατανόηση της έννοιας



του κλάσματος τόσο από τους βλέποντες μαθητές όσο και από τους συνομηλίκους τους με ΑΟ.

Παράλληλα, γίνεται αντιληπτό ότι η διδασκαλία των κλασμάτων με συγκεκριμένες στρατηγικές και προκαθορισμένα εκπαιδευτικά υλικά παραπέμπει και επιβεβαιώνει την έμφαση που δίνεται στο σχολικό περιβάλλον στην ερμηνεία του κλάσματος ως μέρος όλου, αφού και οι 6 εκπαιδευτικοί σε μια οργανωμένη διδασκαλία θα ακολουθούσαν μεθόδους και τεχνικές που παραπέμπουν σε αυτή την ερμηνεία. Η χρήση συγκεκριμένων νοητών παραδειγμάτων του σχολικού βιβλίου δεν βοήθησε αρκετά, προκειμένου να γίνει πιο κατανοητή η έννοια του κλάσματος τόσο στις εκπαιδευτικούς με ΑΟ όσο και στις βλέπουσες, ενώ η γενικότερη απουσία κατάλληλων διδακτικών υλικών και η έμφαση στα νοητά παραδείγματα καθίσταται βασικό εμπόδιο σε μια εις βάθος κατανόηση των κλασματικών αριθμών.

## **6. Προτάσεις**

Είναι απαραίτητο εδώ, να ολοκληρώσουμε την παρούσα πιλοτική έρευνα με μια σειρά προτάσεων. Αν και το περιορισμένο δείγμα της έρευνας καθιστά ουτοπία μια τέτοια κατάθεση, το γεγονός ότι τα προαναφερθέντα ευρήματα συνάδουν με εκείνα της διεθνής βιβλιογραφίας τοποθετούν ως υλοποιήσιμες τις ακόλουθες ενέργειες.

Κυρίαρχη, λοιπόν, πρόταση αυτής της εργασίας συνιστά η αναζήτηση και αξιοποίηση διαφοροποιημένων μεθόδων διδασκαλίας, που θα καλύπτουν τις ανάγκες όλων των μαθητών συμπεριλαμβανομένων και εκείνων που έχουν ΑΟ. Έτσι, σύμφωνα και με τη διεθνή βιβλιογραφία (Αργυρόπουλος, 2013· Tomlinson, et. al., 2003), απαιτείται διαφοροποίηση ως προς έναν ή περισσότερους από τους ακόλουθους άξονες: α) το περιεχόμενο, β) τη διαδικασία, γ) το παραγόμενο προϊόν και δ) το μαθησιακό περιβάλλον. Ως προς το περιεχόμενο, οι μαθητές με ολική απώλεια όρασης θα πρέπει να έχουν πρόσβαση σε τυπωμένα σε braille κείμενα, ενώ εκείνοι με μερική απώλεια σε μεγεθυμένα. Όσον αφορά τη διαδικασία, θα μπορούσε να αξιοποιηθεί η βιωματική διδασκαλία ή η ομαδοσυνεργατική, μέσω της οποίας οι μαθητές με ΑΟ θα συνεργάζονται και θα ενισχύονται από τους βλέποντες συμμαθητές τους. Έτσι, προωθείται και η διαφοροποίηση ως προς το παραγόμενο προϊόν. Για παράδειγμα, μαθητές με και χωρίς ΑΟ μπορούν να εργαστούν σε ένα project, όπου θα προβάλλουν τις γνώσεις τους για το πώς αντιλαμβάνονται τα κλάσματα γύρω τους. Τέλος, προτείνεται διαφοροποίηση του περιβάλλοντος τόσο σε επίπεδο μάθησης, μέσω θετικού μαθησιακού κλίματος, όσο και σε χωροταξικό, που σημαίνει ορθή διαρρύθμιση και οργάνωση της τάξης (Αργυρόπουλος, 2011, 2013).

Πέραν των προαναφερθέντων διαφοροποιημένων μεθόδων διδασκαλίας, απαιτείται και ένα διαφοροποιημένο εκπαιδευτικό υλικό. Συνεπώς, προτείνεται η χρήση εκπαιδευτικών πολύ-αισθητηριακών υλικών, όπως πίνακες αφής και απτικές κατασκευές για την αναπαράσταση των κλασμάτων, προκειμένου όλοι οι μαθητές να έχουν την ευκαιρία για μια πιο βιωματική και ευχάριστη προσέγγιση της έννοιας του κλάσματος. Δεν πρέπει, φυσικά, να παραλείπεται και η αξιοποίηση της τεχνολογίας

και των κατάλληλων εκπαιδευτικών λογισμικών. Ταυτόχρονα, η αξιοποίηση ανάλογων υλικών διευκολύνει και τη μέγιστη δυνατή ανάπτυξη όλων των ερμηνειών του κλάσματος. Όταν, λοιπόν, οι προηγούμενες προτάσεις συνυπάρχουν και πραγματοποιούνται εντός των σχολικών τάξεων, τότε μπορούμε να κάνουμε λόγο για αποτελεσματική συνεκπαίδευση των μαθητών με ΑΟ και των συνομηλίκων βλεπόντων μαθητών μέσα στην ίδια σχολική τάξη.

Εν κατακλείδι, η έννοια του κλάσματος είναι μεν δύσκολη για μικρούς και μεγάλους μαθητές, όμως δεν είναι ακατόρθωτο να κατακτηθεί. Μέσα από κατάλληλες εκπαιδευτικές διαδικασίες και με τη χρήση πληθώρας υλικών τα κλάσματα μπορούν να καταστούν κατανοητά και προσιτά τόσο για τους μαθητές με ΑΟ όσο και για τους βλέποντες.

## **Βιβλιογραφία**

- Amato, S. (2002). Standards for Competence in Braille Literacy Skills in Teacher Preparation Programs. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 96(3), 143-153.
- Archambault, D., Stöger, B., Batušić, M., Fahrenguber, C., & Miesenberger, K. (2007). Mathematical working environments for the Blind: what is needed now?. In *the 7th IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies, Niigata, Japan*.
- Beal, C., & Shaw, E. (2009). An online math problem solving system for middle school students who are blind. *Journal of Online Learning and Teaching*, 5 (4), 630-638.
- Charalambous, C., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 64(3), 293-316.
- Charalambous, C., & Pitta-Pantazi, D. (2005). Revisiting a theoretical model on fractions: Implications for teaching and research. In Chick, H., & Vincent, J. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 233-240.
- Clamp, S. (1997). Mathematics. In Mason, H., & McCall, S. (1997). *Visual Impairment: Access to Education for Children and Young People*. David Fulton Publishers, 23, 218-235.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K (2008). *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας*. Μεταίχμιο.
- Deliyianni, E., & Gagatsis, A. (2013). Tracing the development of representational flexibility and problem solving in fraction addition: a longitudinal study. *Educational Psychology*, 33(4), 427-442.

- Edwards, A. D., McCartney, H., & Fogarolo, F. (2006). Lambda: a multimodal approach to making mathematics accessible to blind students. In *Proceedings of the 8th international ACM SIGACCESS conference on Computers and accessibility* (pp. 48-54). ACM.
- Gagatsis, A., Panaoura, A., Deliyianni, E., & Elia, I. (2009). The structure of students' beliefs about the use of representations and their performance on the learning of fractions. *Educational Psychology*, 29(6), 713-728.
- Kapperman, G., & Sticken, J. (2003). Practice Report: A Case for Increased Training in the Nemeth Code of Braille Mathematics for Teachers of Students Who Are Visually Impaired. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 97(2), 110-112.
- Kapperman, G., Heinze, T., & Sticken, J. (2000). Mathematics. In Koenig, A., & Holbrook, C. (Eds). *Foundations of Education: Instructional Strategies for Teaching Children and Youths with Visual Impairments*, 2(10), 371-399. American Foundation for the Blind. Second Edition.
- Kapperman, G., Heinze, T., & Sticken, J. (1997). Strategies for developing mathematics skills in students who use braille. *Research and Development Institute*.
- Karshmer, A., & Bledsoe, C. (2002). Access to mathematics by blind students. In Heidelberg, K. Miesenberger, J. Klaus, W. Zagler (Eds.). *Computers helping people with special needs*, (pp. 471-476). Springer Berlin
- Pinilla M. (2007). Fractions: conceptual and didactic aspects. *Acta Didactica Universitatis Comeniana*, 7, 23-45.
- Tomlinson, C. A., Brighton, C., Hertberg, H., Callahan, C. M., Moon, T. R., Brimijoin, K., ... & Reynolds, T. (2003). Differentiating instruction in response to student readiness, interest, and learning profile in academically diverse classrooms: A review of literature. *Journal for the Education of the Gifted*, 27(2-3), 119-145.
- Ward, J. & Thomas, G (2007). What do teachers know about fractions. *Findings from the New Zealand Numeracy Development Projects 2006*, 128-138.
- Αβραμίδης, Η. & Καλύβα, Ε. (2006). *Μέθοδοι Έρευνας στην Ειδική Αγωγή. Θεωρία και Εφαρμογές*. Αθήνα: Εκδόσεις Παπαζήση.
- Αργυρόπουλος, Β. (2011). Η εκπαίδευση παιδιών με σοβαρά προβλήματα όρασης: ερευνητική και πρακτική προσέγγιση στο χώρο της διδασκαλίας. Στο Παντελιάδου, Σ., & Αργυρόπουλος, Β. (Επιμ.). *Ειδική Αγωγή. Από την έρευνα στη διδακτική πράξη*. Αθήνα: Πεδίο.
- Αργυρόπουλος, Β. (2013). Διαφοροποίηση και διαφοροποιημένη διδασκαλία: θεωρητικό υπόβαθρο και βασικές αρχές. Στο Παντελιάδου, Σ., & Φιλίππατου, Δ. (Επιμ.). *Διαφοροποιημένη Διδασκαλία. Θεωρητικές προσεγγίσεις & εκπαιδευτικές πρακτικές*. Αθήνα: Πεδίο.

- Γαγάτσης, Α., Ιωάννου, Κ., Σημητρά- Κωνσταντίνου, Α., & Χριστοδουλίδου, Ο. (2006). Γιατί οι μαθητές δυσκολεύονται στα κλάσματα; Στο Φτιάκα, Ε., Γαγάτσης, Α., Ηλία, Η., & Μοδέστου, Μ. (Επιμ.). *Η Σύγχρονη Εκπαιδευτική Έρευνα στην Κύπρο: Προτεραιότητες και Προοπτικές. Πρακτικά 9<sup>ο</sup> συνέδριο Παιδαγωγικής Εταιρίας Κύπρου*, 99-110.
- Γιαννέλος, Α. (2011). Αντιλήψεις μαθητών Στ' Δημοτικού για τα κλάσματα. *Επιστημονικό Βήμα*, 15, 173-185.
- Ιωσηφίδης, Θ. (2008). *Ποιοτικές μέθοδοι έρευνας στις κοινωνικές επιστήμες*. Αθήνα: Εκδόσεις Κριτική.
- Κολέζα, Ε. (2000). *Γνωσιολογική και Διδακτική προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Έννοιών*. Αθήνα: Leader Books.
- Κουρουπέτρογλου, Γ., & Φλωριάς, Ε. (2003). *Επιστημονικά σύμβολα κατά Braille στον Ελληνικό χώρο. Εφαρμογή σε Συστήματα Πληροφορικής για Τυφλούς*. Αθήνα: Εκδόσεις ΚΕΑΤ.