

# Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Vol 1 (2008)

6ο Συνέδριο ΕΤΠΕ «Οι ΤΠΕ στην Εκπαίδευση»



**Διδακτικά Σενάρια και ΤΠΕ στα Μαθηματικά:  
Ένας Πρακτικός Οδηγός**

*Βασίλειος Δαγδιλέλης, Ιωάννης Παπαδόπουλος*

## To cite this article:

Δαγδιλέλης Β., & Παπαδόπουλος Ι. (2026). Διδακτικά Σενάρια και ΤΠΕ στα Μαθηματικά: Ένας Πρακτικός Οδηγός. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, 1, 295–302. Retrieved from <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/9636>

# Διδακτικά Σενάρια και ΤΠΕ στα Μαθηματικά: Ένας Πρακτικός Οδηγός

Βασίλειος Δαγδιλέλης<sup>1</sup>, Ιωάννης Παπαδόπουλος<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Πανεπιστήμιο Μακεδονίας

<sup>2</sup>Πανεπιστήμιο Πατρών

dagdil@uom.gr, ypapadop@otenet.gr

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εργασία αυτή παρουσιάζουμε έναν πρακτικό οδηγό για την κατασκευή διδακτικών σεναρίων με τη συμβολή των ΤΠΕ στα Μαθηματικά. Παραθέτουμε μια σειρά από στοιχεία που ενσωματώνει ο οδηγός αυτός με την παρουσίαση σχετικών παραδειγμάτων όπου αυτό κρίνεται απαραίτητο.

**ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:** Επιμόρφωση, Σενάρια, Νέες τεχνολογίες, Μαθηματικά

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ιδέα των διδακτικών σεναρίων (μετάφραση των educational scripts), έχει πολλές φορές απασχολήσει την κοινότητα της Διδακτικής των Μαθηματικών – και όχι μόνο των Μαθηματικών. Οι επιμορφώσεις των εκπαιδευτικών των τελευταίων ετών και ιδιαίτερα η *Επιμόρφωση Β' επιπέδου*, επανέφεραν το θέμα με έναν επιτακτικό τρόπο: τι ακριβώς είναι ένα διδακτικό σενάριο; Πως κατασκευάζεται; Πως χρησιμοποιείται; Τα ερωτήματα έρχονται και επανέρχονται, καθώς μάλιστα οι απόψεις των ερευνητών και διδασκόντων δε συγκλίνουν. Στην παρούσα προτείνουμε ένα είδος πρακτικού οδηγού για τη δημιουργία τέτοιων διδακτικών σεναρίων διδασκαλίας Μαθηματικών με τη χρήση ΤΠΕ. Ο οδηγός μας έχει προέλθει από τη σύνθεση απόψεων που ήδη έχουν διατυπωθεί στο παρελθόν (Κυνηγός, 2007), συμπεριλαμβανομένων και δικών μας. Επιπλέον, έχει δοκιμαστεί επανειλημμένως στη διδακτική πράξη. Πιο συγκεκριμένα, εκτός από τη σχετική βιβλιογραφική έρευνα, βασιστήκαμε και σε συγκεκριμένες επιμορφωτικές εμπειρίες, όπως της επιμόρφωσης εκπαιδευτικών σε δεξιότητες Πληροφορικής Α' και Β' επιπέδου, επί μακρού χρονικό διάστημα, στην Αρχική Επιμόρφωση Εκπαιδευτικών (στα Περιφερειακά Κέντρα Επιμόρφωσης), επί σειρά ετών στα λεγόμενα προγράμματα Εξομείωσης και αλλού. Χαρακτηρίζουμε την προσέγγιση μας ως *πρακτικό οδηγό* γιατί απευθύνεται στους εκπαιδευτικούς, προσπαθεί να αποτελέσει ένα «εργαλείο» άμεσης χρήσης για την καθημερινή τους εργασία.

Τρία είναι κατά την άποψη μας τα βασικά σημεία τα οποία πρέπει να προσεχθούν ιδιαίτερα στην εκπόνηση ενός τέτοιου οδηγού:

- (1) Η αποφυγή ενός κενού βερμπαλισμού: συχνά, τα προτεινόμενα μοντέλα σεναρίων περιλαμβάνουν τμήματα τα οποία συστηματικά καταλήγουν σε μια επανάληψη στερεοτύπων εκφράσεων – με αμφίβολη χρησιμότητα. Τυπικό παράδειγμα αποτελεί η σχεδόν τελετουργική αναφορά σε «κονοστρουκτιβιστικές θεωρίες μάθησης» οι οποίες επαναλαμβάνονται στα σενάρια που παράγουν οι εκπαιδευτικοί, με ένα σχεδόν

γραφειοκρατικό τρόπο. Δεν αμφισβητούμε βέβαια την αξία μιας ανάλυσης αυτού του επιπέδου. Ωστόσο, η σχεδόν αυτολεξεί αναπαραγωγή των ίδιων γλωσσικών στερεοτύπων στα σενάρια των εκπαιδευτικών, την καθιστά μάλλον ένα είδος τυπικής «υποχρέωσης» παρά πραγματική ανάλυση.

- (2) Η εφικτότητα και η χρησιμότητά του: τα διδακτικά σενάρια πρέπει να είναι *εφικτά*, να περιγράφουν καταστάσεις οι οποίες να είναι υλοποιήσιμες μέσα στο δεδομένο σχολικό χρόνο και τις δεδομένες σχολικές συνθήκες στις οποίες διεξάγεται το μάθημα. Επιπλέον, πρέπει η δημιουργία ενός σεναρίου να μην απαιτεί (τουλάχιστον σε μια πρώτη προσέγγιση) υπερβολική καταβολή προσπάθειας, ούτε και υπερβολικό χρόνο.
- (3) Το σημαντικότερο ίσως σημείο στη δημιουργία σεναρίων, αποτελεί η διαπραγμάτευση των «αδύνατων σημείων». Για παράδειγμα, με ποιό τρόπο δημιουργεί κανείς ένα καινούριο διδακτικό σενάριο για μια έννοια, κατασκευάζει δηλαδή ένα σενάριο *ex nihilo*;

Ο πρακτικός οδηγός που προτείνουμε προσπαθεί να ενσωματώσει, μεταξύ άλλων, και τα στοιχεία αυτά.

Ως **διδακτικό σενάριο (διδακτική κατάσταση**, στη Διδακτική των Μαθηματικών, Brousseau, 1997) θεωρούμε την περιγραφή μιας διδασκαλίας με εστιασμένο γνωστικό(ά) αντικείμενο(α), εκπαιδευτικούς στόχους, διδακτικές αρχές και πρακτικές. Στα διδακτικά σενάρια, περιλαμβάνονται στοιχεία όπως η αλληλεπίδραση και οι ρόλοι των συμμετεχόντων, οι αντιλήψεις των μαθητών και τα ενδεχόμενα διδακτικά *εμπόδια* και γενικότερα όλα εκείνα τα στοιχεία που θεωρούνται σημαντικά στη σύγχρονη διδακτική θεωρία. Σε μια τέτοια διδασκαλία μπορούν να συνδυάζονται περισσότεροι διδακτικοί πόροι, όπως π.χ. περισσότερα του ενός λογισμικά, σημειώσεις, sites, όργανα (π.χ. εργαστηριακά, πίνακας, διαβήτης, ...) προκειμένου να επιτευχθεί ένα μαθησιακό αποτέλεσμα. Ένα σενάριο μπορεί να έχει διάρκεια μιας ή περισσότερων διδακτικών ωρών και υλοποιείται, κατά κανόνα, μέσα από μια σειρά **εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων** όπου η δομή και η ροή τους καθώς και οι ρόλοι διδάσκοντα-διδασκόμενων (κατά περίπτωση μαθητές, σπουδαστές, αλλά και επιμορφούμενοι κλπ) και η αλληλεπίδρασή τους με τα όποια χρησιμοποιούμενα μέσα και υλικό, περιγράφονται στα πλαίσια του διδακτικού σεναρίου. Ένα διδακτικό σενάριο μπορεί επίσης να διαιρεθεί σε **διδακτικές φάσεις**, αλλά η περιγραφή τους ξεπερνάει τα όρια ενός πρακτικού οδηγού και έτσι, στα πλαίσια της παρούσας, δε θα αναφερθούμε ξανά στις φάσεις ενός σεναρίου. Η χρήση των Νέων Τεχνολογιών καθιστά ακόμη πιο αναγκαία την αποσαφήνιση του τι είναι σενάριο και ποιες οι βασικές του συνιστώσες. Η εμπειρία από τις ποικίλες επιμορφώσεις που έχουν λάβει χώρα σχετικά με τις Νέες Τεχνολογίες και ειδικότερα το πρόγραμμα Επιμόρφωσης Β' Επιπέδου για την ενσωμάτωση των Νέων Τεχνολογιών στη Διδακτική πρακτική, έχει αναδείξει την αναγκαιότητα για μια θεωρητική υποστήριξη του όρου «σενάριο». Αναφερόμαστε σε εκείνο το κοινό θεωρητικό υπόβαθρο που θα πρέπει να μοιράζονται επιμορφωτές-επιμορφούμενοι προκειμένου να καθίσταται λειτουργική μια προσπάθεια υλοποίησης ενός

σεναρίου αφού θα πρέπει το «διάβασμα» ενός «συμβάντος» μέσα στην τάξη (για παράδειγμα μια λύση που προτείνει ένας μαθητής ή η χρήση ενός λογισμικού στη διδασκαλία) να περνά μέσα από το ίδιο οπτικό πρίσμα και για τα δυο «συμβαλλόμενα» μέρη.

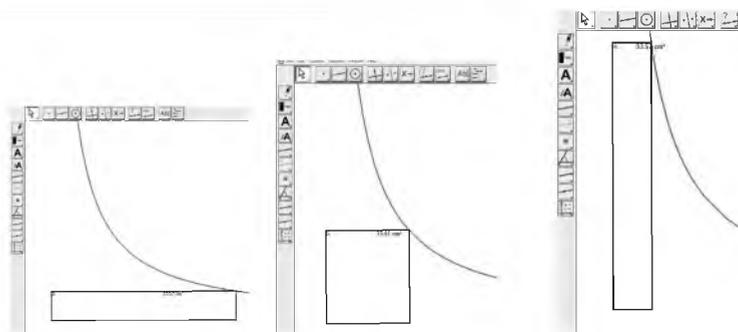
Στις επόμενες παραγράφους θα προσπαθήσουμε να σκιαγραφήσουμε το μοντέλο ενός σεναρίου για τη διδασκαλία των Μαθηματικών με τη συμβολή της τεχνολογίας παραθέτοντας όπου θεωρείται απαραίτητο συγκεκριμένα παραδείγματα προς την κατεύθυνση αυτή.

### ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΕΝΑΡΙΟΥ

**Πώς ξεκινά;** Το ερώτημα αυτό αναφέρεται στη δημιουργία ενός σεναρίου από μηδενική βάση, για τη διδασκαλία μιας συγκεκριμένης έννοιας. Θα μπορούσαμε να προτείνουμε κάποιους τρόπους: α) Παρουσίαση και κατανόηση της ιστορικής αναγκαιότητας που οδήγησε στην υιοθέτηση μιας συγκεκριμένης έννοιας (για παράδειγμα η ανάγκη επαναπροσδιορισμού των ορίων των καλλιεργήσιμων περιοχών στην Αίγυπτο μετά τις πλημμύρες του Νείλου, οδηγεί στην ανάπτυξη της έννοιας του εμβαδού), β) Μια αναζήτηση από τον διδάσκοντα στο Internet για οτιδήποτε μπορεί να σχετίζεται με την υπό διδασκαλία έννοια (ιστορικά στοιχεία, έτοιμες προτάσεις διδασκαλίας, applets, αρχεία λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας) προκειμένου να έχει μια συνολική άποψη για την προς διδασκαλία έννοια, γ) Εκκινώντας από τις δυσκολίες (συστηματικά λάθη, παρανοήσεις,...) των μαθητών και δημιουργώντας ανάδρομα ένα μάθημα δ) Πρόκληση μιας γνωστικής σύγκρουσης με μια διδακτική κατάσταση που οδηγεί σε αδιέξοδο και την οποία οι μαθητές θα ξεπεράσουν με τη βοήθεια της νέας έννοιας ή μεθόδου (Κολέζα, 2000). Αξίζει εδώ να δοθεί ένα πιο αναλυτικό παράδειγμα από την εισαγωγή στους άρρητους αριθμούς:

**Δραστηριότητα 1η: Κατασκευή παραλληλογράμμων σταθερού εμβαδού.** Σε ένα περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας κατασκευάζεται ένα παραλληλόγραμμο σταθερού εμβαδού π.χ. 33,7 τ.εκ. Το παραλληλόγραμμο αυτό μπορεί να έχει οιοδήποτε μήκος περιμέτρου κρατώντας πάντοτε σταθερό το εμβαδόν (ο γεωμετρικός τόπος της «τέταρτης κορυφής» είναι μια γνωστή καμπύλη). Διαοθητικά είναι προφανές ότι κάποια στιγμή το παραλληλόγραμμο αυτό θα είναι τετράγωνο (εικ.1).

**Δραστηριότητα 2η: Το «κνήγι» της τετραγωνικής ρίζας.** Αφού υπάρχει τετράγωνο εμβαδού 33,7 τ.εκ. μπορούμε επομένως να βρούμε αριθμό που πολλαπλασιασζόμενος με τον εαυτό του δίνει ως εξαγόμενο 33,7. Στα λογιστικά φύλλα (π.χ. Excel) μπορούμε να «κνηγήσουμε» μια τετραγωνική ρίζα. Με τη μέθοδο του «εγκιβωτισμού» (μεγαλύτερων προσεγγίσεων) προσπαθούμε να προσδιορίσουμε ακριβώς την τετραγωνική ρίζα του αριθμού. Ωστόσο, αυτό φαίνεται αδύνατο, αφού όσα ψηφία και να χρησιμοποιήσουμε, δε μπορούμε να την εντοπίσουμε. Εξάλλου, οι μαθητές, ενδεχομένως θα αντιληφθούν ότι όσα πιο πολλά ψηφία προσδιορίζουμε, τόσο «πιο πολύ απομακρύνεται η πιθανότητα» να βρούμε όλα τα ψηφία της τετραγωνικής ρίζας. Τελικά υπάρχει ή δεν υπάρχει η τετραγωνική ρίζα; Η απάντηση φυσικά είναι ότι υπάρχει, αλλά ανήκει σε ένα ευρύτερο σύνολο αριθμών, τους άρρητους αριθμούς.



Εικόνα 1

### Επιστημολογική προσέγγιση

Πρόκειται για την ανάλυση της “θέσης” της προς διδασκαλία έννοιας στα πλαίσια του μαθήματος. Πρέπει να υπάρχει σύνδεση ανάμεσα στην έννοια και στα όσα ακολουθούν και στα οποία θα χρειαστεί η έννοια ή στα όσα έχουν προηγηθεί. Ο εκπαιδευτικός πρέπει να λαμβάνει υπόψη του τη “θέση” του προς διδασκαλία αντικειμένου τόσο μέσα στην επιστήμη και τη σχολική της έκδοση όσο και την παρουσία της σε ένα τεχνολογικό περιβάλλον: π.χ. η έννοια της απόλυτης τιμής είναι σημαντική για την ανάλυση και σε ορισμένες περιπτώσεις στην κλασική άλγεβρα και - κατά κάποιο τρόπο - συνδέεται με τη γενικευμένη έννοια της “απόστασης”. Το Πυθαγόρειο θεώρημα συνδέεται με τις τετραγωνικές ρίζες και τους άρρητους αριθμούς στη Β΄ Γυμνασίου, ενώ στη Β΄ Λυκείου οι επεκτάσεις του (για πλευρά απέναντι από οξεία ή αμβλεία γωνία) διδάσκονται στη Γεωμετρία (μετρικές σχέσεις). Από την άλλη ένας κύκλος στη σφαίρα της ευκλείδειας γεωμετρίας παραμένει κύκλος ακόμη και όταν θεωρηθεί υπό μεγέθυνση. Αν όμως βρίσκεται στο περιβάλλον του PowerPoint και μεγεθυνθεί αυτό που θα προκύψει είναι τα pixel και όχι ο κύκλος με την κλασική του έννοια. Άρα το ζητούμενο είναι για τον εκπαιδευτικό να είναι σε θέση να αντιληφθεί - ή να γνωρίζει - σχέσεις αυτού του είδους ή αν δεν τις γνωρίζει να ξέρει ότι υπάρχουν και να γνωρίζει πώς θα τις βρει.

**Επεκτάσεις.** Κάθε έννοια συνδέεται άμεσα με μερικές άλλες, τουλάχιστον στη σχολική πραγματικότητα: Καλό λοιπόν είναι να λαμβάνονται υπόψη και πιθανές επεκτάσεις της έννοιας. Πώς η συγκεκριμένη δραστηριότητα μπορεί να αποτελέσει απαρχή για άλλες επιμέρους δραστηριότητες που επεκτείνουν την αρχική; Μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος ή το αποτέλεσμα για κάποιο άλλο πρόβλημα ή δραστηριότητα; Μπορεί να ενεργοποιηθεί ένας προβληματισμός των μαθητών με αφορμή τη συγκεκριμένη δραστηριότητα προς μια περαιτέρω εμβάθυνση; Παράδειγμα ένα σενάριο βασισμένο στο ερώτημα αν οι μεσοκάθετοι των πλευρών ενός τριγώνου περνούν ή όχι από το ίδιο σημείο θα μπορούσε να έχει ως επεκτάσεις τις περιπτώσεις όπου το σημείο τομής πέφτει μέσα στο τρίγωνο ή πάνω σε μια από τις πλευρές του ή μια επέκταση προς τον περιγεγραμμένο κύκλο.

**Πρόβλεψη δυσκολιών.** Το σενάριο θα πρέπει να ενσωματώνει τις «συνήθειες», συστηματικές δυσκολίες των μαθητών. Για παράδειγμα, οι περισσότεροι μαθητές κάνουν το λάθος  $(A+B)^2=A^2+B^2$  και “ξεχνούν” το διπλάσιο γινόμενο. Αυτό (μάλλον) οφείλεται στο γεγονός ότι πολλές μαθηματικές ιδιότητες είναι του τύπου  $F(A*B)=F(A)*F(B)$  δηλαδή ισχύει μια “γραμμικότητα”. Ανάλογο λάθος κάνουν οι μαθητές και με τις απόλυτες τιμές ή με τη ρίζα του αθροίσματος. Οι εκπαιδευτικοί λοιπόν, πρέπει να γνωρίζουν και να επισημαίνουν τα «συνήθη» εμπόδια που συναντούν οι μαθητές και τα συστηματικά λάθη τους, τα οποία και να συμπεριλαμβάνουν στην περιγραφή διδακτικών σεναρίων.

**Γιατί να χρησιμοποιηθεί ο υπολογιστής;** Το καινοτόμο περιβάλλον δεν αποτελεί από μόνο του λόγο για να υλοποιηθεί μια διδακτική δραστηριότητα με τη χρήση τεχνολογίας. Οι επιλογές θα πρέπει να αξιολογούνται όχι με βάση τον καινοτόμο χαρακτήρα τους, αλλά την εκτιμώμενη διδακτική τους αποτελεσματικότητα. Πρέπει λοιπόν η απόφαση αυτή να δικαιολογείται από το γεγονός ότι η χρήση της τεχνολογίας θα επιτρέψει την υλοποίηση επιθυμητών ενεργειών που δεν θα μπορούσαν να υλοποιηθούν στο παραδοσιακό περιβάλλον. Πρέπει να καθίσταται φανερό η συμβολή της τεχνολογίας στην επίτευξη συγκεκριμένων διδακτικών στόχων. Στο παράδειγμα των μεσοκαθέτων που προαναφέρθηκε, ως συμβολή του υπολογιστή θα μπορούσε να αναφερθεί η γρήγορη κατασκευή τριγώνων, η χωρίς λάθη χάραξη των μεσοκαθέτων, η δυνατότητα δυναμικής μεταχείρισης του σχήματος. Στο «κυνήγι» της τετραγωνικής ρίζας η δυνατότητα υλοποίησης μακροσκελών υπολογισμών με όση προσέγγιση θέλουμε. Ταυτόχρονα αξιολογώντας τις διδακτικές προθέσεις και τις δυνατότητες ενός λογισμικού το σενάριο πρέπει να λαμβάνει υπόψη του θέματα όπως: Χρησιμοποιούνται περισσότερα από ένα λογισμικά ή το ίδιο λογισμικό με πολλούς τρόπους (Dagdilelis & Papadopoulos, 2004); Χρησιμοποιείται το Διαδίκτυο; Ποιοι λόγοι υπαγορεύουν τη χρήση καθενός λογισμικού;

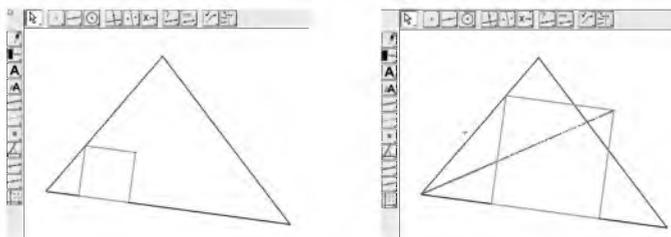
**Διδακτικά «κέρδη» και «ζημιές» - Κριτική Ανάλυση των χρησιμοποιούμενων ΤΠΕ.** Το σενάριο θα πρέπει να αναδεικνύει την ορθολογική χρήση των ΤΠΕ μέσα από το προσδοκώμενο «διδακτικό κέρδος». Προσδοκάται η συμβολή στο γνωστικό επίπεδο ή ανάπτυξη μιας συγκεκριμένης δεξιότητας; Μήπως η χρήση λογισμικού μπορεί – ανάλογα με την περίπτωση – να δημιουργεί πρόσθετα προβλήματα; Απαιτείται πχ ένα χρονικό διάστημα για την εξοικείωση των μαθητών με ένα νέο περιβάλλον εργασίας και ενδεχομένως απαιτούνται πόροι και υποδομή που δεν είναι διαθέσιμοι (όπως π.χ. ένας βιντεοπρωτζέκτορας ή ένας Η/Υ ανά μαθητή, πρόσβαση στο Διαδίκτυο στο σπίτι). Ταυτόχρονα, πιθανόν να επέλθει ένας περιορισμός στην εικόνα που έχουν οι μαθητές για τη συγκεκριμένη έννοια. Μήπως είναι πρόωγη η εισαγωγή της αν δεν έχει εξασφαλιστεί άλλη σχετική γνώση ή δεξιότητες; Υπάρχει κίνδυνος να δημιουργηθεί παρανόηση για κάποιο θέμα στους μαθητές; Είναι ενδεχόμενη μια απώλεια σε θέματα δεξιοτήτων (πχ χρήση γεωμετρικών οργάνων ή ορθή επιτέλεση αριθμητικών πράξεων); Στο πρόβλημα των μεσοκαθέτων θα μπορούσαμε να προσδοκούμε ως διδακτικά κέρδη το γεγονός ότι ψάχνοντας να βρουν ένα τρίγωνο στο οποίο οι μεσοκάθετοι των πλευρών να μην περνούν από το ίδιο σημείο, οι μαθητές βλέπουν ένα φαινόμενο που επαναλαμβάνεται και εξηγούν το γιατί.

Επίσης η άμεση ανατροφοδότηση από τη διεπαφή αποτρέπει ή ενισχύει μια πορεία επίλυσης. Από την άλλη υπάρχει ένας περιορισμός. Πρέπει να εξασφαλιστεί η γνώση της κατασκευής της μεσοκαθέτου πριν τη χρήση του λογισμικού.

**Διδακτικός θόρυβος.** Ένα ακόμη ζητούμενο είναι η μείωση ή όχι του «*διδακτικού θορύβου*», όρος που αναφέρεται στις ανεπιθύμητες παράπλευρες δραστηριότητες (π.χ. οι υπερβολικά μακροσκελείς υπολογισμοί), που μπορούν εξ ολοκλήρου να επισκιάσουν τα πραγματικά αντικείμενα του μαθήματος. Οι έννοιες τις οποίες αντιμετωπίζουμε στη διδακτική διαδικασία, έχουν για τους μαθητές μια «*διπλή ζωή*», καθώς αρχικά αποτελούν *αντικείμενο μάθησης* (π.χ. οι μαθητές διδάσκονται την έννοια της μεσοκαθέτου, τι είναι, πώς φέρουμε μια μεσοκάθετο), ενώ αργότερα, δεν αποτελούν πια το αντικείμενο μάθησης, αλλά το μέσο προκειμένου να επιλυθούν πιο σύνθετα προβλήματα.. Ακόμη και ως μέσο όμως, η μεσοκάθετος δημιουργεί ανεπιθύμητο διδακτικό θόρυβο. Η τεχνολογία, μπορεί να συμβάλει προς την κατεύθυνση της μείωσης του διδακτικού θορύβου στη φάση αυτή.

**Χρήση εξωτερικών πηγών.** Είναι σημαντική παράμετρος το να γνωρίζει ο επιμορφωτής-εκπαιδευτικός από πού μπορεί να αντλήσει πρόσθετες πληροφορίες για την προς διδασκαλία έννοια (π.χ. από το Διαδίκτυο), πού θα βρει - ενδεχομένως - πρόσθετο διδακτικό υλικό, σημειώσεις, αναφορές από παρόμοιες διδασκαλίες (για παράδειγμα, πού θα ψάξει στο Διαδίκτυο;)

**Πολλαπλές αναπαραστάσεις – πολλαπλές προσεγγίσεις.** Πολύ συχνά οι έννοιες στα Μαθηματικά έχουν πολλαπλά πλαίσια εκφοράς: το Πυθαγόρειο θεώρημα έχει μια αλγεβρική και μια γεωμετρική πλευρά, η παράγωγος έχει και γεωμετρική ερμηνεία, οι συναρτήσεις έχουν αναλυτική έκφραση (όσες έχουν) και γραφική παράσταση. Το σενάριο λοιπόν πρέπει να λαμβάνει υπόψη του αυτή τη διάσταση. Από την άλλη σε πολλές περιπτώσεις υφίστανται πολλές προσεγγίσεις ενός προβλήματος, μέσα στο ίδιο πλαίσιο. Ας πάρουμε για παράδειγμα το γνωστό πρόβλημα που παραθέτει ο Polya (1973) της εγγραφής τετραγώνου σε δοθέν τρίγωνο με τις δυο κορυφές του στη βάση και τις άλλες δυο στις υπόλοιπες 2 πλευρές του τριγώνου. Το πρόβλημα θα μπορούσε να προσεγγιστεί τουλάχιστον κατά τρεις διαφορετικούς τρόπους. 1) εγγράφεται τετράγωνο με 3 κορυφές πάνω στις πλευρές (εκ των οποίων οι 2 στη βάση) και αναζητείται ο γεωμετρικός τόπος της τέταρτης (προσέγγιση με Cabri, χρήση σχεδίασης ίχνους, βλ. εικ. 2). 2) εγγράφεται ένα παραλληλόγραμμο και διερευνάται πότε γίνεται τετράγωνο. 3) το μήκος της πλευράς υπολογίζεται αλγεβρικά (χάρις στο Θεώρημα Θαλή και τα όμοια τρίγωνα).



Εικόνα 2

**Υποζείμενη θεωρία μάθησης.** Συνδέεται με τον τρόπο που θεμελιώνεται η οργάνωση του μαθήματος. Αν και συχνά τα σύγχρονα εκπαιδευτικά λογισμικά έχουν την αναφορά τους στον εποικοδομητισμό και τη διερευνητική μάθηση, εν τούτοις αυτή δεν είναι πάντοε η περίπτωση, ενώ ταυτόχρονα η σχεδίαση μιας συγκεκριμένης δραστηριότητας μπορεί να «παρακάμπτει» την αντίστοιχη με την οποία έχει κατασκευαστεί το λογισμικό. Μπορεί να είναι δραστηριότητα εκγύμνασης (drill and practice), ενταγμένη στο πλαίσιο της επίλυσης προβλήματος, καθοδηγούμενη από το δάσκαλο (πιο κοντά σε μια κατά Vygotski προσέγγιση). Πώς τεκμηριώνεται αυτό; Θεμελιώνει το σχεδιασμό σε κάποιες διδακτικές θεωρίες; Δίνει στο μαθητή τη δυνατότητα να εξερευνήσει, να ανταλλάξει απόψεις και να συνεργαστεί με τους συμμαθητές του; Ποιος είναι ο ρόλος του καθηγητή; Με ποιο τρόπο ο υποψήφιος τεκμηριώνει τις απόψεις αυτές;

**Επισήμανση μικρομεταβολών στην οργάνωση του μαθήματος και στο νόημα των εννοιών.** Τα σύγχρονα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα επιτρέπουν συχνά τις διαδικασίες επικύρωσης υποθέσεων «πειραματικού τύπου» μεταβάλλοντας ριζικά τις δυνατότητες του καθηγητή που μπορεί, π.χ. να ζητήσει από τους μαθητές να διαπιστώσουν αρχικά (με δοκιμές) και ύστερα (αν χρειάζεται) να αποδείξουν μια πρόταση. Επίσης οι αριθμοί του Excel δεν είναι ούτε άπειροι ούτε με άπειρα δεκαδικά ψηφία, οι ευθείες στα περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας δεν είναι απείρου μήκους ούτε και έχουν άπειρα σημεία (δεν έχουν καν σημεία, αλλά pixels, εικονοστοιχεία, που είναι ορατά αν μεγεθύνει κανείς το σχήμα). Εξάλλου, κάθε έννοια που διδάσκεται με τη βοήθεια του H.Y. είναι διαμεσολαβημένη από τη διεπαφή και δίνει στο χρήστη την αίσθηση ότι διαχειρίζεται άμεσα έναν μικρόκοσμο ενώ στην πραγματικότητα διαχειρίζεται κατά τρόπο έμμεσο μια συγκεκριμένη υλοποίηση προσομοίωσης ενός συστήματος (Papadopoulos & Dagdilelis, 2006). Οι μαθητές έχουν με μια πρώτη ματιά μπροστά τους στην οθόνη σχήματα με την ίδια ακριβώς εμφάνιση (τετράγωνα, τρίγωνα) που έχουν όμως εντελώς διαφορετική «συμπεριφορά» στο κάθε περιβάλλον. Έτσι, δίνεται έμφαση σε κάποιες όψεις της έννοιας, ενώ αποκρύπτονται ή υποβαθμίζονται άλλες.

**Διδακτικό συμβόλαιο** (Brousseau, 1997). Είναι το σύνολο των συμπεριφορών του διδάσκοντος που «αναμένονται» από το μαθητή και το αντίστοιχο σύνολο των συμπεριφορών του μαθητή που «αναμένονται» από το δάσκαλο. Το διδακτικό συμβόλαιο δεν είναι ρητά εκφρασμένο και γίνεται αντιληπτό κάθε φορά που, με κάποιο τρόπο, ανατρέπεται. Υπάρχει ενδεχόμενο λοιπόν, σε κάποιο σημείο της ροής της δραστηριότητας,, το διδακτικό συμβόλαιο να ανατραπεί. Αυτό πρέπει να επισημαίνεται ε ένα διδακτικό σενάριο. Στο πρόβλημα των μεσοκαθέτων, για παράδειγμα, η δυνατότητα από το μαθητή να φτάσει με «σύρσιμο» σε ένα πεπλατυσμένο τρίγωνο αποτελεί ανατροπή του συμβολαίου για το τι είναι τρίγωνο.

**Οργάνωση τάξης – εφικτότητα σχεδίασης.** Ο ρόλος εκπαιδευτικού είναι καθοριστικός στο σημείο αυτό. Ανάλογα με τις διδακτικές του προθέσεις καλείται να κάνει μια διαχείριση του αριθμού των μαθητών, των διαθέσιμων υπολογιστών, του τρόπου εργασίας (ατομικά – ομαδικά), του χρόνου (πόσες διδακτικές ώρες και με τι επιμέρους στόχους κάθε φορά). Το μάθημα είναι πραγματο-

ποιήσιμο ή ανέφικτο; Και κυρίως, η σχεδιάσή του, λαμβάνει υπόψη της τις πραγματικές συνθήκες διεξαγωγής του μαθήματος;

### ΑΝΤΙ ΓΙΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Ο πρακτικός οδηγός που παρουσιάζουμε δεν είναι πλήρης. Έχουν παραλειφθεί είτε τμήματα περίπου αυτονόητα, είτε τμήματά του τα οποία είναι σημαντικά, αλλά έχουν έναν ευρύτερο χαρακτήρα (όπως η διαθεματικότητα). Μια πλήρης παρουσίασή των στοιχείων αυτών, ξεπερνάει κατά πολύ την έκταση και τους στόχους της παρούσας.

Επίσης, ο οδηγός αυτός δεν έχει την έννοια του *αναγκαίου*: όσα περιγράφονται δηλαδή σε αυτόν, δεν είναι πάντοτε απολύτως αναγκαίο να περιληφθούν σε ένα σενάριο, καθώς είναι ενδεχόμενο ορισμένα από τα τμήματα του να μην είναι εφαρμόσιμα σε ένα σενάριο.

Είναι τέλος προφανές ότι στα διάφορα τμήματα του οδηγού υπάρχουν κάποιες επικαλύψεις. Τούτο είναι περίπου αναμενόμενο, αν ληφθεί υπόψη ο αναγκαστικά ασαφής προσδιορισμός των διαφόρων κριτηρίων και τμημάτων του οδηγού.

Στη διάρκεια της ανάλυσης του οδηγού και της χρήσης του σε επιμορφωτικά σεμινάρια, διαπιστώσαμε ότι στην πραγματικότητα, ο οδηγός αυτός δεν ισχύει μόνο για τη δημιουργία διδακτικών σεναρίων για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, αλλά μπορεί στο μεγαλύτερο μέρος του να αποτελέσει έναν οδηγό για επιμορφωτικά σεμινάρια – μπορεί δηλαδή να χρησιμοποιηθεί από έναν επιμορφωτή ο οποίος θα επιμορφώσει εκπαιδευτικούς στη χρήση των ΤΠΕ στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Η διαπίστωση αυτή αποτελεί ένα είδος κινήτρου για μας, προκειμένου να επεκτείνουμε το αντικείμενο της έρευνάς μας

### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in Mathematics*, Kluwer Academic Publishers.
- Dagdilelis, V. & Papadopoulos, I. (2004). An Open Problem in the Use of Software for Educational Purposes, in E. McKay (Ed.), *Proceedings of International Conference on Computers in Education '2004*, 919-924, RMIT University, Australia.
- Papadopoulos, I. & Dagdilelis, V. (2006). The Theory of Transactional Distance as a framework for the analysis of computer aided teaching of geometry, *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13 (4), 175-182.
- Polya, G. (1973). *How to solve it*, Princeton: Princeton University Press.
- Κολέζα, Ε. (2000). *Γνωσιολογική και Διδακτική Προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών*, Εκδ. Ελληνικά Γράμματα.
- Κυνηγός, Χ. (2007) *Το μάθημα της διερεύνησης. Παιδαγωγική αξιοποίηση της Σύγχρονης Τεχνολογίας για τη διδακτική των Μαθηματικών: Από την έρευνα στη σχολική τάξη*. Εκδ. Ελληνικά Γράμματα.