

## Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης

Τόμ. 2015, Αρ. 2 (2015)

Λειτουργίες νόησης και λόγου στη συμπεριφορά, στην εκπαίδευση και στην ειδική αγωγή: Πρακτικά 5ου Συνεδρίου



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ Π.Τ.Δ.Ε.  
ΚΕΝΤΡΟ ΜΕΛΕΤΗΣ ΨΥΧΟΦΥΣΙΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

### 5<sup>ο</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ 19-21 Ιουνίου 2015

Υπό την αιγίδα του Υπουργείου Πολιτισμού, Παιδείας και  
Θρησκευμάτων

« Λειτουργίες νόησης και λόγου στη συμπεριφορά,  
στην εκπαίδευση και στην ειδική αγωγή »

#### ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΣΥΝΕΔΡΙΟΥ

ΑΠΡΙΛΙΟΣ 2016

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:

Παπαδάτος Γιάννης  
Πολυχρονόπουλου Σταυρούλα  
Μπασιτέα Αγγελική

ISSN: 2529-1157

ΑΘΗΝΑ

**Ανίχνευση της χαρισματικότητας στα  
μαθηματικά: μια διερεύνηση των γνωστικών  
παραμέτρων με τελειόφοιτους της πρωτοβάθμιας  
εκπαίδευσης**

*Μαγδαληνή Μοσχογιάννη, Σοφία Παρτσαλίδου*

doi: [10.12681/edusc.186](https://doi.org/10.12681/edusc.186)

### Βιβλιογραφική αναφορά:

Μοσχογιάννη Μ., & Παρτσαλίδου Σ. (2016). Ανίχνευση της χαρισματικότητας στα μαθηματικά: μια διερεύνηση των γνωστικών παραμέτρων με τελειόφοιτους της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης. *Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης, 2015(2)*, 848–876. <https://doi.org/10.12681/edusc.186>

# Ανίχνευση της χαρισματικότητας στα μαθηματικά: μια διερεύνηση των γνωστικών παραμέτρων με τελειόφοιτους της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης

Μοσχογιάννη Μαγδαληνή  
Πτυχιούχος Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης  
magddd.8@gmail.com

Παρτσαλίδου Σοφία  
Πτυχιούχος Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης  
sofipart@gmail.com

## Περίληψη

Η έννοια της χαρισματικότητας αποκτά ιδιαίτερο ενδιαφέρον τα τελευταία χρόνια, καθώς προκύπτει η αναγκαιότητα ενσωμάτωσης των παιδιών αυτής της ομάδας στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα. Η παρούσα μελέτη, που εκπονήθηκε στα πλαίσια μιας διπλωματικής εργασίας, εστιάζει στη χαρισματικότητα στα μαθηματικά και συγκεκριμένα, εξετάζει γνωστικά χαρακτηριστικά της, όπως η πρωτοτυπία, η αφαιρετικότητα της σκέψης, η μαθηματική συλλογιστική (reasoning) και η ικανότητα επίλυσης προβλήματος. Μεθοδολογικά, χρησιμοποιήθηκαν δύο ερευνητικά εργαλεία, μια δοκιμασία με μαθηματικά έργα, στην οποία συμμετείχαν 176 μαθητές της Στ' Δημοτικών Σχολείων από αστικές περιοχές της Θράκης και μια ημι-δομημένη συνέντευξη με δυο μαθητές που επιλέχτηκαν με συγκεκριμένα κριτήρια και στόχευε στην περαιτέρω εμβάθυνση στο θέμα. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι τα έργα με τα υψηλότερα ποσοστά επιτυχίας δεν ήταν εκείνα που αναδείκνυαν γνωστικά χαρακτηριστικά της χαρισματικότητας στα μαθηματικά. Επιπλέον, μόνο ένας πολύ μικρός αριθμός μαθητών διατύπωνε μαθηματική σκέψη που παρέπεμπε σε χαρισματικότητα στα μαθηματικά και μάλιστα, με ασαφή τρόπο.

**Λέξεις-Κλειδιά:** χαρισματικότητα, μαθηματικά, γνωστικά χαρακτηριστικά, έργα.

## Abstract

The concept of giftedness is of special interest in the recent years, since there is a need to integrate this group of children in the education system. The work focuses on giftedness in mathematics, specifically examining cognitive characteristics such as originality, abstractness of thinking, mathematical reasoning and problem solving ability. Two research tools were exploited in the context of the study: a test consisted of a series of mathematical tasks tried by 176 sixth grade students from urban schools in Thrace and a semi-structured interview taken from two students selected according to specific criteria and aimed at deepening into the research subject. The results showed that the tasks with the highest success rates were not those that highlight cognitive characteristics of giftedness in mathematics. Moreover, only a very small number of students' mathematical thinking projected giftedness in mathematics and only vaguely.

**Keywords:** giftedness, mathematics, cognitive characteristics, tasks.  
Χαρισματικότητα

## Θεωρητικό Μέρος

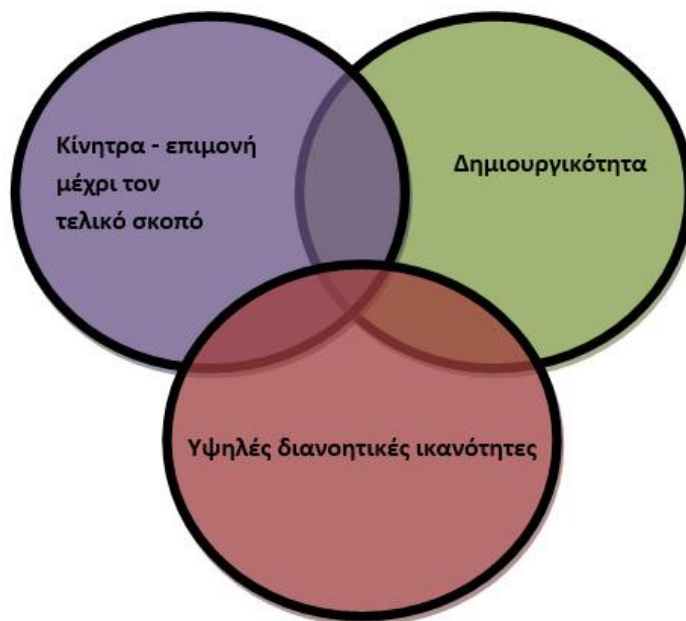
### 1. Ορισμός της Έννοιας Χαρισματικότητα

Αποτελεί κοινό τόπο η διαπίστωση πως η έννοια της χαρισματικότητας συνιστά ένα θέμα «ανοιχτό» αλλά και ένα πολυσύνθετο φαινόμενο που επηρεάζεται από τις ανάγκες της εκάστοτε κοινωνίας. Βέβαια αν σκεφτεί κανείς πως εντοπίζεται μόλις στο 1-2% των ατόμων του γενικού πληθυσμού που έχουν εκφράσει τη χαρισματικότητά τους, γίνεται ορατό πως η προσπάθεια ορισμού της κρίνεται εξαιρετικά δύσκολη (Ministry of Learning of Alberta, 2004, Τσιάμης, 2005, Κονιστή, 2012). Σύμφωνα με τον Ματσαγγούρα (2008), «η χαρισματικότητα χαρακτηρίζεται από μία ασύγχρονη εξέλιξη, κατά την οποία προηγμένες γνωστικές ικανότητες δημιουργούν ένα σύνολο εσωτερικών εμπειριών που διαφέρει ποιοτικά από το μέσο όρο». Ο όρος «ασύγχρονη» στο χαρισματικό άτομο μαρτυρά μία έλλειψη συγχρονισμού στο ρυθμό της γνωστικής, συναισθηματικής και βιολογικής του εξέλιξης που διαφέρει ποιοτικά από το μέσο όρο. Η χαρισματικότητα ορίζεται ως μια «δύναμη» που ο μαθητής κατέχει με αποτέλεσμα την επίδειξη επιτευγμάτων σε μία ή περισσότερες εκπαιδευτικές ικανότητες (Αναστασιάδου & Θεοδώρου, 2012) ενώ η Milgram (1991) προσθέτει στο εννοιολογικό περιεχόμενο του όρου τη συμβολή γνωστικών δυνατοτήτων και κοινωνικο-πολιτισμικών ευκαιριών για μάθηση (Ματσαγγούρας, 2008). Μάλιστα η Κυρίτση (2011) προσθέτει πως η χαρισματική συμπεριφορά αφορά μια γενική πνευματική ικανότητα, μια πρωτότυπη σκέψη. Σύμφωνα με τη θεωρία του L.M. Terman η χαρισματικότητα εξηγείται βάσει κληρονομικών νευρολογικών λειτουργιών και γενετικής προδιάθεσης του ατόμου. Αργότερα βέβαια επισημαίνεται η ανάγκη ύπαρξης συγκεκριμένου περιβάλλοντος που θα πυροδοτήσει με τα κατάλληλα ερεθίσματα την εκδήλωση αυτής της γενετικής προδιάθεσης (Παπουτσάκη- Ντορενστάουτερ, 1994, Winner, 1996, Ματσαγγούρας, 2008).

Γίνεται εμφανές λοιπόν πως για την έννοια της χαρισματικότητας έχουν διατυπωθεί μέχρι σήμερα πολλοί ορισμοί που προσδιορίζονται από τις τρέχουσες ιδεολογικές αντιλήψεις. Δηλαδή οι ορισμοί ποικίλλουν ανάλογα με το αν είναι συντηρητικοί ή προοδευτικοί (liberal), μονοδιάστατοι ή πολυδιάστατοι ή αν εστιάζουν στην ικανότητα ή την επίδοση (Κόκκινος, Μαυροφρύδου & Δαβάζογλου, 2005). Οι συντηρητικοί θεωρούν ως μοναδικό κριτήριο το δείκτη νοημοσύνης (Μανωλάκος, 2010) ενώ οι προοδευτικοί αυξάνουν το φάσμα της χαρισματικότητας (Κόκκινος, Μαυροφρύδου & Δαβάζογλου, 2005). Σύμφωνα με τον Gagné (2008), ο όρος χαρισματικότητα προϋποθέτει την έμφυτη παρουσία φυσικών κλίσεων και ικανοτήτων οι οποίες ονομάζονται «χαρίσματα» ή «ξεχωριστές κλίσεις» (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2004, Κολιάδης, 2010) ενώ ο Tannenbaum (1991) δίνει μία άλλη διάσταση στον όρο υποστηρίζοντας πως αυτός συνδέεται με υψηλή γενική νοημοσύνη, ειδικές δεξιότητες, υποστήριξη των διανοητικών χαρακτηριστικών, περιβάλλον και καλή τύχη (Θεοωρίδου, 2006).

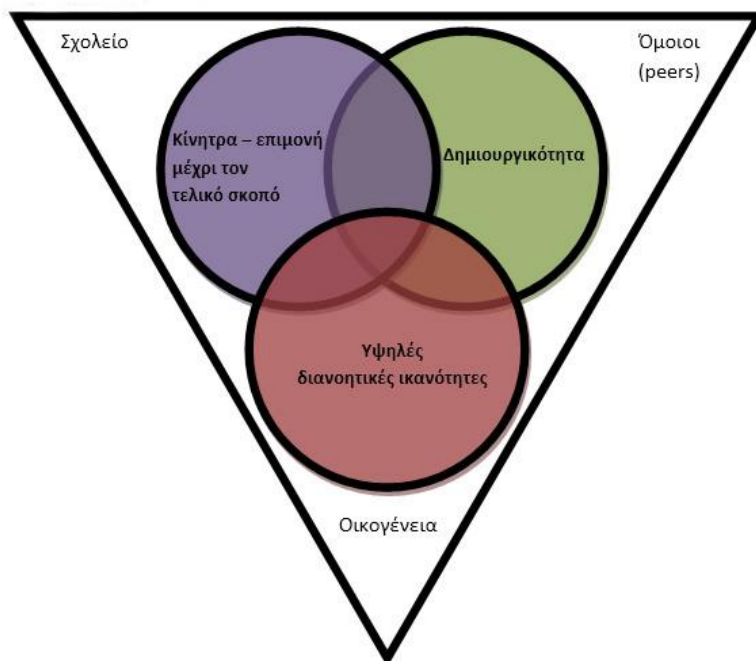
Στην προσπάθεια ορισμού της χαρισματικότητας σημαντική θεωρείται η συμβολή του Renzulli (1978) ο οποίος υποστηρίζει πως «η χαρισματική συμπεριφορά αποτελείται από σκέψη και πράξη που είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης μεταξύ τριών βασικών ομάδων ανθρώπινων χαρακτηριστικών. Αυτές οι ομάδες είναι ανωτέρου επιπέδου γενικές ή ειδικές ικανότητες, υψηλά επίπεδα δέσμευσης να φέρουν ένα έργο σε πέρας και υψηλά επίπεδα δημιουργικότητας» (Ματσαγγούρας, 2008). Με αυτόν τον τρόπο ο Renzulli εισάγει την ιδέα των «Τριών Δακτυλίων» (Three – Ring Model) προσεγγίζοντας την έννοια της «χαρισματικότητας» με την αναφορά σε τρεις ομάδες αλληλεπιδρώντων χαρακτηριστικών: τις υψηλές

διανοητικές ικανότητες, τη δέσμευση για ολοκλήρωση του εκάστοτε έργου και τη δημιουργικότητα σε σχέση πάντα με γενικούς και ειδικούς τομείς της ανθρώπινης επίδοσης. Θα πρέπει να τονιστεί πως καμία ομάδα χαρακτηριστικών μεμονωμένα δεν «αποτελεί τη χαρισματικότητα» αλλά και οι τρεις βρίσκονται σε διαρκή αλληλεπίδραση μεταξύ τους (Αδαμοπούλου, 2003, Ρίζος, 2007, Μειμάρης & Λόξα, 2013).



**Σχήμα 1.1.:** Το μοντέλο των «Τριών Δακτυλίων» (Ματσαγγούρας, 2008).

Στη συνέχεια ο Monks (1984) επεκτείνοντάς το, πρότεινε το πολυπαραγοντικό μοντέλο (Multi-factor Model) υποστηρίζοντας πως τα τρία παραπάνω είδη δέχονται την επίδραση περιβαλλοντικών παραγόντων όπως η οικογένεια, το σχολείο και οι συνομήλικοι (Gari, Kalantzi – Azizi & Mylonas, 2000, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2004, Τζελέπη - Γιαννάτου, 2008).



**Σχήμα 1.2.:** Το πολυπαραγοντικό μοντέλο του Monks (Ματσαγγούρας, 2008).

Σημειώνεται ότι η επίδραση των περιβαλλοντικών παραγόντων όπως η οικογένεια, το σχολείο και οι προικισμένοι συνομήλικοι θα καθορίσει και το αν το «εν δυνάμει» προικισμένο παιδί θα εξελιχθεί σε ένα «εν ενεργεία» προικισμένο (Παπουτσάκη - Ντορενστάουτερ, 1994). Σε κάθε περίπτωση δεν πρέπει να ξεχνάμε, πως μία χαρισματική συμπεριφορά δεν εκδηλώνεται μόνο μέσα από τις ικανότητες που παρουσιάζονται στα παραδοσιακά τεστ νοημοσύνης, δεξιοτήτων και επιδόσεων. Πολύ περισσότερο ως χαρισματικοί αναγνωρίζονται οι δημιουργικοί άνθρωποι που προκαλούν αλλαγές στο κοινωνικό «γίγνεσθαι», οι αναμορφωτές σκέψης σε όλα τα επίπεδα της ανθρώπινης δραστηριότητας και όχι απλά οι παθητικοί αποδέκτες γνώσεων (Ματσαγγούρας, 2008).

## 2. Χαρακτηριστικά Χαρισματικών Παιδιών

Η υψηλή νοημοσύνη αποτελεί ένα από τα πιο σημαντικά -αν όχι το σημαντικότερο-κριτήριο για να χαρακτηριστεί κάποιος χαρισματικός εδώ και πολλά χρόνια. Βέβαια, τελευταία, μετά και την αμφισβήτηση των τεστ νοημοσύνης, υπάρχει μια τάση να χρησιμοποιούνται πολλαπλά κριτήρια πέρα της μέτρησης του υψηλού νοητικού δυναμικού έτσι ώστε η επισήμανση της χαρισματικότητας να είναι πιο ολοκληρωμένη (Καργιώτη, 2011). Τέτοια είναι τα τεστ δημιουργικότητας, η μέτρηση της πρακτικής νοημοσύνης (tacit knowledge) (van Lieshout & Heymans, 2000) οι υποδείξεις γονέων-δασκάλων και σημαντικών άλλων και οι αυτό-αναφορές των ίδιων των παιδιών (Τσιάμης, 2005).

Η νοημοσύνη είναι ένας όρος που έχει προσεγγιστεί από πολλούς κατά καιρούς χωρίς όμως κανένα οριστικό και απόλυτο αποτέλεσμα ως προς την οριοθέτησή της. Άλλοι θεωρούν, όπως ο Galton, ότι έχει να κάνει με την αντίληψη και την κληρονομικότητα, άλλοι με τη λογική και την επίλυση προβλήματος (Binet & Simon), άλλοι θεωρούν πως η νοημοσύνη είναι πολυσχιδής και περίπλοκη (Gardner) (Μανωλάκος, 2010) ενώ άλλοι τονίζουν το ρόλο των νοητικών διαδικασιών και πώς αυτές επηρεάζουν τον τρόπο χειρισμού των πληροφοριών και κατ' επέκταση την συμπεριφορά του ατόμου σε γνωστά ή άνοικα περιβάλλοντα (Hunt, Sternberg). Από

τα παραπάνω μπορεί να συμπεράνει κανείς πως τρεις είναι οι βασικοί πυλώνες του ορισμού της νοημοσύνης: η ικανότητα προσαρμογής σε νέες καταστάσεις, η εμπειρική μάθηση και η συμβολική/αφαιρετική σκέψη (Τσιάμης, 2005).

Παράλληλα και οι επιστήμονες που μελετούν την χαρισματικότητα όπως οι Renzulli, Monks και Marland θεωρούν πως η γενική νοητική ικανότητα ανήκει στα χαρακτηριστικά των μοντέλων τους (Μπογδάνου, 2009, Κονιστή, 2012). Έτσι, με τον όρο γενική νοητική ικανότητα εννοούν την εξαιρετική ικανότητα χειρισμού των πληροφοριών (μεγάλη πρόσληψη, αυξημένη αποθήκευση, βέλτιστη και σύνθετη επεξεργασία), την ευχέρεια στη χρήση του λεξιλογίου και της γλώσσας, την ικανότητα κατασκευής νέων εννοιών και ιδεών τη στιγμή που οι συνομήλικοι μπορούν μόνο να ανακαλούν και να απομνημονεύουν δεδομένα (Γιαννάκου-Κίτσου, 1998) καθώς και την ικανότητα να κάνουν υποθέσεις και να μαθαίνουν ταχύτερα και ευκολότερα από τους συνομηλίκους.

Επίσης, τα παιδιά αυτά διαθέτουν ανώτερου επιπέδου σκέψη (ανάλυση, σύνθεση, εκτίμηση/αξιολόγηση κατά Bloom), η οποία μάλιστα χαρακτηρίζεται από αξιοσημείωτη ωριμότητα και είναι και κριτική (Γιαννάκου-Κίτσου, 1998). Χειρίζονται σύνθετες σχέσεις πολλών μεταβλητών οι οποίες μπορεί να είναι και αντιθετικές, (Κυρίτση, 2011) γεγονός που επιβεβαιώνει την υψηλού επιπέδου νόησή τους.

## **2.1 Δημιουργικότητα**

Όπως και η νοημοσύνη έτσι και η δημιουργικότητα είναι μια έννοια που δύσκολα μπορεί να οριστεί γενικά και απόλυτα. Από τους δεκάδες ορισμούς που δόθηκαν για αυτή μπορεί κανείς να διακρίνει κάποια βασικά στοιχεία των δημιουργικών ατόμων. Αρχικά, ο Guilford (1950) την ονόμασε αποκλίνουσα παραγωγή και στις διαστάσεις της περιέλαβε ένα σύνολο γνωρισμάτων που έχουν να κάνουν με την ποσοτική ευχέρεια του δημιουργικού ατόμου να βρίσκει λύσεις/ιδέες, την ευελιξία και πρωτοτυπία- αυτών των λύσεων, τη δυνατότητα προσφοράς περεταίρω λεπτομερειών πάνω σ' αυτές και τις ικανότητες ανάλυσης, σύνθεσης, αλληλοσυσχέτισης και αναθεώρησης των παραγόμενων ιδεών (Κυρίτση, 2011, Lee Heward, 2011). Επίσης, τα δημιουργικά παιδιά διακρίνονται για την ανεξάρτητη σκέψη τους, το χιούμορ (Ηλιοπούλου, 2006), την εφευρετικότητα και τη δημιουργικότητα που διαθέτουν (Θεοδωρίδου, 2006) καθώς και για τη φαντασία και την προτίμηση που δείχνουν στα περίπλοκα διανοητικά παιχνίδια μιας και διαθέτουν εξαιρετικές δυνατότητες επίλυσης προβλήματος (Αδαμοπούλου, 2003).

## **2.2 Άλλα Χαρακτηριστικά**

Κατά καιρούς, πολλοί ερευνητές έχουν επιχειρήσει να εντοπίσουν και να καταγράψουν τα χαρακτηριστικά των χαρισματικών παιδιών σε λίστες βρίσκοντας τις ομοιότητες και διαφορές αυτών των παιδιών σε σχέση με τα «φυσιολογικά» παιδιά της ηλικίας τους σε διάφορους τομείς. Αρχικά, αξίζει να αναφερθούν οι πρώιμες ενδείξεις που μπορούν να παρατηρήσουν οι γονείς ή οι εκπαιδευτικοί σε παιδιά προσχολικής ή σχολικής ηλικίας και οι οποίες υποδηλώνουν την ύπαρξη της χαρισματικότητας για να προχωρήσουν στη συνέχεια σε μια πρώιμη διάγνωση αυτής. Πιο συγκεκριμένα, οι ενδείξεις αυτές έχουν να κάνουν με ιδιαίτερες και πρώιμες δεξιότητες, ενδιαφέροντα και χαρακτηριστικά αυτών των παιδιών. Έτσι, τα χαρισματικά παιδιά μαθαίνουν πιο γρήγορα ανάγνωση, γραφή και αριθμητική και έχουν εξελιγμένο προφορικό λόγο από πολύ μικρή ηλικία (Θεοδωρίδου, 2006). Επιπλέον, δείχνουν έντονο ενδιαφέρον για παζλ, υπολογιστές και βιβλία και χαρακτηρίζονται από συνεχή περιέργεια και ετοιμότητα, ζωνή φαντασία και καλή

μνήμη. Ακόμη, είναι τελειομανείς, αστείοι, ανταγωνιστικοί, συγκεντρωμένοι και έχουν ανεπτυγμένο το αίσθημα της ηθικής δικαιοσύνης (Οδηγός για Μαθητές με Ιδιαίτερες Νοητικές Ικανότητες και Ταλέντα, 2004).

Όσον αφορά τα γνωστικά τους χαρακτηριστικά αυτά σχετίζονται με τη γνωστική λειτουργία η οποία αποτελείται από τη γνώση, τις μεταγνωστικές δεξιότητες και τον τρόπο μάθησης. Ως προς τον πρώτο παράγοντα έχουν πλατιά και βαθιά γνώση και μάλιστα σε πολλούς τομείς γεγονός που διευκολύνεται από την ανεπτυγμένη τους γλωσσική ικανότητα και τα οδηγεί σε μια εξαιρετική απόδοση (Αδαμοπούλου, 2003, Κυρίτση, 2011). Επίσης, διακρίνονται για την εύκολη και ταχύτατη απόκτηση, αποθήκευση και ανάκληση δεδομένων από την μνήμη τους αφού αρχικά επιδοθούν σε μια λεπτομερειακή και γρήγορη επιλογή και επεξεργασία των ερεθισμάτων του περιβάλλοντος (Θεοδωρίδου, 2006). Μάλιστα, οι αφηρημένες έννοιες γίνονται εύκολα αντικείμενο κατανόησης, χρήσης και επεξεργασίας από αυτούς. Η συνεχής πνευματική τους ενεργητικότητα βοηθά έτσι ώστε να ανακαλύπτουν συνδέσεις μεταξύ των γνωστικών εφοδίων και να τα χρησιμοποιούν σε νέα περιβάλλοντα (Κυρίτση, 2011) κάτι που λέγεται μεταγνώση.

Χάρη σ' αυτή βρίσκουν σχέσεις αιτίου-αποτελέσματος σε αντικείμενα που η συσχέτισή τους δεν είναι εμφανής, μπορούν να σχεδιάσουν τη δράση τους σκόπιμα και να την φέρουν εις πέρας με ακρίβεια καθώς και να δουν αν τα κριτήρια ελέγχου που χρησιμοποίησαν στην εκάστοτε λύση ενός προβλήματος ευσταθούν. Παράλληλα, με την ανεπτυγμένη μεταγνώση στο ρεπερτόριο των δεξιοτήτων τους μπορούν να «ζυγίσουν» σωστά τις απαιτήσεις των προβληματικών καταστάσεων, να χρησιμοποιήσουν την ιεράρχηση των πηγών τους για να μεθοδεύσουν την λύση και να επιδοθούν σε επιλεκτική κωδικοποίηση μειώνοντας έτσι τον κόπο και το χρόνο που θα διαθέσουν σε ένα έργο (Αδαμοπούλου, 2003). Τα παραπάνω βοηθούν τους χαρισματικούς μαθητές να αποκτήσουν αυτογνωσία σε σχέση με τις γνωστικές τους ικανότητες και να ρυθμίζουν κατάλληλα τη μάθησή τους κάθε φορά (αυτό-ρυθμιζόμενη μάθηση) επιλέγοντας μια στρατηγική επίλυσης προβλήματος από τις πολλές που διαθέτουν (Κυρίτση, 2011).

Αναφορικά με την τελευταία παράμετρο της γνωστικής λειτουργίας, δηλαδή τον τρόπο μάθησης των χαρισματικών μαθητών θα μπορούσε να επισημάνει κανείς ότι δεν φοβούνται τις νέες εμπειρίες μάθησης ούτε δειλιάζουν μπροστά σε γνωστικά ρίσκα ή σε δύσκολα προβλήματα, αλλά αντίθετα εμμένουν στην προσπάθεια (Αδαμοπούλου, 2003). Τα κίνητρα τους τις περισσότερες φορές είναι εσωτερικά και έχουν υψηλούς στόχους (Θεοδωρίδου, 2006). Προτιμούν έργα αυτοκαθοδηγούμενης μάθησης που να αποτελούνται από δημιουργικές και όχι συνηθισμένες δραστηριότητες έτσι ώστε να ενεργοποιήσουν την φαντασία και την οξεία αντιληπτική ικανότητά τους για τη λύση (Μπογδάνου, 2009).

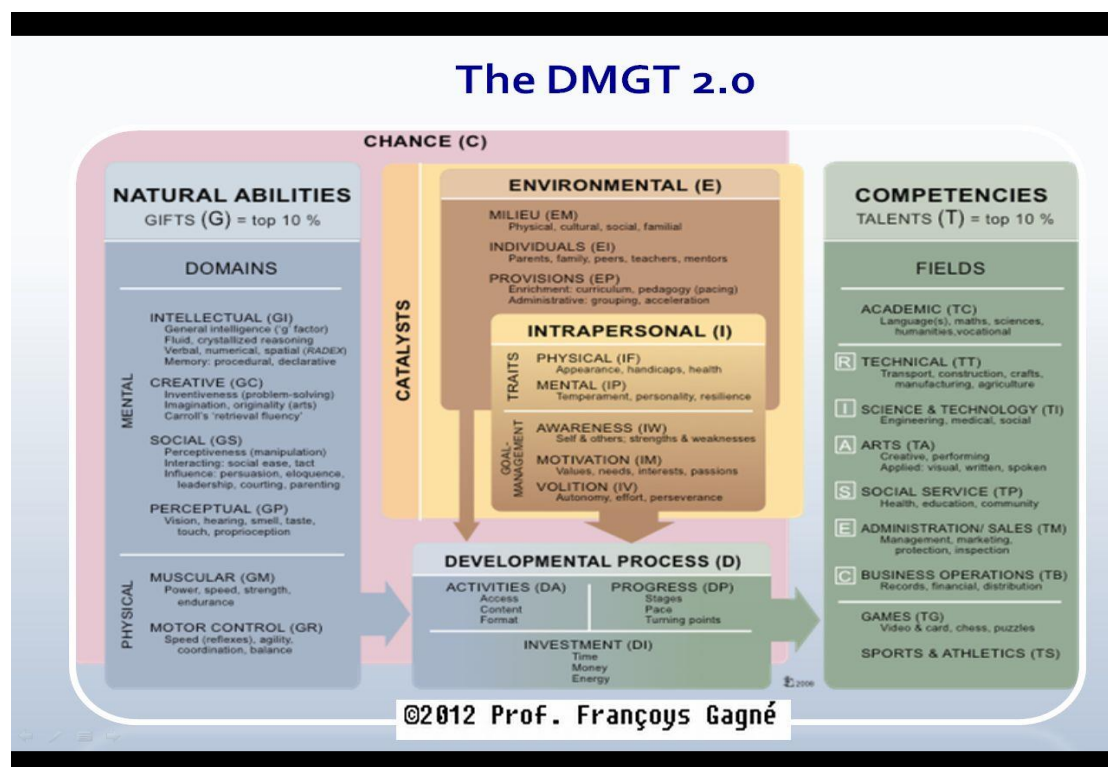
### **3. Σύγκριση Χαρισματικότητας – Ταλέντου**

Η χαρισματικότητα και το ταλέντο έχουν δεχτεί πολλούς διαφορικούς ορισμούς με αποτέλεσμα να καθίστανται έννοιες ευρείες και ευμετάβλητες ανάλογα και με το κοινωνικό-πολιτισμικό πλαίσιο και το σχολικό περιβάλλον μέσα στο οποίο επιχειρείται η ερμηνεία τους. Ο Gagné έχει ασχοληθεί εκτενέστατα με τη διάκριση της χαρισματικότητας από το ταλέντο και έχει προτείνει το Διαφοροποιημένο Μοντέλο Χαρισματικότητας και Ταλέντου (DMGT) (Κυρίτση, 2011).

Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, με τον όρο χαρισματικότητα εννοούμε τις ικανότητες που ενυπάρχουν στο άτομο από τη γέννηση του, είναι δηλαδή έμφυτες, εκφράζονται με τρόπο άμεσο- αυθόρμητο, χωρίς περαιτέρω διδασκαλία ή καλλιέργεια και καθιστούν το άτομο στο ανώτερο 10% σε σχέση με τους

συνομηλίκους του σε περισσότερους από έναν τομείς. Αντίθετα, το ταλέντο είναι μια επίκτητη δεξιότητα σε έναν τομέα, με κάποιο όμως γενετικό υπόβαθρο (κλίση/χάρισμα) που χρειάζεται απαραίτητα καλλιέργεια και εξάσκηση για να εκδηλωθεί στον μέγιστο βαθμό και σε επίπεδο πάνω από τον μέσο όρο των συνομηλίκων (Κονιστή, 2012). Επομένως, θα μπορούσαμε να πούμε πως το ταλέντο ισούται με το γινόμενο του χαρίσματος επί την εξάσκηση ( $T=G \times P$ ).

Για την μετατροπή όμως του χαρίσματος σε ταλέντο διαμεσολαβούν ενδοπροσωπικοί και περιβαλλοντικοί καταλύτες καθώς και ο παράγοντας της τύχης ο οποίος ωστόσο, δεν συμπεριλαμβάνεται στην τελευταία έκδοση του μοντέλου (2012). Η αναπτυξιακή διαδικασία που αναφέρεται αποκλειστικά στην τελευταία έκδοση του μοντέλου, περιλαμβάνει δραστηριότητες (ανάλογα με το περιεχόμενο, την πρόσβαση και τη μορφή της κλίσης), εξέλιξη (σε σχέση με τα στάδια, τον ρυθμό και τα σημεία καμπής) και επενδύσεις (σε χρόνο, χρήμα και ενέργεια) (Gagné, 2008).



Σχήμα 1.3.: Διαφοροποιημένο Μοντέλο Χαρισματικότητας και Ταλέντου (DMGT)(Gagné,2012)

## 4. Χαρισματικότητα στα Μαθηματικά

### 4.1 Ορισμός Έννοιας

Είναι ευρέως γνωστό ότι για την έννοια της χαρισματικότητας στα μαθηματικά όπως και για την έννοια της χαρισματικότητας εν γένει, δεν υπάρχει ένας κοινά αποδεκτός ορισμός που να προσδιορίζει πλήρως την έννοια (Finlayson Reed, 2004 , Bicknell, 2008, Bicknell, 2009). Κάτι τέτοιο φαντάζει απόλυτα δικαιολογημένο αφού η συγκεκριμένη έννοια αναφέρεται σε ένα αρκετά εξειδικευμένο πεδίο δράσης, το οποίο αποτέλεσε αντικείμενο μελέτης «για λίγους» του επιστημονικού χώρου. Στην προσπάθεια αποσαφήνισης της έννοιας η βιβλιογραφία στρέφεται στις ικανότητες των μαθηματικά χαρισματικών μαθητών. Οι συγκεκριμένοι μαθητές κατέχουν ένα σύνολο ειδικών μαθηματικών ικανοτήτων και



διακρίνονται για ένα διαφορετικό ποιοτικά μαθηματικό τρόπο σκέψης (Bicknell, 2008, Bicknell, 2009). Συχνά περιγράφονται ως «μαθητές με εξαιρετικές ικανότητες στα μαθηματικά», «μαθητές μαθηματικά υποσχόμενοι», «μαθητές χαρισματικοί και ταλαντούχοι στα μαθηματικά» ή και ως «μαθητές ακαδημαϊκά ανώτεροι στο μάθημα των μαθηματικών». Μάλιστα, σύμφωνα με τη Sheffield (1999), το National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) ορίζει τους μαθηματικά υποσχόμενους μαθητές ως αυτούς που διαθέτουν το κατάλληλο δυναμικό για να επιλύουν αποτελεσματικά προβλήματα του μέλλοντος (Finlayson Reed, 2004).

Ο πρώτος από τον επιστημονικό χώρο που μελέτησε συστηματικά το συγκεκριμένο πεδίο έρευνας ήταν ο Ρώσος ψυχολόγος V.A. Krutetski κατά τη δεκαετία του 1970. Μέσα από τις μελέτες του γίνεται φανερό πως απώτερος σκοπός του ήταν να ερευνήσει την ίδια τη φύση και τη δομή της μαθηματικής ικανότητας. Ορίσε την ικανότητα ως ένα ατομικό χαρακτηριστικό που καθιστά το άτομο ικανό να διεκπεραιώνει γρήγορα και σωστά ένα έργο. Σύμφωνα με αυτόν, η χαρισματικότητα στα μαθηματικά προσδιορίζει ένα «μοναδικό» σύνολο μαθηματικών ικανοτήτων που συντελούν στην επιτυχημένη εκτέλεση δραστηριοτήτων (Bicknell, 2008, Bicknell, 2009). Ακόμη, υποστήριξε πως αυτού του είδους τα παιδιά χαρακτηρίζονται από μια «μαθηματική διορατικότητα» και τείνουν να βλέπουν τον κόσμο μέσα από ένα μαθηματικό φακό, ένα μαθηματικό πρίσμα που το ονομάζει «mathematical cast of mind». Πιο συγκεκριμένα, τα παιδιά αυτά αντιλαμβάνονται «ένα πλήθος φαινομενικά μη μαθηματικών φαινομένων» μέσω αυτού του μαθηματικού πρίσματος, το οποίο ο Krutetski ερμηνεύει ως «μία μαθηματική στροφή του μυαλού» (Ματσαγγούρας, 2008). Βέβαια, γίνεται μεγάλη συζήτηση για το αν η χαρισματικότητα στα μαθηματικά είναι ένα φυσικό χάρισμα ή αν αντίθετα είναι αποτέλεσμα καλλιέργειας και εξάσκησης (Dimitriadis, 2012). Σύμφωνα με τον Krutetski η ιδιαίτερη μαθηματική ικανότητα δεν είναι εγγενής αλλά αποκτάται κατά τη διάρκεια της ζωής του ανθρώπου. Ωστόσο, υποστηρίζει πως κάποια άτομα έχουν έμφυτα χαρακτηριστικά που βοηθούν στην ανάπτυξη των μαθηματικών τους ικανοτήτων. Αναφορικά και με άλλους ερευνητές, η χαρισματικότητα στα μαθηματικά αποτελείται από ικανότητα για λογική σκέψη με ποσοτικές και «χωρικές» σχέσεις, ικανότητα για κατανόηση αριθμών και συμβόλων, ικανότητα για ευελιξία σε νοητικές διεργασίες, ικανότητα για γρήγορη γενίκευση και ικανότητα στη μαθηματική μνήμη (Antony & Walshaw, 2007, Sriraman, Haavold & Lee, 2013). Ακόμη, υποστηρίζεται πως η χαρισματικότητα στα μαθηματικά εμφανίζεται ως το «όλον» που εμπεριέχει σαν βασικό χαρακτηριστικό του το στοιχείο της μαθηματικής δημιουργικότητας (Sriraman, 2005, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου, 2011).

Ωστόσο, αν και οι δύο έννοιες συνδέονται άρρηκτα μεταξύ τους δε θα πρέπει να ταυτίζονται. Η μαθηματική δημιουργικότητα μπορεί να οδηγήσει σε χαρισματικότητα στα μαθηματικά, αλλά η τελευταία δε σημαίνει ότι πάντα οδηγεί σε μαθηματική δημιουργικότητα αφού εκτός από αυτήν εμπεριέχει και ένα σύνολο πρόσθετων στοιχείων που τη συγκροτούν (Sriraman, 2005). Ο Ματσαγγούρας (2008) αναφέρει τον όρο «math giftedness», στον οποίο και αποδίδει μία ιδιαίτερη κλίση και επίδοση στα μαθηματικά, κάνοντας λόγο για ένα «μαθηματικό χάρισμα και ταλέντο» που περιλαμβάνει μια σειρά γνωστικών και μεταγνωστικών χαρακτηριστικών. Η παραπάνω έννοια εκφράζεται ως «μία συνδυαστική ικανότητα χρήσης αναπαραστάσεων, συμβόλων, δημιουργίας συσχετίσεων, αντίληψης χώρου και αναλογικής σκέψης» (Antony & Walshaw, 2007, Gavin et al., 2009). Εξάλλου, οι μαθηματικά χαρισματικοί μαθητές έχουν συχνά ικανότητες ανάλυσης, συλλογισμού και αξιολόγησης (Koshy, 2001).

Σύμφωνα με τον Geake (χ.χ.), η προηγμένη μαθηματική σκέψη αποτελεί συνδυασμό ακαδημαϊκών και δημιουργικών ικανοτήτων. Το μέρος της μαθηματικής δημιουργικής σκέψης αντανακλά την ικανότητα κάποιου μαθητή να προβαίνει σε αναλογίες - συσχετισμούς μεταξύ μαθηματικών εννοιών. Υπάρχουν μάλιστα συγκεκριμένες περιοχές του εγκεφάλου στις οποίες εδράζεται η μαθηματική σκέψη έτσι ώστε να ενεργοποιούνται οι λειτουργίες μαθηματικού συλλογισμού, επίλυσης προβλημάτων και επίτευξης μαθηματικών έργων. Λόγω γενετικών και βιολογικών παραγόντων οι χαρισματικοί μαθητές στα μαθηματικά έχουν ως προδιάθεση την ικανότητα να αφομοιώνουν πιο εύκολα τα ερεθίσματα του περιβάλλοντος, συμπεριλαμβανομένου και του μαθηματικού τρόπου σκέψης (Geake, χ.χ.). Η ικανότητα των μαθηματικά χαρισματικών αντανακλάται ουσιαστικά στο να μπορεί κάποιος να «κάνει» μαθηματικά, να επιλύει μαθηματικά έργα και να χρησιμοποιεί αποτελεσματικά τη μαθηματική γνώση, εκφράζοντας ένα ολοκληρωμένο δυναμικό και μία καλά προσανατολισμένη δεξιότητα. Ακόμη, αναδεικνύει την ικανότητα κάποιου να μαθαίνει νέες μαθηματικές ιδέες καθώς και να επιλύει ασυνήθιστα μαθηματικά προβλήματα. Η ιδιαίτερη αυτή μαθηματική ικανότητα είναι συχνά συνδεδεμένη με τη γενικότερη ευφυΐα (IQ) ενώ αναφέρεται ως «λογικο-μαθηματική» στη θεωρία του Gardner περί πολλαπλής νοημοσύνης (Sternberg & Ben – Zeev, 1996, Dimitriadis, 2012).

Το Εθνικό Συμβούλιο Μαθηματικών στις Η.Π.Α. (NCTM 2000) ορίζει τη «μαθηματική υπόσχεση» ως έναν συνδυασμό ικανοτήτων, πεποιθήσεων, κινητοποιήσεων, εμπειριών και ευκαιριών (Koshy, 2001, Ματσαγγούρας, 2008). Βέβαια, ένα καλό μαθηματικό μυαλό δε διακρίνεται μόνο για την ευελιξία της σκέψης του αλλά και για την ικανότητά του να διαχειρίζεται δύσκολα μαθηματικά προβλήματα με εναλλακτικούς τρόπους (Mann, 2006, Dimitriadis, 2012, Niederer et al., 2010). Επιπλέον οι Krutetski (1976) και Stanley & Benbow (1986) υπογράμμισαν τη σπουδαιότητα του μαθηματικού συλλογισμού υποστηρίζοντας πως οι μαθηματικά χαρισματικοί μαθητές διακρίνονται από τα παιδιά «μέσου όρου» για την ικανότητά τους να διαχειρίζονται με ευκολία τους αλγόριθμους (Niederer et al., 2010). Τέλος είναι αλήθεια πως δε συγκλίνουν οι απόψεις μεταξύ ειδικών για το τί συγκροτεί το μαθηματικό τρόπο σκέψης, καθώς μέσα σε αυτόν εμπλέκεται ένα σύνολο γνωστικών και όχι μόνο λειτουργιών (Sternberg & Ben – Zeev, 1996).

#### **4.2 Γνωστικά Χαρακτηριστικά**

Τα χαρισματικά παιδιά στα μαθηματικά εμφανίζουν κάποια ιδιαίτερα γνωστικά χαρακτηριστικά που φανερώνουν την υπεροχή τους σε αυτόν τον τομέα σε σχέση με τους συνομηλίκους τους. Αρχικά, όπως αναμένεται, τα μαθηματικά είναι η αγαπημένη τους ασχολία και αφιερώνουν πολύ χρόνο σε αυτή προτιμώντας την από άλλες, καθώς επίσης συνηθίζουν να βλέπουν τον κόσμο από ένα μαθηματικό πρίσμα, γεγονός που υποδηλώνει πως τα μαθηματικά γι' αυτά είναι ένας τρόπος ζωής και θέασης του κόσμου. Ένα από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά αυτών των παιδιών που αποτελεί και απαραίτητο κριτήριο για να διαγνωστούν ως χαρισματικά στα μαθηματικά, σύμφωνα με τους Krutetskii (1976) και Stanley & Benbow (1986), είναι ότι έχουν κατακτήσει τη μαθηματική συλλογιστική (λογική) (reasoning) και τη χρησιμοποιούν με έναν μοναδικό/ασυνήθιστο για τα δεδομένα της ηλικίας τους τρόπο, ο οποίος ξεπερνά την υπολογιστική ικανότητα των συνομηλίκων τους, που έγκειται στη χρήση αλγορίθμων (Diezmann, 2005). Πολλά από αυτά τα παιδιά μάλιστα, μέσω αυτής της ικανότητας, καταφέρνουν να κάνουν λογικές συνδέσεις δεδομένων (Bicknell, 2008) και να εξάγουν με ευκολία χρήσιμα συμπεράσματα και αποδείξεις για τα μαθηματικά έργα με τα οποία ασχολούνται.

Ένα ακόμη χαρακτηριστικό αυτών των παιδιών είναι η ικανότητα να σκέφτονται και να εκφράζονται αφαιρετικά χωρίς να λαμβάνουν υπόψη τους συγκεκριμένες αριθμητικές σχέσεις και χωρικούς περιορισμούς (Koshy, Ernest & Casey, 2009). Μπορούν δηλαδή να ξεχωρίζουν το σημαντικό από το ασήμαντο, το σχετικό από το άσχετο, το όμοιο από το διαφορετικό (Diezmann, 2005), σε τέτοιο βαθμό που όχι μόνο δείχνει την υπεροχή τους σε σύγκριση με τους συνομηλίκους τους αλλά και υποδηλώνει ότι βρίσκονται ήδη στο αφαιρετικό στάδιο σκέψης κατά Piaget (Bicknell, 2008).

Επίσης, ένα πεδίο στο οποίο φαίνεται ότι έχουν ιδιαίτερη έφεση είναι η επίλυση προβλήματος. Οι τρόποι με τους οποίους επιλύουν προβλήματα χαρακτηρίζονται από πρωτοτυπία και συχνά δίνουν πολλές και διαφορετικές λύσεις σε ένα πρόβλημα (Finlayson Reed, 2004). Δείχνουν διατεθειμένοι να αφιερώσουν πολύ χρόνο σε ένα πρόβλημα μέχρι να το λύσουν και τα αφηρημένα-αυθεντικά προβλήματα κεντρίζουν περισσότερο το ενδιαφέρον τους (Diezmann, 2005). Μάλιστα, μπορούν να ανακαλύψουν συνδέσεις μεταξύ προβλημάτων που φαντάζουν τελείως άσχετα και χρειάζονται περισσότερο χρόνο στην αρχή, όταν δηλαδή προσπαθούν να προσανατολιστούν μέσα σε ένα πρόβλημα παρά όταν το επιλύουν (Niederer et al., 2010). Άλλα χαρακτηριστικά είναι η ανακάλυψη μοτίβων και συνδέσεων που οδηγούν σε μια μοναδική κατηγοριοποίηση των δεδομένων/σχέσεων από τη μεριά τους (Bicknell, 2008), η εξαιρετική και ευρεία μνήμη τους (Koshy, 2001) και η γρήγορη κατανόηση νέων μαθηματικών εννοιών και σε μικρή σχετικά ηλικία. Η ευελιξία της σκέψης τους (Geake, χ.χ.) γίνεται εμφανής μέσα από τον εντοπισμό και τη δημιουργία δομών στα προβλήματα με στόχο την κατηγοριοποίησή τους, τη παράλειψη κάποιων διαδικασιών και τη συχνή αλλαγή στρατηγικών επίλυσης με σκοπό να βρεθεί η κατάλληλη. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τη χρήση λιγότερων νοητικών πόρων και τη δημιουργία περισσότερο κομψών λύσεων από τη μεριά τους (Koshy, 2001).

### **4.3 Κοινωνικοπολιτισμικά Χαρακτηριστικά**

#### **4.3.1 Φύλο**

Εδώ και δεκαετίες, έχει επικρατήσει η άποψη, ότι στον τομέα των μαθηματικών επιδόσεων το αρσενικό φύλο είναι αυτό που υπερέχει, χωρίς όμως να υπάρχουν μέχρι στιγμής σαφή αποδεικτικά στοιχεία (Οδηγός για Μαθητές με Ιδιαίτερες Νοητικές Ικανότητες και Ταλέντα, 2004). Η αντίληψη αυτή υποστηρίζεται και στην περίπτωση των χαρισματικών παιδιών στα μαθηματικά αν και τα τελευταία χρόνια οι διαφορές των δύο φύλων στα μαθηματικά τείνουν να ελαττώνονται σε μεγάλο βαθμό, κάτι που υποδηλώνει πως οι αντιλήψεις αυτές έχουν κυρίως στερεοτυπικά και κοινωνικοπολιτισμικά ερείσματα (Τσιάμης, 2005). Επιπλέον, βάσει αυτών των αντιλήψεων έχει επισημανθεί πως τα χαρισματικά αγόρια χαρακτηρίζονται από μια μεγαλύτερη εσωστρέφεια και αναλυτικότητα, έχουν καλύτερη οπτικοχωρική αντίληψη σε σύγκριση με τα κορίτσια - γεγονός που τα βοηθά να ανταπεξέρχονται σε έργα επίλυσης προβλήματος – ενώ είναι περισσότερο εμφανής η αφαιρετικότητα-αλγεβρική της σκέψης τους όταν έρχονται αντιμέτωπα με τέτοιου είδους έργα.

Από την άλλη, τα χαρισματικά κορίτσια παρουσιάζουν μεγαλύτερη ευχέρεια στον χειρισμό αριθμητικών δεδομένων, είναι πιο κοινωνικές σε σχέση με τα αγόρια, συμμορφώνονται πιο εύκολα στις κοινωνικές επιταγές και δεδομένου ότι τα μαθηματικά συχνά δεν εμπίπτουν σε αυτές οδηγούνται στη μείωση της αυτοεκτίμησής τους καθώς έρχονται σε σύγκρουση με την επιθυμία τους να

ικανοποιούν τις προσδοκίες των άλλων. Επίσης, στη βιβλιογραφία αναφέρεται – στερεοτυπικά πως τα χαρισματικά κορίτσια διακρίνονται από λιγότερη πρωτότυπη σκέψη σε σχέση με τα αγόρια. Στη διάκριση αυτή, ως προς τη μαθηματική ικανότητα των δύο φύλων, ίσως παίζει σημαντικό ρόλο ότι οι χαρισματικές μαθήτριες και γενικά οι μαθήτριες δεν αντιλαμβάνονται την «ελαστικότητα»- ανοιχτότητα της μαθηματικής γνώσης όπως τα αγόρια δηλαδή το πρίσμα θέασης τους είναι πιο άκαμπτο και φιξαρισμένο, καθώς και ο φόβος της αποτυχίας τις απομακρύνει από ανοιχτά μαθηματικά προβλήματα (Οδηγός για Μαθητές με Ιδιαίτερες Νοητικές Ικανότητες και Ταλέντα, 2004).

Η αλήθεια όμως είναι ότι ουσιαστικά οι διαφορές στη μαθηματική ικανότητα των δύο φύλων δεν υπάρχουν απλώς τα δυο φύλα διαφέρουν στον τρόπο προσέγγισης και εκτέλεσης των μαθηματικών έργων (Τσιάμης, 2005). Μια αιτία της υποεπίδοσης των χαρισματικών κοριτσιών και της μειωμένης αυτοπεποίθησής τους για τις μαθηματικές τους ικανότητες είναι η έλλειψη υποστηρικτικού περιβάλλοντος από γονείς, δασκάλους, συμμαθητές οι οποίοι εναρμονίζονται με το στερεότυπο του ρόλου του φύλου και θέλουν τα κορίτσια περισσότερο παθητικά και συμβατικά στις επιλογές τους (Τσιάμης, 2005). Η αλλαγή αυτών των προκαταλήψεων και στερεοτύπων, αν και βρίσκεται σε καλό δρόμο τα τελευταία χρόνια, χρειάζεται ακόμα χρόνο και συνεχείς προσπάθειες από όλους ώστε να εδραιωθεί και να εσωτερικευθεί από όλα τα μέλη της κοινωνίας και ειδικά αυτών που έρχονται σε επαφή με αυτά τα παιδιά και ιδίως τα κορίτσια.

#### **4.3.2 Οικογένεια**

Ένας άλλος σημαντικός παράγοντας, κυρίως για την εκπαίδευση των χαρισματικών παιδιών άλλα και για την έκφραση του δυναμικού τους στα μαθηματικά ή αλλιού, είναι η στάση της οικογένειας και ιδίως των γονέων απέναντι τους. (...) Η έρευνα της Bicknell (2009) απέδειξε πως οι γονείς από όποια θέση και αν βρίσκονται (αυτού που κινητοποιεί, του συνηγόρου, αυτού που παρακολουθεί την πρόοδο του παιδιού, αυτού που παρέχει κατάλληλους εκπ/κούς πόρους, του συμβούλου μάθησης/περιεχομένου στα μαθηματικά) φαίνεται αρχικά να αναγνωρίζουν την αξία που έχουν τα μαθηματικά για τα χαρισματικά παιδιά τους και δείχνουν πεπεισμένοι ότι μπορούν να τα βοηθήσουν. Μάλιστα, τους παρέχουν ένα περιβάλλον που αναδεικνύει τις ιδιαίτερες ικανότητές τους, με ποικιλία υλικών (παιχνίδια, παζλ, βιβλία, ηλεκτρονικά προγράμματα) και επιδιώκουν (οι γονείς) να αναπτύξουν στο μέγιστο τις ιδιαίτερες μαθηματικές τους ικανότητες σε τέτοιο βαθμό που να είναι σύμφωνος με τις προσδοκίες τους. Επίσης, το είδος των μαθηματικών έργων/ιδεών που επιλέγονται από τους γονείς πολλές φορές ανταποκρίνεται στα δικά τους ενδιαφέροντα ή σε αυτό που εκείνοι θεωρούν ως πιο σημαντικό να καλλιεργηθεί στα μαθηματικά (άλγεβρα/γεωμετρία). Η επίδοση/ικανότητα του γονιού σε έναν μαθηματικό τομέα και το ενδιαφέρον του γι' αυτόν καθορίζει το βαθμό εμπλοκής του γονιού στην μαθηματική εκπαίδευση του παιδιού του.

#### **4.4 Διαφοροποιημένη Εκπαίδευση Χαρισματικών (ΔΕΧ)**

Η ύπαρξη ειδικών εκπαιδευτικών προγραμμάτων για τα χαρισματικά παιδιά στα μαθηματικά γίνεται αναγκαία μέσα από τις δηλώσεις του Εθνικού Συμβουλίου Μαθηματικών (NCTM 1980), καθώς φαίνεται πως οι μαθητές με μαθηματική ευφυΐα παραμελούνται αρκετά από το εκπαιδευτικό σύστημα, χωρίς να αξιοποιείται το δυναμικό τους (Mann, 2006, Ματσαγγούρας, 2008). Το σχολείο θα πρέπει να αποτελεί έναν ευρύτερο χώρο έκφρασης μαθησιακών εμπειριών προβληματισμού, οι

οποίες θα στοχεύουν στο ανώτατο όριο των μαθητικών δυνατοτήτων και «λίγο παραπάνω» (Ματσαγγούρας, 2008).

Στα πλαίσια της σύγχρονης συνεκπαίδευσης (inclusion), ο δάσκαλος μέσα στην τάξη θα πρέπει να χρησιμοποιεί τις ικανότητες των μαθηματικά χαρισματικών ως βήμα διδασκαλίας για τους μέσους μαθητές. Ακόμη, θα πρέπει να επιδιώκει την αρμονική σύμπραξη χαρισματικών και μέσων μαθητών, με απώτερο σκοπό την αυτοβελτίωση των πρώτων και τη διαρκή εξέλιξη των μέσων μαθητών (Βλάμος, Βλάμου & Δημάκος, 2000). Βέβαια, διαφοροποιημένη διδασκαλία δε σημαίνει αυστηρότερη αξιολόγηση των μαθηματικά χαρισματικών, ούτε επιβάρυνση με περαιτέρω εργασίες προκειμένου να παραμένουν απασχολημένοι. Σημαίνει πολύ περισσότερο μία συνεχή διαδικασία μάθησης, πλήρως προσαρμοσμένη στις ανάγκες και τα ενδιαφέροντα των συγκεκριμένων μαθητών (Stepanek, 1999). Οι εκπαιδευτικοί καλούνται να είναι όχι απλά γνώστες μαθηματικών ιδεών αλλά και να διακατέχονται από ένα γενικότερο ενδιαφέρον για τον «κόσμο» των μαθηματικών ώστε να ανταποκρίνονται καλύτερα στο υψηλό επίπεδο της τάξης τους.

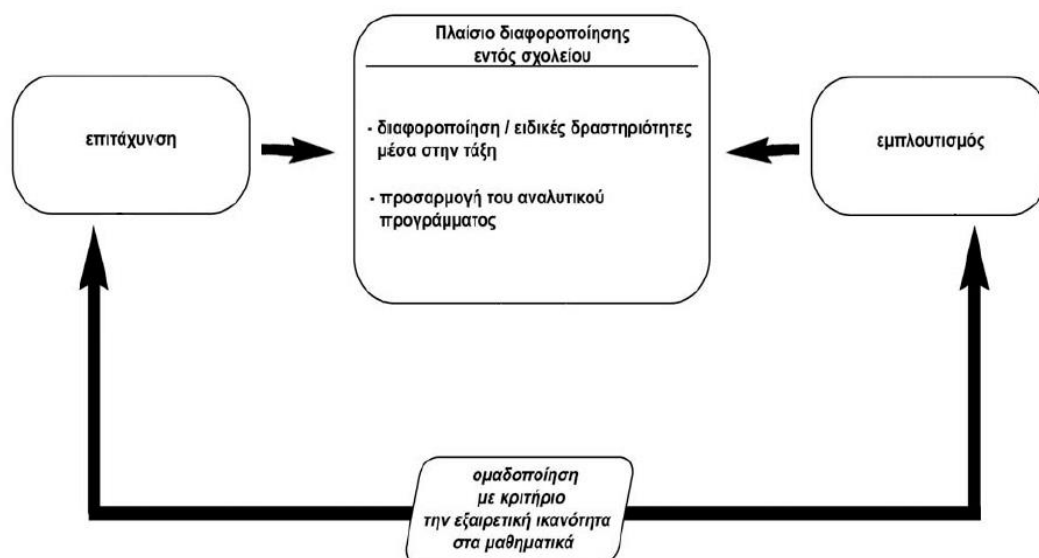
Το πιο σημαντικό όμως είναι οι εκπαιδευτικοί να βρίσκονται σε εγρήγορση και να μπορούν να αντιλαμβάνονται τις «σημαντικές στιγμές» (significant moments) των μαθητών αυτών, να τις αξιοποιούν κατά τη διδασκαλία, αναδεικνύοντας τα «μαθηματικά νοήματα» (Antony & Walshaw, 2007, Bicknell, 2009). Στα πλαίσια της Διαφοροποιημένης Εκπαίδευσης Χαρισματικών (ΔΕΧ) ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να μάθει να επιταχύνει το ρυθμό της διδασκαλίας, να αξιοποιεί δραστηριότητες εμπλουτισμού και να εντάσσει τα ενδιαφέροντα των χαρισματικών μαθητών στις ελεύθερες εργασίες τους. Εξάλλου, σύμφωνα με τους Rimm και Lovance (1992), αν δεν παρέχουμε στα παιδιά αυτά ένα περιβάλλον προκλήσεων κατά τη μαθησιακή διαδικασία τα οδηγούμε αναπόφευκτα στην υποεπίδοση (Finlayson Reed, 2004). Ο εκπαιδευτικός οφείλει να δείξει σε αυτά τα παιδιά ότι κατανοεί τη διαφορετικότητά τους και ενδιαφέρεται για αυτά (Smutny, Walker & Meckstroth, 1997, Dimitriadis, 2012) χωρίς να τους θέτει «εκτός» της εκπαιδευτικής διαδικασίας με το να κάνει μόνο εύκολες ερωτήσεις και να περιορίζει τον τρόπο έκφρασης και επιχειρηματολογίας τους. Μία διαφοροποιημένη μαθηματική διδασκαλία δε συνιστά απλή εφαρμογή των διδακτικών προσεγγίσεων που προτείνονται αλλά ένα «σύστημα» παραγόντων. Τα μαθηματικά έργα που δίνονται σε αυτούς τους μαθητές θα πρέπει να είναι ρεαλιστικά, καθώς έτσι αναδεικνύεται η δύναμη των μαθηματικών. Αυτά τα έργα έχουν τη δύναμη να προβληματίζουν και να «αντριγκάρουν» τη σκέψη των μαθητών χτίζοντας σταδιακά τη μαθηματική γνώση (Mann, 2006, Antony & Walshaw, 2007, Niederer et al., 2010).

Σύμφωνα με μελέτη του Clarke (1997) ο εγκέφαλος «αναπτύσσεται» σε μεγάλο βαθμό μέσα από την ενασχόληση με ανώτερου επιπέδου μαθηματικά έργα και γι' αυτό τα μαθηματικά αποτελούν το κατάλληλο πεδίο δράσης. Όταν τα μαθηματικά έργα που δίνονται στους μαθητές δε διεγείρουν το ανθρώπινο μυαλό, δεν παράγονται σε ικανοποιητικό βαθμό οι νευρο-χημικές ουσίες, που είναι απαραίτητες για την κινητοποίηση στη μάθηση (Stepanek, 1999). Η διερεύνηση επί των μαθηματικών σε υψηλά γνωστικά επίπεδα βοηθά έτσι ώστε οι μαθητές να αναπτύξουν πλήρως το δυναμικό τους. Σε κάθε περίπτωση, το επίπεδο πρόκλησης σηματοδοτεί το επίπεδο επιτυχίας των μαθηματικά χαρισματικών. Η ειδική εκπαίδευση των χαρισματικών μαθητών αποτελεί «πρόκληση» για την εκπαιδευτική κοινότητα (Koshy, 2001, Diezmann, 2005, Dimitriadis, 2012). Αρκετοί επικροτούν την παραμονή των μαθητών με υψηλές ικανότητες μάθησης (ΥΨΙΜ) στα κοινά σχολεία με την εφαρμογή κατάλληλων οργανωτικο - διδακτικών σχημάτων. Με αυτόν τον τρόπο εκπληρώνεται το πάγιο αίτημα περί ισότητας ευκαιριών (equity - equality) στην

εκπαίδευση, εφόσον δεν παρακωλύεται η προώθηση της μάθησης των ΥΨΙΜ που αποτελούν ισότιμα μέλη της (Ματσαγγούρας, 2008). Στο πλαίσιο λοιπόν της συνεκπαίδευσης, ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει ένα σύνολο τεχνικών και στρατηγικών μέσα στη σχολική τάξη όπως:

- επιτάχυνση της διδακτέας ύλης (curriculum acceleration)
- εμπλουτισμός (enrichment) του περιεχομένου διδασκαλίας (Δαβάζογλου - Σιμοπούλου, 1999, Ματσαγγούρας, 2008, Bicknell, 2009).

Η επιτάχυνση εκφράζει την κατανόηση της σχολικής ύλης με ταχύτερους ρυθμούς από άλλους μαθητές της ίδιας τάξης ή ηλικιακής ομάδας ενώ συχνά αναφέρεται ως «γρήγορη πρόοδος» ή και ως «ανώτερη τοποθέτηση» (advanced placement) (Τσιάμης, 2005, Ματσαγγούρας, 2008). Ακόμη, περιλαμβάνει την ενεργοποίηση ανώτερων γνωστικών λειτουργιών της σκέψης αλλά και το στοιχείο της δημιουργικότητας βάσει της οποίας οι μαθηματικά χαρισματικοί αναζητούν εναλλακτικούς τρόπους προσέγγισης των δεδομένων και επίλυσης δύσκολων μαθηματικών προβλημάτων. Από την άλλη ο εμπλουτισμός (enrichment) περιεχομένου περιλαμβάνει την εμβάθυνση (depth) στη βαθύτερη κατανόηση δύσκολων μαθηματικών εννοιών και ιδεών και τη διεύρυνση (breadth) που αποσκοπεί στο να «φωτίσει» ασυνήθιστες πτυχές των δύσκολων αυτών εννοιών (Τσιάμης, 2005, Ματσαγγούρας, 2008, Bicknell, 2009). Τα προγράμματα εμπλουτισμού συχνά αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι των προγραμμάτων επιτάχυνσης και προσφέρουν στους μαθητές αυτούς την ευκαιρία να «εξερευνούν» βαθύτερα τα μαθηματικά χωρίς να μένουν «καθλωμένοι» στη στείρα απόκτηση γνώσεων του κοινού Αναλυτικού Προγράμματος (Ματσαγγούρας, 2008).



**Σχήμα 4.1.:** Η επιτάχυνση και ο εμπλουτισμός μέσα στη σχολική τάξη (Οδηγός για Μαθητές με Ιδιαίτερες Νοητικές Ικανότητες και Ταλέντα, 2004).

Τόσο η επιτάχυνση όσο και ο εμπλουτισμός θα πρέπει να λειτουργούν συμπληρωματικά και όχι ανταγωνιστικά μέσα στη σχολική τάξη (Dimitriadis, 2012). Μια άλλη τεχνική που θα μπορούσε να εφαρμοστεί και πάλι στο μάθημα των μαθηματικών, είναι αυτή της συμπύκνωσης (compressing ή compacting) του Αναλυτικού Προγράμματος κατά την οποία ο εκπαιδευτικός εφαρμόζει μία πιο συστηματική διαγνωστική αξιολόγηση (diagnostic- prescriptive evaluation), βάσει της οποίας δίνει έμφαση μόνο στις άγνωστες πληροφορίες, παραλείποντας τις

γνωστές που θεωρούνται δεδομένες (Stepanek, 1999, Diezmann, 2005, Bicknell, 2009). Η τεχνική αυτή μειώνει το χρόνο που δαπανά ο μαθητής στο συμβατικό πρόγραμμα και αυξάνει το χρόνο για δραστηριότητες «επέκτασης» και «εμπλουτισμού».

Με αυτόν τον τρόπο, ο μαθητής αξιοποιεί τον χρόνο του με τον πιο αποτελεσματικό και παραγωγικό τρόπο. Δάσκαλοι και μαθητές εξοικονομούν πολύτιμο χρόνο, εξασφαλίζοντας τη δυνατότητα να εμβαθύνουν περισσότερο στο αντικείμενο που τους απασχολεί (Οδηγός για Μαθητές με Ιδιαίτερες Νοητικές Ικανότητες και Ταλέντα, 2004). Εφαρμόζοντας τη συγκεκριμένη τεχνική δημιουργείται μεταξύ των ΥΨΙΜ μία ομοιογενής μικρο-ομάδα (cluster) που διδάσκεται από κοινού τη συμπυκνωμένη ύλη. Αυτή η ομοιογενής ομάδα των ΥΨΙΜ (4-6 άτομα) εντάσσεται σε μία «κανονική» ανομοιογενή τάξη. Φαίνεται λοιπόν, πως η συγκεκριμένη διδακτική προσέγγιση φαντάζει σαν μία επιτυχημένη «συμβιβαστική λύση» μεταξύ των αντικρουόμενων απόψεων περί ξεχωριστής ή κοινής εκπαίδευσης των ΥΨΙΜ με τους «κανονικούς» μαθητές της τάξης.

Υπό αυτούς τους όρους η σχολική τάξη μετατρέπεται σε ένα ενιαίο περιβάλλον μάθησης με πολλαπλά οφέλη τόσο για τους ΥΨΙΜ όσο και για τους «μέσους» μαθητές, αφού οι διάλογοι επικοινωνίας μεταξύ τους παραμένουν «ανοικτοί» και όλοι μαζί αλληλοεπιδρούν σε μία παραγωγική διαδικασία (Smutny, Walker & Meckstroth, 1997). Σε κάθε περίπτωση οι ΥΨΙΜ έχουν ανάγκη να συνυπάρχουν, να επικοινωνούν και να αλληλοεπιδρούν με τους «κανονικούς» μαθητές της τάξης, τη στιγμή που αποτυπώνουν το «κρυφό» δυναμικό τους, αποφεύγοντας οποιαδήποτε «πνευματική χαλάρωση» (Ματσαγγούρας, 2008). Βέβαια για μια επιτυχημένη παιδαγωγική συνεκπαίδευσης (inclusion) και προς διευκόλυνση και του δασκάλου της κανονικής τάξης που επωμίζεται το βαρύ φορτίο της, είναι απαραίτητη η ύπαρξη κατάλληλα καταρτισμένου εκπαιδευτικού προσωπικού αλλά και ειδικά διαμορφωμένου εκπαιδευτικού υλικού κατά τη διδασκαλία (Ματσαγγούρας, 2008).

Οι παραπάνω εκπαιδευτικές στρατηγικές αντιστακούν το Μοντέλο Διαφοροποιημένης Συνεκπαίδευσης (ΜΔΣ), το οποίο εντάσσεται στα πλαίσια του κοινού Αναλυτικού Προγράμματος και της καθημερινής παιδαγωγικής πρακτικής. Με αυτόν τον τρόπο τα παραπάνω συνδυαστικά διδακτικά σχήματα ανάγουν το σχολείο σε ένα ευρύτερο εκπαιδευτικό σύστημα το οποίο μαθαίνει να «εκπληρώνει» τις ηθικές, παιδαγωγικές και συνταγματικές υποχρεώσεις του απέναντι στα άτομα με Υψηλές Ικανότητες Μάθησης (Ματσαγγούρας, 2008). Σύμφωνα πάντα και με δικαστικές αποφάσεις, η συνεκπαίδευση (inclusion) δε θα πρέπει να λειτουργεί βλάπτοντας την ποιότητα της παρεχόμενης εκπαίδευσης, ενώ ταυτόχρονα η μέθοδος της διαφοροποίησης θα πρέπει να υφίσταται σε τέτοιο βαθμό που να μην παρακωλύει την ποιότητά της (Ματσαγγούρας, 2008). Σε κάθε περίπτωση στα πλαίσια της διαφοροποιημένης διδασκαλίας θα πρέπει να υπάρχει ένας αρμονικός συνδυασμός, μία συνεχής εναλλαγή του «κοινού» με το «διαφορετικό». Η αναζήτηση ενός μέτρου και μίας ισορροπίας μεταξύ αυτών των δύο αποτελεί τη σύγχρονη παιδαγωγική πρόκληση στον κόσμο της συνεκπαίδευσης (Diezmann, 2005, Ματσαγγούρας, 2008).

## ΕΜΠΕΙΡΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

### 1. Μεθοδολογία

#### 1.1 Ερευνητικό Πρόβλημα

Η έρευνα αυτή έχει ως στόχο να ανιχνεύσει γνωστικά χαρακτηριστικά της χαρισματικότητας στα μαθηματικά σε μαθητές της Στ' τάξης από σχολεία του αστικού ιστού της Θράκης, επικεντρώνοντας ιδιαίτερα σε εκείνα που διέπουν τη μαθηματική σκέψη των μαθητών που εμφανίζουν επιδόσεις οι οποίες παραπέμπουν σε ή υπονοούν χαρισματικότητα στα μαθηματικά.

#### 1.2 Ερευνητικά Ερωτήματα

α. Αναγνώριση των γνωστικών χαρακτηριστικών στην επίδοση μαθητών Στ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου που υποδεικνύουν/παραπέμπουν σε 'χαρισματικότητα' στα μαθηματικά.

β. Διερεύνηση χαρακτηριστικών της μαθηματικής σκέψης των μαθητών που υπονοούν ενδεχόμενη χαρισματικότητα στα μαθηματικά.

#### 1.3 Δείγμα

Στο ποσοτικό μέρος της έρευνας συμμετείχαν πέντε σχολεία που βρίσκονται στην ευρύτερη αστική περιοχή της Θράκης λόγω εύκολης πρόσβασης. Το τελικό δείγμα αποτελείται από 176 μαθητές της Στ' τάξης του δημοτικού σχολείου, εκ των οποίων τα 85 είναι κορίτσια και τα 91 είναι αγόρια. Από την άλλη το δείγμα για τη συνέντευξη ήταν δύο μαθητές της Στ' τάξης από ένα από τα σχολεία που συμμετείχαν στην έρευνα ενώ πέρα από τους μαθητές και οι δάσκαλοι των συγκεκριμένων τμημάτων ρωτήθηκαν να υποδείξουν 'δυνατούς' μαθητές στα μαθηματικά (δηλαδή, μαθητές που προσέγγιζαν το προφίλ των χαρισματικών παιδιών στα μαθηματικά).

#### 1.4 Ερευνητικά Εργαλεία

Τα ερευνητικά εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα έρευνα είναι το ερωτηματολόγιο/δοκιμασία και η συνέντευξη. Ειδικότερα, η Δοκιμασία αποτελείται από 19 μαθηματικά έργα, τα οποία αντλήθηκαν από διάφορες πηγές, με κυρίαρχη την τράπεζα δραστηριοτήτων που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο μιας τριετούς προσπάθειας (2008-2011) δημιουργίας ενός εργαλείου αναγνώρισης των χαρισματικών παιδιών στα μαθηματικά (Δ' ως ΣΤ') στην Κύπρο, ενός κατάλληλου εκπαιδευτικού υλικού αλλά και διαμόρφωσης ενός σχετικού προγράμματος εκπαίδευσης των εκπαιδευτικών για τη στήριξη χαρισματικών μαθητών<sup>1</sup>. Τα 19 έργα της Δοκιμασίας προέρχονται από όλες τις θεματικές ενότητες του ισχύοντος Αναλυτικού Προγράμματος των Μαθηματικών (αριθμοί, άλγεβρα, γεωμετρία, στατιστική-πιθανότητες, προβλήματα λογικής). Από το σύνολο των μαθηματικών έργων, 7 ήταν κλειστού (πολλαπλής επιλογής) (10,13,14,15,17,19), ενώ οι υπόλοιπες ανοικτού τύπου (ερωτήσεις αιτιολόγησης, επίλυση προβλημάτων). Επιπλέον, τα έργα της δοκιμασίας χωρίστηκαν σε δυο μεγάλες κατηγορίες με κριτήριο το βαθμό δυσκολίας τους. Τύπου Α θεωρήθηκαν τα έργα που ήταν πιο προσιτά και οικεία στους μαθητές, ενώ τύπου Β εκείνα που περιλάμβαναν κάποια πρόκληση ή/και

<sup>1</sup> Η συγκεκριμένη δοκιμασία χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια ενός ερευνητικού προγράμματος της Κύπρου (2008-2011) για την δημιουργία ενός αναλυτικού προγράμματος για χαρισματικούς μαθητές στα μαθηματικά των τελευταίων τάξεων του Δημοτικού (Δ' ως ΣΤ'). Πηγή: «Η Αναγνώριση και η Εκπαίδευση Χαρισματικών Παιδιών στα Μαθηματικά» (2011). Κύπρος: ΙΠΕΚ.



κρίθηκε ότι ξεπερνούσαν τη συνήθη δράση των μαθητών στην καθημερινή τάξη των μαθηματικών.

Όσον αφορά τη συνέντευξη, επιλέχθηκαν δυο μαθητές της Στ τάξης του 1ου Πειραματικού σχολείου Αλεξανδρούπολης λόγω υπεροχής στο ερωτηματολόγιο από το υπόλοιπο δείγμα. Η συνέντευξη, περιελάμβανε ορισμένα από τα έργα της Δοκιμασίας και απευθύνονταν σε μαθητές που συμμετείχαν σε αυτήν και εργάστηκαν με τρόπους που παρέπεμπαν σε χαρισματικότητα. Από αυτούς τους μαθητές ζητήθηκε να αναπτύξουν περαιτέρω τον τρόπο σκέψης/προσέγγισης αυτών των έργων (4,17, 9, 15). Πιο συγκεκριμένα, επιλέχθηκαν 4 έργα από τη Δοκιμασία, 2 τύπου Α (4,17) και 2 τύπου Β (9,15), τα οποία προσφέρονταν για περαιτέρω εμβάθυνση στη σκέψη των μαθητών. Τα έργα που επιλέχθηκαν εμφάνιζαν μια ποικιλομορφία σε σχέση με τις θεματικές τους, καθώς αφορούσαν διαφορετικά πεδία των μαθηματικών και σκοπό είχαν να αναδείξουν την ενδεχόμενη χαρισματικότητα των παιδιών.

### 1.5 Τρόπος Ανάλυσης Δεδομένων

Για την ανάλυση των ποσοτικών δεδομένων (Δοκιμασία), χρησιμοποιήθηκε η στατιστική μέθοδος (πίνακες διπλής εισόδου). Ειδικότερα οι απαντήσεις των μαθητών σε κάθε ερώτηση κωδικοποιήθηκαν και οργανώθηκαν σε κατηγορίες, οι συχνότητες των οποίων αποτυπώθηκαν σε πίνακες διπλής εισόδου, με βάση τις οποίες διατυπώθηκαν οι παρατηρούμενες τάσεις. Όσον αφορά την ποιοτική προσέγγιση (μελέτες περίπτωσης), σε ένα αρχικό στάδιο έγινε η απομαγνητοφώνηση των συνεντεύξεων, στη συνέχεια οι συνεντεύξεις χωρίστηκαν σε βασικές κατηγορίες (πίνακας-ανάλυση περιεχομένου), εστιάζοντας στο τέλος στα σημεία που εμφάνισαν τη μεγαλύτερη συνάφεια με όψεις της χαρισματικότητας στα μαθηματικά.

## 2. Αποτελέσματα Ποσοτικής Προσέγγισης

### Έργο 6

Ο Γιώργος επέλεξε 4 αριθμούς από το ημερολόγιο οι οποίοι σχηματίζουν τετράγωνο, όπως φαίνεται πιο κάτω. Αν το άθροισμα των τεσσάρων αριθμών που επέλεξε ο Γιώργος είναι 80, να βρείτε ποιοι είναι οι αριθμοί.

Σεπτέμβρης						
Κ	Δ	Τ	Τε	Π	Πα	Σ
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

Πίνακας 2.1: Έργο 6 (τύπος Α)

	Σωστό		Ημιτελής		Λανθασμέ νο		Αναπάντητ ες		Σύνολο	
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
6	150	85,2	0	0	15	8,5	11	6,3	176	100

Σημείωση: Λάθος: όταν το άθροισμα δεν είναι 80 είτε οι αριθμοί δε σχηματίζουν τετράγωνο, Ημιτελής: αν έχει τους 2 από τους τέσσερις αριθμούς σωστούς.

Η πλειοψηφία του δείγματος ανταποκρίθηκε στη συγκεκριμένη άσκηση. Οι απαιτήσεις της άσκησης ταυτίζονταν με την προϋπάρχουσα γνώση των μαθητών, καθώς χρειαζόταν να εκτελέσουν μια απλή πρόσθεση, χρησιμοποιώντας τη στρατηγική «δοκιμή και λάθος», προκειμένου να καταλήξουν στη σωστή απάντηση. Περίπου 15% των μαθητών μοιράστηκε ανάμεσα σε αυτούς που απάντησαν λανθασμένα και σε αυτούς που απέφυγαν να απαντήσουν, κάτι που ίσως να οφείλεται στο γεγονός ότι η εκφώνηση ζητούσε οι 4 αριθμοί να σχηματίζουν τετράγωνο.

### Έργο 7

Να εξηγήσετε γιατί είναι λάθος η πιο κάτω πρόταση:

«Κάθε αμβλυγώνιο τρίγωνο έχει οξείες γωνίες. Άρα κάθε οξυγώνιο τρίγωνο έχει αμβλείες γωνίες.»

Πίνακας 2.2: Έργο 7 (τύπος Α)

Σωστό		Λανθασμέν ο		Ανεπαρκές		Αναπάντητε ς		Σύνολο	
N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
27	15,3	80	45,4	4	2,3	65	37	176	100

Σημείωση: Ανεπαρκής: όταν η αιτιολογία δεν ήταν ξεκάθαρη.

Λίγο λιγότεροι από τους μισούς μαθητές (80/176) δεν αιτιολόγησαν με ορθό τρόπο την παρούσα πρόταση. Η πιο συνηθισμένη απάντηση (75/80) που έδιναν ήταν πως «τα αμβλυγώνια έχουν αμβλείες γωνίες ενώ τα οξυγώνια οξείες» συσχετίζοντας έτσι λανθασμένα το είδος του τριγώνου με το είδος των γωνιών του. Ένας παράγοντας που αποθάρρυνε τα παιδιά να ασχοληθούν με τη συγκεκριμένη Έργο ίσως ήταν το ότι έπρεπε να αποκωδικοποιήσουν της σχέση ανάμεσα στα δύο μέρη της πρότασης για να εντοπίσουν το λάθος.

### Έργο 9

Να αποφασίσετε κατά πόσο η ακόλουθη δήλωση ισχύει κάποτε, πάντα ή ποτέ. Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

Αν η περίμετρος δύο τριγώνων είναι ίση, τότε το εμβαδόν των τριγώνων είναι ίσο.

Πίνακας 2.3: Έργο 9 (τύπος Β)

	Σωστό		Λάθος		Χωρίς αιτιολογία		Αναπάντητα	
Κάποτε	3	1,7 %	4	2,4 %	6	3,4 %	133	75,6 %
Πάντα	0	0	3	1,7 %	16	9 %		
Ποτέ	0	0	5	2,8 %	6	3,4 %		

Μόνο 3 απαντήσεις κατάφεραν ως ένα βαθμό να προσεγγίσουν τη σωστή κατεύθυνση (1,7%) και αναφέρονταν σε κάποια συσχέτιση ύψους και βάσης που είναι αναγκαία συνθήκη για την απόδειξη της σχέσης. Από την άλλη, πάνω από τα 2/3 του δείγματος επέλεξαν να μην απαντήσουν καθόλου την συγκεκριμένη ερώτηση ίσως γιατί δεν είναι εξοικειωμένοι με την απόδειξη γεωμετρικών σχέσεων.

### Έργο 10

Το άθροισμα  $(1+2+3+\dots+14+15) + (29+28+27+\dots+16+15)$  (χωρίς να κάνεις τις πράξεις στο χαρτί) είναι:

A. 445    B. 450    Γ. 465    Δ. 480    E. 500

Πίνακας 2.4: Έργο 10 (τύπος B)

	N	%
A	20	11,3
B	31	17,6
Γ	18	10,3
Δ	10	5,7
E	10	5,7
Άλλες απαντήσεις	5	2,8
Αναπάντητες	82	46,6
Σύνολο	176	100%

Σημείωση: Άλλες απαντήσεις: Όταν έβρισκαν ένα άθροισμα που δεν ανήκε στις επιλογές.

Σχεδόν οι μισοί μαθητές (46,6%) επέλεξαν να μην ασχοληθούν καθόλου με τη συγκεκριμένη άσκηση, μιας και ζητείται να εκτιμηθεί το αποτέλεσμα νοερά. Οι παρενθέσεις αποτελούνται από πολλούς παράγοντες, κάτι το οποίο δυσχεραίνει τον νοερό υπολογισμό τους με τον καθιερωμένο τρόπο. Χρειάζεται να βρεθεί μια πιο αλγεβρική στρατηγική, για να φτάσει κανείς στο ζητούμενο άθροισμα. Ελάχιστοι είναι εκείνοι (2/10) που έδωσαν τη σωστή απάντηση, ενδεχομένως τυχαία.

### Έργο 16

Μπορείς να αποκτήσεις τη συλλογή των 20 αγαπημένων ηρώων κινούμενων σχεδίων με δύο τρόπους:

A. Να αγοράζεις κάθε βδομάδα έναν ήρωα, πληρώνοντας 3€.

B. Να αγοράζεις κάθε 4 εβδομάδες το πακέτο με 5 ήρωες, πληρώνοντας 17€.

Ποιο από τους δύο τρόπους θα επέλεγες; Να εξηγήσεις τον τρόπο σκέψης σου.

Πίνακας 2.5: Έργο 16 (τύπος B)

	N	%
Επαρκώς αιτιολογημένο A	19	10,8
Ανεπαρκώς αιτιολογημένο A	52	29,7
Επαρκώς αιτιολογημένο B	8	4,5
Ανεπαρκώς αιτιολογημένο B	23	13
Αναπάντητα	74	42
Σύνολο	176	100

Το 42% του συνόλου δεν απάντησε καθόλου και ένα 30 % περίπου ενώ βρήκε τη σωστή απάντηση δεν τη αιτιολόγησε ή την αιτιολόγησε λανθασμένα. Παρόλο που

γίνονταν αποδεκτές και οι δύο επιλογές μόνο 1 στους 10 ανταπεξήλθε ικανοποιητικά σε μια άσκηση που αντικειμενικά δεν είχε πολλές απαιτήσεις.

### **3. Αποτελέσματα Ποιοτικής Προσέγγισης**

Με βάση τα αποτελέσματα της ανάλυσης των συνεντεύξεων που εμφανίζονται στους δυο πίνακες που έχουν προηγηθεί, γίνεται φανερό ότι και οι δύο μαθητές ανταποκρίθηκαν σε ικανοποιητικό βαθμό σε όλο το φάσμα της συνέντευξης που περιείχε τόσο γενικότερα σχόλια σχετικά με τη στάση και την επίδοσή τους στα μαθηματικά όσο και μια εκτενέστερη διερεύνηση του τρόπου σκέψης τους πάνω σε συγκεκριμένα μαθηματικά έργα.

Πιο συγκεκριμένα, ως προς το δεύτερο άξονα (βλέπε Β) και τα δύο παιδιά φάνηκε ότι είχαν έναν συγκροτημένο μαθηματικό συλλογισμό και ο τρόπος σκέψης τους ήταν αρκετά κοντά προς τη σωστή κατεύθυνση, κάτι που τους ξεχώριζε από το υπόλοιπο δείγμα. Μέσα από μια συνολική αποτίμηση, αίσθηση προκαλεί το γεγονός ότι και τα δύο παιδιά τονίζουν εμφαντικά την προτίμησή τους να εργάζονται ατομικά, ενώ το ένα, ο Κωνσταντίνος, φανερώνει και τη δυσαρέσκεια του στον τρόπο διδασκαλίας των μαθηματικών (πρώτος άξονας). Αντίθετα, η Ηλιάννα χρησιμοποιεί με μεγάλη ευχέρεια νοερούς υπολογισμούς-αναπαραστάσεις και συνηθίζει να σκέφτεται αναλογικά και να εμμένει στις προσπάθειές της (δεύτερος και πρώτος άξονας). Επιπλέον, αν και είχαν αρκετά καλή επίδοση στο μάθημα των μαθηματικών και θεωρούσαν πως τα μαθηματικά είναι σημαντικά για τη ζωή, η στάση τους απέναντι στο μάθημα ήταν αρκετά μετριοπαθής (τρίτος άξονας). Τέλος, και οι δύο μαθητές επισημαίνουν τον διαφοροποιημένο τρόπο διδασκαλίας των μαθηματικών αν και δεν το βρίσκουν και οι δύο το ίδιο ελκυστικό, όπως στην συγκεκριμένη περίπτωση ο Κωνσταντίνος.

### **4. Συζήτηση-Συμπεράσματα**

Σ' αυτό το στάδιο της εργασίας μας θα επιχειρηθεί μια κριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων σε συνάρτηση με τη βιβλιογραφική ανασκόπηση.

Το πρώτο Ερευνητικό Ερώτημα της εργασίας σχετίζεται με την αναγνώριση των γνωστικών χαρακτηριστικών στην επίδοση των μαθητών Στ' Δημοτικού που υποδεικνύουν/παραπέμπουν σε χαρισματικότητα στα μαθηματικά. Αναφορικά με τη Δοκιμασία, τα έργα στα οποία συγκεντρώνονται μεγάλα ποσοστά σωστών απαντήσεων της τάξης του 50% και άνω είναι οι 6,12,18.19. Οι παραπάνω ασκήσεις δεν είχαν ιδιαίτερες απαιτήσεις, μιας και το μόνο που χρειαζόταν ήταν να κάνουν απλούς υπολογισμούς (προσθέσεις), για να καταλήξουν στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Η δεξιότητα αυτή είναι ήδη κατεκτημένη και δεδομένη για το γνωστικό επίπεδο των μαθητών. Ωστόσο, υπάρχουν και έργα με ημιτελείς/ανεπαρκείς απαντήσεις, όπου είτε δεν δινόταν η σωστή αιτιολογία ή η αιτιολογία ήταν ανεπαρκής, είτε απουσίαζε τελείως. Κάτι τέτοιο συνέβη στα έργα 1, 3 και 16 σε μεγάλα ποσοστά.

Επιπλέον, μεγάλα ποσοστά αποχής εκδηλώθηκαν στις ερωτήσεις 1,2,4,9, καθώς οι τρεις από αυτές (1,2,9) ανήκαν στην κατηγορία Β που περιλάμβανε έργα αυξημένης δυσκολίας και ταυτόχρονα είχε δοθεί η οδηγία στους μαθητές να προσπαθήσουν μόνο 2 με 3 από αυτές. Στα περισσότερα από αυτά τα έργα οι μαθηματικές ιδέες που αναδεικνύονται είναι οικείες (ποσοστά, κριτήρια διαιρετότητας) στους μαθητές, ενώ στο 9ο έργο οι μαθητές δε φαίνεται να είναι εξοικειωμένοι με την αποδεικτική μέθοδο και μάλιστα στον τομέα της γεωμετρίας. Αυτό υποδηλώνει πως το συγκεκριμένο έργο δεν ήταν κατάλληλο για τον εντοπισμό της χαρισματικότητας στα μαθηματικά και ιδίως του γεωμετρικού τύπου στον οποίο κάνει αναφορά ο Kruteskii (1976). Από τα έργα που εμφάνισαν τα μικρότερα

ποσοστά σωστών απαντήσεων (1,2,4,8,9,10,15,16), το 9 ήταν αυτό που ουσιαστικά δεν κατάφερε κανένας μαθητής να λύσει, παρά μόνο τρεις το προσέγγισαν ως ένα βαθμό. Ανάμεσα στις θεματικές των υπόλοιπων δραστηριοτήτων εντοπίζονται έννοιες που αποτελούν μέρος του ΑΠ, όπως τα αναπτύγματα και τα προβλήματα αγοραπωλησιών και έννοιες λιγότερο επεξεργασμένες στην τάξη όπως προβλήματα λογικής αλλά και προβλήματα συσχέτισης (κανονική κατανομή). Εντύπωση προκαλεί πως στο 7ο έργο οι 75 από τους 80 μαθητές που απάντησαν λανθασμένα χρησιμοποιούν την ίδια διατύπωση («τα αμβλυγώνια έχουν αμβλείες γωνίες ενώ τα οξυγώνια οξείες»). Από τα υπόλοιπα έργα (5,11,13,14), βάσει της ποσοτικής ανάλυσης, γίνεται ορατό ότι η πλειοψηφία των μαθητών δυσκολεύεται να λάβει υπόψη της πολλές μεταβλητές οι οποίες, κάποιες φορές μάλιστα είναι και αντιθετικές, γεγονός που αποκλίνει σύμφωνα και με τη βιβλιογραφία από τα χαρακτηριστικά των χαρισματικών μαθητών στα μαθηματικά (Κυρίτση, 2011).

Από τη συνέντευξη των δύο παιδιών αναδύονται κάποια στοιχεία που μπορούν να συσχετιστούν με τη χαρισματικότητα στα μαθηματικά. Αρχικά, και οι δύο μαθητές δηλώνουν πως τα μαθηματικά δεν είναι η πιο αγαπημένη τους δραστηριότητα, κάτι που έρχεται σε αντίθεση με τη βιβλιογραφία (Diezmann, 2005): [5-7].- Εεε εντάξει δεν τρελαίνομαι κιάλας αλλά το προτιμώ από τη γεωγραφία ας πούμε..

- Γιατί τα προτιμάς;

- Εεε δεν ξέρω.. δεν είναι κάτι που μ' αρέσει ας πούμε πάρα πολύ αλλά δεν είναι τόσο άσχημο θα έλεγα.

[289-290] - Όχι.. δε θα το προτιμούσα στον ελεύθερο μου χρόνο να λύνω ασκήσεις.. Όχι...

Ακόμη, ένας από τους δύο μαθητές υποστηρίζει πως προτιμά να δουλεύει με στρατηγικές ήδη γνωστές παρά με τρόπους πιο εναλλακτικούς και πρακτικούς, που έχουν και μεγαλύτερο ρίσκο, χαρακτηριστικό που τον διαφοροποιεί από τους χαρισματικούς μαθητές στα μαθηματικά και συνάδει με την άποψη της δασκάλας (Αδαμοπούλου, 2003):

[166-168] Όχι τόσο πολλούς... Απλά, επειδή είναι μεγάλος πώς θα το αντιμετώπιζες, από αυτήν την άποψη. Θα ξεκινούσες πάλι ένα- ένα;

- Εμ, αφού είναι αποτελεσματικό αν και χρονοβόρο, ναι...

Αντίθετα, το κορίτσι δείχνει να είναι ανοιχτό σε τέτοιες αντισυμβατικές καταστάσεις και να εμμένει περισσότερο στο μαθηματικό έργο, δύο βασικά χαρακτηριστικά των χαρισματικών παιδιών (Αδαμοπούλου, 2003), γεγονός που επιβεβαιώνει και η δασκάλα της:

[402-403] Προσωπικά, επειδή είμαι πεισματάρα θα προσπαθήσω να το δω από όλες τις πλευρές και, αν καταλήξω σε αδιέξοδο, ... εε... θα ρωτήσω κάποιον...

Επίσης, κάποιες πτυχές που επιβεβαιώνονται και βιβλιογραφικά από τη συνέντευξη είναι:

(α) Η επιθυμία των παιδιών να εργάζονται ατομικά στην τάξη (Μπογδάνου, 2009):

[119-123] Αλλά συνήθως προτιμώ να είμαι ατομικά... Δεν μπερδεύεται με τις θεωρίες των άλλων που μπορεί να είναι και λάθος...

[381-384] Μου αρέσει πιο πολύ να δουλεύω ατομικά.. γιατί στην ομάδα όλο και κάποιος θα έχει δυσκολία και.. θα πρέπει να εξηγήσω.. και έστω και αν με αυτό βοηθάω, θα πάρει πιο πολύ χρόνο και θα καθυστερήσουμε...

(β) Η ανταγωνιστικότητά τους (Οδηγός για Μαθητές με Ιδιαίτερες Νοητικές Ικανότητες και Ταλέντα, 2004):

[112-114] Θεωρώ ότι τον εαυτό μου θα κοιτάω. Αν ένας συμμαθητής μου είναι χάλια ή τέλειος, εμένα δε με ενδιαφέρει...

(γ) Η υπεροψία στην περίπτωση του μαθητή (Αδαμοπούλου, 2003) και η έντονη δυσαρέσκεια που εκδηλώνει για τους αργούς ρυθμούς μάθησης (Ματσαγγούρας, 2008) και τα ακατάλληλα για το επίπεδό του έργα (Θεοδωρίδου, 2006):

[97 – 98] Ναι, αλλά όλο τους ίδιους και τους ίδιους που δεν ξέρουν τίποτα και αυτό είναι το μεγάλο μας πρόβλημα..

[100-101] Και λέμε, για να μη σηκώνουν χέρι, δεν το ξέρουν ή δεν θέλουν να μιλήσουν. Λογικό είναι αυτό... Ναι, δε φταίμε εμείς (που καταλαβαίνουμε), οι άλλοι φταίνε..

Άλλα στοιχεία που συναντώνται και στη βιβλιογραφία έχουν σχέση με:

(i) τις μεταγνωστικές ικανότητες και την στρατηγική επαλήθευσης-αναθεώρησης των πληροφοριών (Κυρίτση, 2011):

[476-479] Όχι.. ούτε έτσι λύνεται.. το πρόβλημα είναι ότι το 15 δεν έχει κάποια σχέση με το 100.. Εννοώ ότι, αν ήταν, για παράδειγμα, το 25% θα ήταν το ένα τέταρτο...

(ii) την προτίμηση και σε ασκήσεις αντιληπτικές (Μπογδάνου, 2009):

[263-265] Μου αρέσει η Γεωμετρία. Γιατί; Εε.. είναι λίγο διαφορετική από πράξεις και γενικά.. Και είναι έτσι ωραίο να εργάζεσαι με σχήματα.. Και μοιάζει πιο πολύ με.. δε ξέρω.. είναι πιο διασκεδαστικό.. έχει φαντασία; Ναι!

(iii) την εξαιρετική ανάκληση από τη μνήμη (Θεοδωρίδου, 2006):

[548-552] Εε.. περίπου στο 33%.. αφού έχω δει το πόσες φορές το 6 χωράει στο 20 και μου βγήκε τρεις και περισσεύουν δύο.. Οπότε, τα δύο δε μπορώ να τα μοιράσω διά τρία.. θα κάνω το ίδιο με το 100.. Δηλαδή, 100 διά 3.. και βγαίνει 33,333.. εε.. περίπου έτσι..

Επιμέρους διαστάσεις που επιβεβαιώνονται είναι ο ρόλος των γονέων που στις συγκεκριμένες περιπτώσεις είναι είτε σύμβουλοι περιεχομένου ([17-19] «Ναι, αν είναι κάτι καινούργιο, το κοιτάω λίγο με τη μαμά για την πρώτη φορά, μετά μόνος μου το κάνω») είτε αυτοί που κινητοποιούν (Bicknell, 2009), ενώ ταυτόχρονα διαφαίνεται και η σημασία της εκπλήρωσης των προσδοκιών από την πλευρά του κοριτσιού, γεγονός που το υποστηρίζει και η ίδια η δασκάλα ([375-377] «Είτε χαμηλό είτε υψηλό, είτε εύκολο είτε δύσκολο θα κάνω αυτά που πρέπει, θα ανταπεξέλθω στις προσδοκίες της δασκάλας μου όποιες και να είναι αυτές..») (Γσιάμης, 2005).

Κλείνοντας, σε σχέση με τον διαφοροποιημένο τρόπο διδασκαλίας τέτοιων παιδιών, φαίνεται πως η συγκεκριμένη δασκάλα κάνει κάποιες προσπάθειες ανάγοντας τους κανόνες μέσα από τη συζήτηση στην ολομέλεια και χωρίς την προσήλωση στο σχολικό βιβλίο, πράγμα που αποτελεί ένα βασικό στοιχείο της διάρθρωσης του μαθήματος, σύμφωνα με την Koshy (2001) αλλά και τα λεγόμενα της δασκάλας ([333-337] «Συνήθως, έχουμε και υλικό που μας δείχνει στον υπολογιστή.. μας είχε κάνει κάποια σχέδια στη γεωμετρία με χαρτί πλαστικοποιημένο και διάφορα τέτοια δηλαδή.. είναι καλύτερο από το να έχεις ένα βιβλίο και να κάνεις μόνο ότι είναι εκεί πέρα.. γιατί είναι όσο να ναι λίγο βαρετό..»), ([108-109] «Κάνουμε συζήτηση, κάνουμε ανακεφαλαίωση από τα τρία προηγούμενα μαθήματα).

Το δεύτερο Ερευνητικό Ερώτημα έχει να κάνει με την διερεύνηση χαρακτηριστικών της μαθηματικής σκέψης των μαθητών που υπονοούν ενδεχόμενη χαρισματικότητα στα μαθηματικά. Ενδεικτικά, κάποιες από τις απαντήσεις στα έργα της Δοκιμασίας που ξεχωρίζουν αισθητά από το μέσο όρο του δείγματος σχετίζονται με τις δραστηριότητες 2, 7, 10 και 19. Χαρακτηριστικά στο 2ο, ένας μαθητής, για να βρει ποια προσφορά είναι η πιο συμφέρουσα, αρχικά παρατηρεί πως οι τιμές έχουν κοινά δεκαδικά ψηφία και αφού τις στρογγυλοποιήσει και αναγάγει σε ακέραιους αριθμούς τις τιμές, βρίσκει κατά προσέγγιση το σωστό αποτέλεσμα. Η διαδικασία

επίλυσης που ακολούθησε φανερώνει παρατηρητικότητα καθώς και έναν πρωτότυπο-ευέλικτο τρόπο σκέψης, επειδή ακριβώς προσαρμόζει τα δεδομένα στις ανάγκες του. Ο ίδιος μαθητής βρίσκει το άθροισμα των παρενθέσεων στο 10ο έργο, υπολογίζοντας το μέσο όρο της καθεμιάς και πολλαπλασιάζοντάς τον με το πλήθος των παραγόντων της. Ο συγκεκριμένος τρόπος προσέγγισης είναι ασυνήθιστος για τα δεδομένα της ηλικίας του και έτσι υποδηλώνει στοιχεία δημιουργικότητας.

Επιπρόσθετα, στο 7ο έργο ένας άλλος μαθητής, προσπαθώντας να βρει το λάθος της δήλωσης υποστηρίζει πως «Ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο έχει οξείες γωνίες, διότι, για να γίνει το άθροισμα  $180^{\circ}$ , πρέπει να έχει το τρίγωνο δύο μικρότερες από  $90^{\circ}$  γωνίες, δηλαδή, δύο οξείες. Το οξυγώνιο τρίγωνο δεν μπορεί να έχει αμβλείες γωνίες, γιατί το άθροισμα των γωνιών του θα υπερέβαινε τις  $180^{\circ}$ ». Η παραπάνω απάντηση αναδεικνύει τη χρήση της μαθηματικής συλλογιστικής (reasoning), καθώς και τη χρήση της εις άτοπον απαγωγής, όπου με λογικές συνδέσεις ο μαθητής καταφέρνει να αποδείξει τη μη ορθότητα της σχέσης. Κλείνοντας, μια μαθήτρια στο τελευταίο έργο εντόπισε, πέραν της σωστής απάντησης, και το μοτίβο που κυριαρχούσε, διατυπώνοντας και έναν κανόνα για την ανάλυση ενός αριθμού με διαδοχικούς αριθμούς. Συγκεκριμένα, ανέφερε πως «Ισχύει το Γ γιατί είναι σύνθετος αριθμός και όχι πρώτος και γι' αυτό δεν μπορεί να χωριστεί σε διαδοχικούς αριθμούς».

Από τις δραστηριότητες που επιλέχθηκαν για τη συνέντευξη, προκειμένου να αναδειχτεί ο τρόπος σκέψης των μαθητών (4,9,15,17), η πρώτη και η τρίτη προσεγγίστηκαν σε μεγαλύτερο βαθμό από τις υπόλοιπες. Αρχικά, στις απαντήσεις των μαθητών εντοπίζονται κάποια κοινά στοιχεία, όπως:

(1) Οι λογικές συνδέσεις-συσχετίσεις των δεδομένων και των προϋπαρχουσών γνώσεων για την εξαγωγή κατάλληλων συμπερασμάτων (Bicknell, 2008):

[193 – 195] Επειδή δεν γίνεται να είναι 11 και 12 και 6 γιατί δεν βγάζει 20, οι 6 θα είναι ανάμεσα στους 12 και στους 11..

[322-324] Βοηθήσει; Αν με κάτι μου μοιάζει ή με κάτι που έχω ξαναδεί έστω και στην καθημερινή μου ζωή, τότε ίσως μπορώ να το χρησιμοποιήσω ως βάση για το πρόβλημα..

(2) Η διαίσθηση της σωστής απάντησης (Κυρίτση, 2011):

[155-156] Πάλι τόσα θα έβγαιναν. Βασικά ίσως και λιγότερα.. δεν ξέρω..

[578-582] Γιατί, αφού κάθε ψηφίο σε μία θέση.. 5 ψηφία επί 5 θέσεις.. μας κάνει 25.. αλλά αφού έχω τρία επτάρια, τότε θα βρω περίπου.. πιο λίγα ή πιο πολλά; Πιο λίγα.. γιατί.. πόσα πιο λίγα περίπου; Εε.. δε ξέρω.. γιατί δεν είναι 25.. είναι σίγουρα 25.. Θα μπορούσα να κάνω πιο πολλούς συνδυασμούς... οπότε θα πω περίπου 30...

(3) Οι εναλλακτικοί τρόποι αναπαράστασης του προβλήματος (Mann, 2006):

[532-537] Μπορείς να το αναπαραστήσεις αλλιώς; (Δηλαδή;) Εε... θα μπορούσα να το κάνω με σκίτσο.. (Ωραία.. και τι να κάνεις;). Θα έκανα, για παράδειγμα, 20 κύκλους που θα αντιπροσώπευαν τους ανθρώπους, θα έβαζα σε όσους χρειαζόταν ένα τρίγωνο που θα σημάδευε την ταξιδιωτική βαλίτσα και ένα τετράγωνο που θα σημάδευε την τσάντα του υπολογιστή..

Επίσης, γίνεται εμφανής η αφαιρετικότητα-μαθηματική συλλογιστική (reasoning) της σκέψης τους, καθώς νοερά αντιμετωπίζουν τα προβλήματα, χωρίς να προβαίνουν σε υπολογισμούς με τη χρήση συγκεκριμένων αριθμητικών δεδομένων (Diezmann, 2005):

[235-240] Όχι, είναι με την έκπτωση 15%. Την αρχική τιμή δεν τη βρήκα, αλλά δεν μου χρειάστηκε και πολύ..

- Και πώς λες ότι δεν είναι τέλος πάντων; Γιατί είναι 200 € με 15% έκπτωση και μετά του κάνει 25% έκπτωση στην ήδη τιμή που έχει κάνει 15% έκπτωση. Άρα, μειώνει την τιμή στην μειωμένη τιμή. Δεν μειώνει 25% από την αρχική τιμή συν τα 15..»

[548-552] Εε.. περίπου στο 33%..., αφού έχω δει το πόσες φορές το 6 χωράει στο 20 και μου βγήκε τρεις και περισσεύουν δύο.. Οπότε, τα δύο δεν μπορώ να τα μοιράσω διά τρία.. Θα κάνω το ίδιο με το 100.. Δηλαδή, 100 διά 3.. και βγαίνει 33,333.. εε.. περίπου έτσι..

Σε κάποια σημεία και των δύο συνεντεύξεων κυριαρχεί η πρωτοτυπία-ευελιξία στη σκέψη, που υποδηλώνει τη δημιουργικότητα στις απαντήσεις των μαθητών (Finlayson Reed, 2004):

[567-573] Σίγουρα αφού το κάθε ψηφίο πάει σε μία θέση θα είναι σίγουρα 5 επί 5=25.. εε.. έχω τρία επτάρια.. ναι.. είναι ένα θέμα αυτό.. γιατί όσοι συνδυασμοί γίνονται με το ένα επτάρι στην αρχή.. θα γίνονται και με τα άλλα δύο.. οπότε είναι οι ίδιοι αριθμοί.. οπότε είναι λιγότεροι από όσα φανταζόμουν..

[251] Α! Μπορώ το 200 αντί να το κάνω διά 100, για να βρω τοις εκατό, να το κάνω διά 85, επειδή είναι το 85%. Και έτσι θα έβρισκα το 1% της αρχικής τιμής..

Τέλος, ένα κοινό μη αναμενόμενο λάθος ήταν στο έργο 9, όπου οι μαθητές δεν χρησιμοποίησαν σωστά τον τύπο για την εύρεση του εμβαδού στα τρίγωνα:

[509-511] Εε.. εδώ τώρα στο περίπου θα κάνω αυτό επί αυτό (βάση επί ύψος).. Οπότε, αν το ύψος... πόσο να είναι το ύψος τώρα... Έστω 3.. θα κάνω 3 επί 4 και θα μου βγει 12.. Εε.. όλως τυχαίως.. και στο άλλο, αν είναι 2 επί 5 βγαίνει 10..

Από τα παραπάνω γίνεται αισθητό πως μόνο ένας μικρός αριθμός μαθητών (5) από το σύνολο του δείγματος μοιάζει να ανταποκρίνεται ως ένα βαθμό στα χαρακτηριστικά της σκέψης του χαρισματικού παιδιού στα μαθηματικά. Μάλιστα, αυτές οι περιπτώσεις συμπίπτουν με το 2% του συνολικού μαθητικού πληθυσμού που διαγιγνώσκεται γενικά ως χαρισματικό (Τσιάμης, 2005). Βέβαια, ο χαρακτηρισμός αυτός δεν είναι απόλυτος στις συγκεκριμένες περιπτώσεις, καθώς οι μαθητές αυτοί δεν εμφανίζουν στη σκέψη τους το σύνολο των γνωρισμάτων ενός χαρισματικού παιδιού στα μαθηματικά, παρά μόνο κάποια μεμονωμένα από αυτά και όχι στο βαθμό που να τους διακρίνει αισθητά από το μέσο όρο. Επίσης, η σκέψη τους δεν μπορεί να χαρακτηριστεί «χαρισματική» σε όλο το φάσμα των δραστηριοτήτων, παρά σε ελάχιστες από αυτές, όπως φαίνεται και παραπάνω.

Παρόλα αυτά, σε κάποια σημεία, διαφαίνονται κάποια «ψηγήματα» χαρισματικότητας στα μαθηματικά, όπως η πρωτοτυπία-ευελιξία της σκέψης (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου, 2011), η μαθηματική συλλογιστική (Diezmann, 2005) και ο εντοπισμός μοτίβων και συνδέσεων μεταξύ των δεδομένων (Κυρίτση, 2011) που επιβεβαιώνονται και από την αντίστοιχη βιβλιογραφία. Ως προς το προφίλ του 'χαρισματικού' μαθητή στα μαθηματικά, και τα δύο παιδιά τονίζουν πως αυτό έγκειται σε ένα πλήθος ικανοτήτων, από την ευχέρεια στους υπολογισμούς και την παρατηρητικότητα, μέχρι και την ουσιαστική κατανόηση των φαινομένων. Μάλιστα, αξίζει να σημειωθεί πως ο Κωνσταντίνος υποστηρίζει ότι ένας έξυπνος άνθρωπος δεν σημαίνει κατ' ανάγκη ότι είναι καλός μόνο στα μαθηματικά αλλά και σε άλλους τομείς. Η πεποίθησή του αυτή προσεγγίζει την έννοια της χαρισματικότητας, καθώς και τη θεωρία της πολλαπλής νοημοσύνης του Gardner.

Εν κατακλείδι, αξίζει να τονιστεί πως η όλη προσπάθεια σχετικά με την ανίχνευση στοιχείων χαρισματικότητας στα μαθηματικά βάσει και των δύο ερευνητικών εργαλείων, αν και εντοπίζει ορισμένα από τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της έννοιας σε αυτόν τον πληθυσμό, εν τούτοις δε φιλοδοξεί και δεν μπορεί σε καμία περίπτωση να λειτουργήσει ως ένα διαγνωστικό εργαλείο της



χαρισματικότητας στον τομέα αυτό αλλά μπορεί ενδεχομένως να ανιχνεύσει περιπτώσεις που υπερβαίνουν ως ένα βαθμό το μέσο όρο στα μαθηματικά.

Με βάση την ανάλυση των ποσοτικών και των ποιοτικών δεδομένων και τη συζήτηση που προηγήθηκε, τα συμπεράσματα της έρευνάς μας μπορούν να διατυπωθούν ως εξής:

1ο Ε.Ε.: Οι δραστηριότητες που συγκέντρωσαν τα υψηλότερα ποσοστά συμμετοχής/σωστών απαντήσεων δεν αντιστοιχούν ουσιαστικά σε αυτές που αναδεικνύουν τα γνωστικά χαρακτηριστικά της χαρισματικότητας στα μαθηματικά, αλλά απαιτούν χαμηλότερου επιπέδου μαθηματικές ικανότητες κοντά στο μέσο όρο.

2ο Ε.Ε.: Ένας πολύ μικρός αριθμός μαθητών από το σύνολο του δείγματος (5/176~2.8%) μοιάζει να ανταποκρίθηκε ως ένα βαθμό στα χαρακτηριστικά της σκέψης του χαρισματικού παιδιού στα μαθηματικά. Ο χαρακτηρισμός αυτός δεν είναι απόλυτος καθώς οι μαθητές αυτοί, αν και εμπίπτουν στο 2%, και εμφανίζουν στη σκέψη τους ορισμένα από τα αρκούντως απαραίτητα των γνωρισμάτων ενός χαρισματικού παιδιού στα μαθηματικά, ο τρόπος σκέψης τους δεν είναι «μόνιμα χαρισματικός» παρά σε κάποιες δραστηριότητες και κυρίως όχι σε τέτοιο βαθμό που να τους διακρίνει αισθητά από το μέσο όρο.

### **Βιβλιογραφία**

1. Anthony, G. & Walshaw, M. (2007). Characteristics of Effective Teaching of Mathematics: An Evidential Synthesis. In AERA Annual Meeting, 9-13 April 2007 (pp. 1-21). Chicago: AERA.
2. Bicknell, B. (2008). Who are the Mathematically Gifted? : Student, Parent, and Teacher Perspectives. In 11th International Congress on Mathematics Education, July 6 – 13 2008 (pp. 1-9). Mexico: ICME. Retrieved November 29, 2013 from <http://tsg.icme11.org/document/get/575>.
3. Bicknell, B. (2009). Multiple perspectives on the education of mathematically gifted and talented students. (Δημοσιευμένη Διδακτορική Διατριβή). Massey University, New Zealand (Auckland, Wellington). Thesis retrieved November 29, 2013 from DSpace database <http://mro.massey.ac.nz/bitstream/handle/10179/890/02whole.pdf?sequence=1>
4. Diezmann, M. C. (2005). Challenging Mathematically Gifted Primary Students. Australasian Journal of Gifted Education, Vol 14 (No1), 50-57. Retrieved from QUT Database December 5, 2013 <http://eprints.qut.edu.au/5922/1/5922.pdf>.
5. Dimitriadis, C. (2012). How Are Schools in England Addressing the Needs of Mathematically Gifted Children in Primary Classrooms? A Review of Practice. Gifted Child Quarterly, Vol 56 (No2), 59-76. Doi:10.1177/0016986211433200. Retrieved November 27, 2013 from <http://gcq.sagepub.com/content/56/2/59.full.pdf+html>.
6. Finlayson Reed, C. (2004). Mathematically Gifted in the Heterogeneously Grouped Mathematics Classroom: What is a Teacher to Do? The Journal of Secondary Gifted Education Vol XV (No3), 89-95. Retrieved from ERIC database November 27,

2013 <http://eric.ed.gov/?q=mathematically+gifted+in+the+heterogeneously+grouped+mathematical+classroom&id=EJ682706>.

7. Gagné, F. (2008). Building gifts into talents: Overview of the DMGT. Retrieved December 29, 2013, from [http://printfu.org/preview/?pdfurl=1qeXpurpn6Wih-SUpOGul62nh7C8vbmUmpWgqond6svn487R5pig56KWqpTPkK\\_Zr6Kcpp\\_He2ejYn5-h4OXrlOnS0tzb29nj1svV3tXd69mj3NfTnubX48\\_X0d-YtObH49DU5eK9xtvWyp7izdSWofI](http://printfu.org/preview/?pdfurl=1qeXpurpn6Wih-SUpOGul62nh7C8vbmUmpWgqond6svn487R5pig56KWqpTPkK_Zr6Kcpp_He2ejYn5-h4OXrlOnS0tzb29nj1svV3tXd69mj3NfTnubX48_X0d-YtObH49DU5eK9xtvWyp7izdSWofI).
8. Gari, A., Kalantzi-Azizi, A. & Mylonas, K. (2000). Adaptation and Motivation of Greek Gifted Pupils: Exploring some influences of primary schooling. *High Ability Studies* Vol 11 (No1), 55-68. Doi: 10.1080/713669173. Retrieved November 27, 2013 from <http://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/713669173>.
9. Gavin, K. et al. (2009). The Impact of Advanced Curriculum on the Achievement of Mathematically Promising Elementary Students. *Gifted Child Quarterly*, Vol 53 (No3), 188-202. Doi: 10.1177/0016986209334964. Retrieved November 20, 2013 from [http://www.gifted.uconn.edu/sem/pdf/Impact\\_of\\_Advanced\\_Math\\_Units.pdf](http://www.gifted.uconn.edu/sem/pdf/Impact_of_Advanced_Math_Units.pdf).
10. Geake, J. (χ.χ.). *Mathematical Brains*. Retrieved November 27, 2013 from [http://www.potentialplusuk.org/file\\_upload/Mathematical%20brains%20by%20John%20Geake.pdf](http://www.potentialplusuk.org/file_upload/Mathematical%20brains%20by%20John%20Geake.pdf).
11. Koshy, V. (2001). *Teaching Mathematics to Able Children*. London: David Fulton Publishers.
12. Koshy, V. (2008). Η Καλλιέργεια του Μαθηματικού Ταλέντου σε Παιδιά Σχολικής Ηλικίας, (Μτφ: Ε. Δούγαλη). Στο Η. Γ. Ματσαγγούρας (Επιμ.), *Εκπαιδύοντας Παιδιά Υψηλών Ικανοτήτων Μάθησης: Διαφοροποιημένη Συνεκπαίδευση* (σσ. 415-434). Αθήνα: Gutenberg.
13. Koshy, V., Ernest, P. & Casey, R. (2009). Mathematically gifted and talented learners: theory and practice. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol 40 (No2), 213-228. Doi: 10.1080/00207390802566907. Retrieved November 20, 2013 from <http://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/00207390802566907>.
14. Mann, L. E. (2006). Creativity: The Essence of Mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, Vol 30 (No2), 236-260. Doi: 10.4219/jeg-2006-264. Retrieved November 20, 2013 from <http://www.multiage.ca/free-download-creativity-the-essence-of-mathematics-researchgate-teachers-plan/reading-free-download-creativity-the-essence-of-mathematics-researchgate-teachers-plan/>.
15. Ministry of Learning of Alberta (Canada). (2004). *The Journey: A handbook for parents of children who are gifted and talented*. Alberta: Learning and Teaching Resources Branch. Retrieved November 27, 2013 from <http://education.alberta.ca/media/448831/journey.pdf>.

16. Monks, J. F. & Katzko, W. M. (2008). Χαρισματικότητα: Έννοιες και Εφαρμογές, (Μτφ: Αικ. Σακκά). Στο Η. Γ. Ματσαγγούρας (Επιμ.), Εκπαιδευοντας Παιδιά Υψηλών Ικανοτήτων Μάθησης: Διαφοροποιημένη Συνεκπαίδευση (σσ. 297-312). Αθήνα: Gutenberg.
17. Niederer, K. et al. (2010). Identification of Mathematically Gifted Children in New Zealand. *High Ability Studies*, Vol 14 (No1), 71-84. Doi:10.1080/13598130304088. Retrieved November 20, 2013 from <http://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/13598130304088>.
18. Piirto, J. & Heward, L. W. (2011). Χαρισματικότητα και ταλέντο. Στο Α. Δαβάζογλου & Κ. Κόκκινος (Επιστ. Επιμ.), (Μτφ: Χ. Λυμπεροπούλου). Παιδιά με Ειδικές Ανάγκες: Μια εισαγωγή στην Ειδική Εκπαίδευση, Γ' Έκδοση (σσ. 571-626). Αθήνα: Τόπος.
19. Renzulli, S. J. (2008). Η ιδέα των Τριών Δακτυλίων για την Εννοιολογική Προσέγγιση της Χαρισματικότητας: Θεωρία και Σχέδιο Ταυτοποίησης Χαρισματικών για την Προώθηση της Δημιουργικότητας, (Μτφ: Ε. Μελετέα). Στο Η. Γ. Ματσαγγούρας (Επιμ.), Εκπαιδευοντας Παιδιά Υψηλών Ικανοτήτων Μάθησης: Διαφοροποιημένη Συνεκπαίδευση (σσ. 313-352). Αθήνα: Gutenberg.
20. Smutny, J.F., Walker, S.Y., & Meckstroth, E.A. (1997). *Teaching Young Gifted Children in the Regular Classroom: Identifying, Nurturing, and Challenging Ages 4-9*. Minneapolis, MN: Free Spirit Publishing Inc.
21. Sriraman, B. (2005). Are Giftedness and Creativity Synonyms in Mathematics? *The Journal of Secondary Gifted Education*, Vol XVII (No1), 20-36. Retrieved November 20, 2013 from <http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ746043.pdf>.
22. Sriraman, B., Haavold, P. & Lee, K. (2013). Mathematical creativity and giftedness: a commentary on and review of theory, new operational views, and ways forward. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 45 (No2), 215-225. Doi: 10.1007/s11858-013-0494-6. Retrieved November 27, 2013 from <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11858-013-0494-6/fulltext.html>.
23. Stepanek, J. (1999). *Meeting the Needs of Gifted Students: Differentiating Mathematics and Science Instruction*. Oregon: Northwest Regional Educational Laboratory. Retrieved November 29, 2013 from [http://educationnorthwest.org/webfm\\_send/755](http://educationnorthwest.org/webfm_send/755).
24. Sternberg, J. R. (1996). What is Mathematical Thinking? In R.J. Sternber & T. Ben-Zeev (Eds.), *The Nature of Mathematical Thinking* (pp.303-318). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Inc.
25. Sternberg, J. R. (2000). Successful Intelligence: A unified view of giftedness. In C.F.M. van Lieshout & P. G. Heymans (Eds.), *Developing Talent Across the Life Span*, (pp 43-65). Sussex: Psychology Press.
26. Winner, E. (1996). *Gifted children: myths and realities*. New York: Basic Books.

27. Αδαμοπούλου, Σ. (2003). Γνωστική, συναισθηματική και κοινωνική ανάπτυξη των χαρισματικών παιδιών. Πτυχιακή Εργασία, ΔΠΘ/ΠΤΔΕ: Αλεξανδρούπολη.
28. Αναστασιάδου, Β. & Θεοδώρου, Π. (2012). Προσαρμογή στα ελληνικά της κλίμακας αξιολόγησης της χαρισματικότητας παιδιών σχολικής ηλικίας από εκπαιδευτικούς των Pfeiffer&Jarosewich. Πτυχιακή Εργασία, ΔΠΘ/ ΠΤΔΕ: Αλεξανδρούπολη.
29. Βλάμος, Μ. Π., Βλάμου, Μ. Ε. & Δημάκος, Μ. Γ.(2000). Επεξεργασία δεδομένων από μαθηματικά ταλέντα. Μέντορας Τεύχος 2, 149-165.Ανακτήθηκε 27 Νοεμβρίου, 2013, από <http://www.pi-schools.gr/publications/mentor/>.
30. Γιαννάκου-Κίτσου, Μ. (1998). Παιδιά σχολικής ηλικίας με υψηλό δείκτη νοημοσύνης (Χαρισματικά Παιδιά): Επισήμανσή τους και Εκτίμηση της Κοινωνικής τους Συμπεριφοράς και Προσαρμογής. (Δημοσιευμένη Διδακτορική Διατριβή).Ανακτήθηκε 27 Νοεμβρίου, 2013,από Εθνικό Αρχείο Διδακτορικών Διατριβών <http://phdtheses.ekt.gr/eadd/handle/10442/10692>.
31. Δαβάζογλου-Σιμοπούλου Α. (1999). Τα χαρισματικά παιδιά στην εκπαίδευση. Αλεξανδρούπολη: Εκδόσεις της ίδιας.
32. Ηλιοπούλου, Α. (2006). Η χαρισματικότητα στην εκπαίδευση και στην οικογένεια. Πτυχιακή Εργασία, ΔΠΘ/ΠΤΔΕ: Αλεξανδρούπολη.
33. Θεοδορίδου, Σ. (2006). Αντιλήψεις εκπαιδευτικών Πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης σχετικά με τα χαρακτηριστικά του χαρισματικού μαθητή (Αδημοσίευτη Διδακτορική Διατριβή). ΔΠΘ: Αλεξανδρούπολη.
34. Καργιώτη, Μ. (2011).Συναισθηματική υποστήριξη χαρισματικών μαθητών στο ελληνικό δημοτικό σχολείο. Στο ΙΔ΄ Διεθνές Συνέδριο Παιδαγωγική Εταιρεία Ελλάδος «Εκπαίδευση Ατόμων με Ειδικές Ανάγκες: μια Πρόκληση για το Σχολείο και την Κοινωνία, 1-3 Δεκεμβρίου 2011 (σσ. 1-12). Θεσσαλονίκη: ΠΕΕ. Ανακτήθηκε 27 Νοεμβρίου, 2013, από <http://2011karma.files.wordpress.com/2011/12/cf83cf85cebdcceb1ceb9cf83ceb8ceb7cebcbceb1cf84ceb9cebaceae cf85cf80cebfcf83cf84ceaecf81ceb9cebeceb7 cf87ceb1cf81ceb9cf83cebcbceb1cf84ceb92.pdf>.
35. Κόκκινος, Μ. Κ., Μαυροφρύδου, Ζ. & Δαβάζογλου, Α. (2005). Πώς νοηματοδοτείται η έννοια της χαρισματικότητας από υποψήφιους εκπαιδευτικούς προσχολικής εκπαίδευσης. ΚΙΝΗΤΡΟ, Τεύχος 6, 117-134.
36. Κονιστή, Π. (2010). Χαρισματικά παιδιά: Τα ενδοπροσωπικά και διαπροσωπικά προβλήματα προσαρμογής τους. Στο Ε. Κολιάδης (Επιμ.), Συμπεριφορά στο σχολείο: Αξιοποιούμε δυνατότητες, αντιμετωπίζουμε προβλήματα (σσ. 623-645). Αθήνα: Γρηγόρη.
37. Κυρίτση, Α. (2011). Μια ποιοτική διερεύνηση των γνωστικών κοινωνικών και συναισθηματικών εμπειριών Ελλήνων χαρισματικών μαθητών (Αδημοσίευτη Μεταπτυχιακή Διατριβή). ΧΑΡΟΚΟΠΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ, Αθήνα.

Ανακτήθηκε 27 Νοεμβρίου, 2013, από [http://estia.hua.gr:8080/dspace/bitstream/123456789/1316/1/kyritsi\\_anastasia.pdf](http://estia.hua.gr:8080/dspace/bitstream/123456789/1316/1/kyritsi_anastasia.pdf).

38. Λόζα, Γ. (2004). Οδηγός για Μαθητές με Ιδιαίτερες Νοητικές Ικανότητες και Ταλέντα. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ-Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. Ανακτήθηκε 27 Νοεμβρίου, 2013, από [http://www.pi-schools.gr/special\\_education\\_new/html/gr/8emata/xarismatika/xarismatika.htm](http://www.pi-schools.gr/special_education_new/html/gr/8emata/xarismatika/xarismatika.htm).
39. Μανωλάκος, Η. Π. (2010). Χαρισματικοί - ταλαντούχοι μαθητές με ιδιαίτερες ικανότητες σε έναν ή και περισσότερους τομείς. ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ ΒΗΜΑ, Τεύχος 14, 229-247. Ανακτήθηκε 27 Νοεμβρίου, 2013, από [http://www.syllogosperiklis.gr/ep\\_bima/epistimoniko\\_bima\\_14/229-248.pdf](http://www.syllogosperiklis.gr/ep_bima/epistimoniko_bima_14/229-248.pdf).
40. Ματσαγγούρας, Γ. Η. (2008). Διαφοροποιημένη Συνεκπαίδευση : Εκπαιδευτικές Πολιτικές, Παραδοχές και Πρακτικές. Στο Η. Γ. Ματσαγγούρας (Επιμ.), Εκπαιδύοντας Παιδιά Υψηλών Ικανοτήτων Μάθησης: Διαφοροποιημένη Συνεκπαίδευση (σσ. 47-90). Αθήνα: Gutenberg.
41. Ματσαγγούρας, Γ. Η. (2008). Επιλογή και Οργάνωση Παιδιών με Υψηλές Ικανότητες Μάθησης: Κριτήρια και Φορείς Επιλογής, Οργανωτικό-διδασκτικά Σχήματα. Στο Η. Γ. Ματσαγγούρας (Επιμ.), Εκπαιδύοντας Παιδιά Υψηλών Ικανοτήτων Μάθησης: Διαφοροποιημένη Συνεκπαίδευση (σσ. 91-116). Αθήνα: Gutenberg.
42. Ματσαγγούρας, Γ. Η. (2008). Μοντέλο Διαφοροποιημένης Συνεκπαίδευσης: Προώθηση Φοίτησης και Α.Π., Εμπλουτισμός και Συμπλήρωση Α.Π. και Διδασκαλίας. Στο Η. Γ. Ματσαγγούρας (Επιμ.), Εκπαιδύοντας Παιδιά Υψηλών Ικανοτήτων Μάθησης: Διαφοροποιημένη Συνεκπαίδευση (σσ. 117-159). Αθήνα: Gutenberg.
43. Ματσαγγούρας, Γ. Η. (2008). Οργάνωση της Διαφοροποιημένης Συνεκπαίδευσης των ΥΨΙΜ στο Ελληνικό Εκπαιδευτικό Σύστημα: Θεωρητικές Βάσεις και Οργανωτικό-διδασκτικές Προτάσεις. Στο Η. Γ. Ματσαγγούρας (Επιμ.), Εκπαιδύοντας Παιδιά Υψηλών Ικανοτήτων Μάθησης: Διαφοροποιημένη Συνεκπαίδευση (σσ. 161-191). Αθήνα: Gutenberg.
44. Ματσαγγούρας, Γ. Η. (2008). Πρόγραμμα Διαφοροποιημένης Συνεκπαίδευσης των ΥΨΙΜ στα Μαθηματικά: Οργάνωση Στελεχών, Α.Π., Εκπαιδευτικού Υλικού και Διδασκαλίας Στο Η. Γ. Ματσαγγούρας (Επιμ.), Εκπαιδύοντας Παιδιά Υψηλών Ικανοτήτων Μάθησης: Διαφοροποιημένη Συνεκπαίδευση (σσ. 193-225). Αθήνα: Gutenberg.
45. Μειμάρης, Μ. & Λόζα, Γ. (2003). Ανοικτή, Ευέλικτη και Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση: Μια Λύση για την Επιμόρφωση Εκπαιδευτών Χαρισματικών και Ταλαντούχων Μαθητών. Στο Α. Λιοναράκης (Επιμ.), 2ο Πανελλήνιο συνέδριο για την ανοικτή και εξ αποστάσεως εκπαίδευση, 28-30 Μαρτίου 2003 (σσ. 1-9). Πάτρα: Προπομπός. Ανακτήθηκε 29 Νοεμβρίου, 2013, από <http://www.google.gr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CDAQFjAA&url=http%3A%2F%2Fmmeimaris.gr%2Fdownload.php%3Ff>

[%3Ddocument\\_gr\\_0050\\_1769.pdf&ei=R1eYUq7FComVtQbnsYH4Bw&usg=AFQjCNHNobg7pD4WPZX5C367P9NkiXu8zA&sig2=QNivK6RthA9VMRIJMSPQ&bvm=bv.57155469,d.Yms.](#)

46. Μπογδάνου, Δ. (2009). Αναγνώριση και ταυτοποίηση των παιδιών υψηλών ικανοτήτων μάθησης. ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ, Τόμος 15 (Τεύχος 1), 135-147. Ανακτήθηκε 27 Νοεμβρίου, 2013, από <http://www.pi-schools.gr/download/publications/epitheorisi/teyχος15/135-147.pdf>.
47. Παπουτσάκη - Ντορενστάουτερ, Π. (1994). Το προικισμένο παιδί. Αθήνα: Το Ποντίκι.
48. Πίττα-Πανταζή, Δ. κ.α. (2011). Η Αναγνώριση και η Εκπαίδευση Χαρισματικών Παιδιών στα Μαθηματικά. Κύπρος: ΠΠΕΚ.
49. Ρίζος, Σ. (2007). ΧΑΡΙΣΜΑΤΙΚΑ ΠΑΙΔΙΑ ΚΑΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ. Στο 4ο Πανελλήνιο Συνέδριο ΕΛΛ.Ι.Ε.Π.ΕΚ : Σχολείο Ίσο για Παιδιά Άνισα, 4- 6 Μαΐου 2007 (σσ. 420-429). Αθήνα: Ατραπός. Ανακτήθηκε 27 Νοεμβρίου, 2013, από [http://www.elliepek.gr/documents/4o\\_synedrio\\_eisigiseis/420\\_429.pdf](http://www.elliepek.gr/documents/4o_synedrio_eisigiseis/420_429.pdf).
50. Σούλης, Σ. Γ. & Φλωρίδης, Θ. (2008). Χαρισματικοί και ταλαντούχοι μαθητές: εντοπισμός, διάγνωση και εκπαιδευτική υποστήριξη. Στο Ε. Τζελέπη-Γιαννάτου (Επιμ.), Θέματα διαχείρισης προβλημάτων σχολικής τάξης, Τόμος Β' (σσ. 82-95). Αθήνα: ΥΠΕΠΘ-Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. Ανακτήθηκε 8 Απριλίου, 2014, από [http://www.pi-schools.gr/programs/sxoltaxi/tomos\\_B.pdf](http://www.pi-schools.gr/programs/sxoltaxi/tomos_B.pdf).
51. Τσιάμης, Α. (2005). Τα χαρισματικά παιδιά ζουν ανάμεσά μας: Ανακαλύπτοντας τα ίδια και τις ανάγκες τους. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρη.