

## Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2008)

6ο Συνέδριο ΕΤΠΕ «Οι ΤΠΕ στην Εκπαίδευση»



**Ανάπτυξη Συνδυαστικής Σκέψης Νηπίων με τη Βοήθεια ΤΠΕ: Παραγωγή Συνδυασμών με Επανατοποθέτηση**

*Γιώργος Φεσάκης, Σονια Καφούση*

### Βιβλιογραφική αναφορά:

Φεσάκης Γ., & Καφούση Σ. (2026). Ανάπτυξη Συνδυαστικής Σκέψης Νηπίων με τη Βοήθεια ΤΠΕ: Παραγωγή Συνδυασμών με Επανατοποθέτηση. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, 1, 129–136. ανακτήθηκε από <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/9553>

# Ανάπτυξη Συνδυαστικής Σκέψης Νηπίων με τη Βοήθεια ΤΠΕ: Παραγωγή Συνδυασμών με Επανατοποθέτηση

Γιώργος Φεσάκης, Σόνια Καφούση

Πανεπιστήμιο Αιγαίου

gfsakis@rhodes.aegean.gr, kafoussi@rhodes.aegean.gr

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η εισήγηση αφορά σε μία πιλοτική έρευνα για την ανάπτυξη της συνδυαστικής σκέψης των παιδιών προσχολικής ηλικίας με τη βοήθεια ειδικά σχεδιασμένων λογισμικών περιβαλλόντων μάθησης. Ειδικότερα περιγράφεται μια πιλοτική μελέτη περίπτωσης παραγωγής συνδυασμών με επανατοποθέτηση από νήπια με τη χρήση μικρόκοσμων. Σκοπός της έρευνας είναι η επικύρωση και βελτίωση των προτεινόμενων μικρόκοσμων, η ανάλυση της επίδρασης της αναδοστικής πληροφορίας στα παιδιά και η καταγραφή των δυνατοτήτων και στρατηγιών των παιδιών στην παραγωγή συνδυασμών.

**ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:** Μικρόκοσμος, Συνδυαστική, Διδακτική Μαθηματικών, Νηπιαγωγείο

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα τελευταία χρόνια η ανάπτυξη της συνδυαστικής σκέψης των μαθητών στην πρώτη σχολική ηλικία έχει αρχίσει να απασχολεί τους ερευνητές της μαθηματικής εκπαίδευσης. Όπως έχει επισημανθεί, οι βασικές αρχές της συνδυαστικής υποστηρίζουν αρκετές περιοχές των σχολικών μαθηματικών όπως η αρίθμηση, οι υπολογισμοί και οι πιθανότητες (English, 1991; Batanero et al., 1997). Επιπλέον η συνδυαστική αποτελεί βασικό στοιχείο και για διάφορα άλλα αντικείμενα του προγράμματος σπουδών όπως η Πληροφορική για την προσέγγιση της οποίας τα διακριτά μαθηματικά θεωρούνται σήμερα κλειδί (Marion & Baldwin, 2007). Συνεπώς η συνδυαστική αποτελεί επένδυση στην μαθηματική και τεχνολογική εκπαίδευση ταυτόχρονα. Η επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής μπορεί να καλλιεργήσει ανεξάρτητη σκέψη, να ενθαρρύνει την ευελιξία, την εστίαση στη δομή, το διαμοιρασμό προβλημάτων κ.α. (Sriraman & English, 2004; English, 2005). Σύμφωνα με τα Standards του NCTM (2000), τα παιδιά στις μικρές ηλικίες μπορούν να ασχοληθούν με απλά συνδυαστικά προβλήματα, με τη βοήθεια πινάκων, διαγραμμάτων, κατασκευής μιας λίστας κλπ.

Παρά την εκπαιδευτική της αξία και την επιστημονική της σημασία η συνδυαστική έχει γνωρίσει περιορισμένη μελέτη από πλευράς εκπαιδευτικής έρευνας, ενώ ταυτόχρονα δυσανάλογη είναι και η σημασία που της αποδίδεται στα προγράμματα σπουδών των πρώτων βαθμίδων της εκπαίδευσης. Επιπλέον, δεν είναι γνωστές στους συγγραφείς έρευνες που αφορούν στην αξιοποίηση των ΤΠΕ για τη μάθηση του συγκεκριμένου θέματος σε παιδιά προσχολικής ηλικίας.

Σκοπός της παρούσας έρευνας είναι η πιλοτική μελέτη της ανάπτυξης της συνδυαστικής σκέψης των παιδιών της προσχολικής ηλικίας με τη βοήθεια των ΤΠΕ. Η πιλοτική έρευνα αποτελεί μέρος ενός ευρύτερου ερευνητικού προγράμματος, μέρος του οποίου υλοποιείται στα πλαίσια του έργου «Ο ψηφιακός κόσμος της προσχολικής εκπαίδευσης» της κοινοτικής πρωτοβουλίας INTER-REG III, Ελλάδα-Κύπρος 2006. Ειδικότερα η εργασία εστιάζει στη μελέτη της διάδρασης παιδιών του νηπιαγωγείου με δύο ελάχιστα διαφορετικούς λογισμικούς μικρόκοσμους με σκοπό να βρίσκουν όλους τους δυνατούς συνδυασμούς με επανατοποθέτηση.

### ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Οι έρευνες των τελευταίων χρόνων έχουν αναθεωρήσει τις απόψεις που είχαν εκφραστεί από τον Piaget και τους συνεργάτες του (Inhelder & Piaget, 1958) σχετικά με την ανάπτυξη της συνδυαστικής σκέψης του παιδιού. Σύμφωνα με την Πιαζετική παράδοση, τα παιδιά ακόμα και στην ηλικία των 7-8 ετών δεν έχουν την ικανότητα να επινοήσουν μια συστηματική στρατηγική για να παράγουν όλους τους δυνατούς συνδυασμούς, ιδιαίτερα σε συνδυαστικά προβλήματα των  $2 \times 2$  ή  $3 \times 3$ . Ωστόσο, σύγχρονα ερευνητικά αποτελέσματα δείχνουν ότι μέσα από κατάλληλα πλαίσια δραστηριοτήτων, κοντά στον εμπειρικό κόσμο των παιδιών της προσχολικής ηλικίας, και αξιοποιώντας τις άτυπες γνώσεις τους, τα νήπια μπορούν να ανταποκριθούν θετικά σε συνδυαστικά προβλήματα.

Προς την κατεύθυνση αυτή σε έρευνα της English (1991) μελετήθηκαν οι στρατηγικές των παιδιών ηλικίας 4-9 ετών σε συνδυαστικά προβλήματα (συνδυασμοί δύο στοιχείων με επανατοποθέτηση που επιλέγονται από σύνολα διακριτών αντικειμένων). Στην έρευνα καταγράφονται έξι στρατηγικές αυξανόμενης αποτελεσματικότητας με βάση τις μεθόδους επιλογής και συνδυασμού των στοιχείων από τα παιδιά. Στα επόμενα περιγράφουμε συνοπτικά τις στρατηγικές αυτές:

**Στρατηγική Α.** Τυχαία επιλογή στοιχείων χωρίς απόρριψη των επαναλήψεων των ίδιων συνδυασμών. **Στρατηγική Β.** Διαδικασία δοκιμής και πλάνης με τυχαία επιλογή στοιχείων και απόρριψη επαναλήψεων των ίδιων συνδυασμών. Η ακαταλληλότητα καθορίζεται από τη σύγκριση του νέου συνδυασμού με τους ήδη υπάρχοντες ώστε να εξασφαλιστεί ότι δεν αποτελεί επανάληψη. **Στρατηγική C.** Αναδυόμενο πρότυπο στην επιλογή αντικειμένων με την απόρριψη των επαναλήψεων των ίδιων συνδυασμών. Τα παιδιά μπορεί να επιλέγουν συστηματικά το ένα μόνο στοιχείο από τα δύο ή να οπισθοδρομούν στο προηγούμενο στάδιο εμφανίζοντας ασάφεια στην εφαρμογή του προτύπου. **Στρατηγική D.** Συνεπές και κυκλικό πρότυπο στην επιλογή αντικειμένων με απόρριψη επαναλήψεων των ίδιων συνδυασμών. Για παράδειγμα, τα παιδιά επιλέγουν το ένα στοιχείο και συμπληρώνουν όλους τους δυνατούς συνδυασμούς με αυτό. **Στρατηγική E.** Ανάδυση του προτύπου «οδόμετρο» στην επιλογή στοιχείων με πιθανή απόρριψη επαναλήψεων των ίδιων συνδυασμών. Στη στρατηγική αυτή έχουμε την εμφάνιση ενός συστηματικού προτύπου όπως αυτό των μετρητών που ονομάζεται «οδόμετρο». Ωστόσο, πολλές φορές στην αρχική εμφάνιση αυτής της στρατηγικής τα παιδιά κάνουν λάθη, όπως 1) να παράγουν

επαναλήψεις τις οποίες να απορρίπτουν, 2) να παραλείπουν κάποιους συνδυασμούς και 3) να αδυνατούν να προσδιορίσουν το τέλος της διαδικασίας. **Στρατηγική**, Πλήρες πρότυπο «οδόμετρο» στην επιλογή στοιχείων χωρίς παραγωγή επαναλήψεων των ίδιων συνδυασμών.

Όσο αφορά στις στρατηγικές των παιδιών σε σχέση με την ηλικία τους η έρευνα έδειξε ότι τα παιδιά 4, 5 και 6 ετών χρησιμοποιούν κυρίως τις στρατηγικές Α, Β και C, ενώ τα μεγαλύτερα τις D-F. Οι δυσκολίες των παιδιών της προσχολικής ηλικίας στην παραγωγή συνδυασμών φαίνεται να είναι η επανάληψη ενός συνδυασμού πολλές φορές και η μη εύρεση όλων των δυνατών συνδυασμών, λόγω έλλειψης μιας συστηματικής στρατηγικής. Επίσης, άλλες έρευνες έχουν δείξει ότι ο τύπος του προβλήματος, το μέγεθος των αριθμών και το είδος του υλικού που χρησιμοποιείται επηρεάζει τις λύσεις των παιδιών σε συνδυαστικά προβλήματα (βλ. Batanero et al., 1997).

### **Μελέτη παραγωγής συνδυασμών και μικρόκοσμοι**

Διάφοροι ερευνητές έχουν εργασθεί στο σχεδιασμό μικρόκοσμων (Papert, 1991) για τη βελτίωση της μαθηματικής εκπαίδευσης (Stohl & Tarz 2002; Edwards, 1995; Hoyles et al, 2002) και έχουν δείξει ότι η ενασχόληση του μαθητή με το μικρόκοσμο αποτελεί σημαντική πηγή διαγνωστικής πληροφορίας για τον ερευνητή και τον εκπαιδευτικό (Noss, R. & Hoyles, C., 1996). Ο σχεδιασμός ειδικών μικρόκοσμων για την παραγωγή συνδυασμών από παιδιά προσχολικής ηλικίας έχει προφανώς ερευνητικό και εκπαιδευτικό ενδιαφέρον. Συνδυάζοντας την επισκόπηση των ερευνών για την παραγωγή συνδυασμών από τα παιδιά με τη χρήση των μικρόκοσμων στη μαθηματική εκπαίδευση διατυπώνονται τα επόμενα τα ερευνητικά ερωτήματα που μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία:

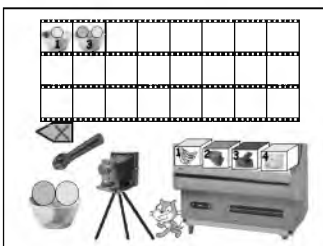
1. Μπορούν τα παιδιά της νηπιακής ηλικίας να παράγουν συνδυασμούς με τη χρήση των μικρόκοσμων; Αν ναι σε ποιο βαθμό και με ποιες στρατηγικές;
2. Τι επίδραση έχει στις στρατηγικές των παιδιών η παροχή αναδραστηρικής πληροφορίας; Πιο συγκεκριμένα: **2.1** Η συζήτηση με τα νήπια των πιθανών λαθών που μπορεί να γίνουν σε ένα πρόβλημα συνδυασμών με επανατοποθέτηση βοηθά στην ανάπτυξη της σκέψης τους; **2.2** Ο εντοπισμός των λαθών από το περιβάλλον του μικρόκοσμου βοηθά τα νήπια;

## **ΕΡΕΥΝΑ**

### **Περιγραφή των μικρόκοσμων της έρευνας**

Για τις ανάγκες της έρευνας σχεδιάστηκαν σε περιβάλλον scratch δύο παρόμοιοι μικρόκοσμοι η διεπαφή χρήστη των οποίων εμφανίζεται στην εικόνα 1. Μια εκδοχή του μικρόκοσμου είναι διαθέσιμη στη διεύθυνση: <http://scratch.mit.edu/projects/gfesakis/72067>. Ο χρήστης με τη βοήθεια των μικρόκοσμων μπορεί να ορίζει παγωτά με μία ή δύο μπάλες επιλέγοντας από τέσσερις γεύσεις και να κρατά φωτογραφίες με τις τιμές τους. Η διαφορά των μικρόκοσμων έγκειται στην παρεχόμενη πληροφορία ανάδρασης. Στον πρώτο μικρόκοσμο (**μΚ1**) δεν δίνεται καμιά πληροφορία στο χρήστη η οποία να μπορεί να αξιοποιηθεί για την επίλυση του προβλήματος. Αντίθετα στο δεύτερο μικρόκοσμο (**μΚ2**) δεν επιτρέπεται η παραγωγή διπλοεγγραφών (δύο ίδιες φωτογραφίες), ενώ όταν ο χρήστης παράγει αναδιάταξη παγωτού που έχει ορισθεί πριν, ενημερώνεται με

ηχητικό και οπτικό εφέ π.χ. όταν εισάγει το παγωτό (B,Σ) ενώ έχει ήδη ορίσει το (Σ,B).



*Εικόνα 1: Η διεπαφή χρήστη των μικρόκοσμων μK1 & μK2*

### Μέθοδος

Για τις ανάγκες της πιλοτικής έρευνας υιοθετήθηκε η ερμηγνευτική προσέγγιση της εκπαιδευτικής έρευνας και η μεθοδολογία της μελέτης περίπτωσης (Cohen et al., 2000). Με την ποιοτική αυτή μέθοδο προσπαθούμε να παρατηρήσουμε και να αναλύσουμε κριτικά την παραγωγή των συνδυασμών από τα νήπια με τη βοήθεια των μικρόκοσμων, τη διάδραση των νηπίων μεταξύ τους και με τον υπολογιστή και την επίδραση της παρεχόμενης ανάδρασης από τους μικρόκοσμους στη σκέψη τους ώστε να καταστήσουμε την κατάσταση καλύτερα κατανοητή.

### Συμμετέχοντες και διαδικασία συλλογής δεδομένων

Στην έρευνα έλαβαν μέρος οκτώ παιδιά του 1ου πειραματικού Νηπιαγωγείου της Ρόδου που εργάστηκαν σε τέσσερις δυάδες (O1-O4) ως εξής: **O1.** Ερωφίλη (05:10) & Φωτεινή (06:01), **O2.** Μαρία (06:01) & Στεργία (05:03), **O3.** Ειρήνη (06:00) & Μιχάλης (05:02) και **O4.** Ζέτα (05:01) & Χάρης (05:03). [Στις παρενθέσεις σημειώνονται οι ηλικίες των παιδιών σε έτη:μήνες]. Για τη συλλογή των δεδομένων χρησιμοποιήθηκε κατάλληλο λογισμικό ταυτόχρονης καταγραφής της οθόνης, της κάμερας και του μικροφώνου του ΗΥ. Τα παιδιά εργάστηκαν σε δυάδες στο γραφείο του νηπιαγωγείου όπου είχε εγκατασταθεί ο ΗΥ του πειράματος. Οι ομάδες O1 και O3 εργάστηκαν με τον μK1, ενώ οι O2 και O4 με τον μK2.

Για τη διευκόλυνση της εμπλοκής των παιδιών και την παροχή ενός πλαισίου στο οποίο η ενασχόλησή τους με τους μικρόκοσμους θα αποκτούσε τη μορφή ενός αυθεντικού προβλήματος που να έχει νόημα για τα παιδιά σχεδιάστηκε ένα σενάριο-υπόθεση εργασίας. Η αφήγηση του σεναρίου έγινε από τους ερευνητές με τη βοήθεια μιας ηλεκτρονικής παρουσίασης. Βασικός ήρωας του σεναρίου είναι ο κος Νικόλας, ιδιοκτήτης ενός παγωτατζίδικου. Ο κος Νικόλας εξηγεί στα παιδιά ότι το παγωτατζίδικο προσφέρει δύο γεύσεις παγωτό (μπανάνα και φράουλα) σε κύπελο με μία ή δύο μπάλες. Ο κος Νικόλας δείχνει τον τιμοκατάλογο του στα παιδιά ώστε να γίνει αντιληπτή η δομή και η λειτουργία του. Κατόπιν ο ήρωας αναφέρει ότι έχει φέρει σοκολάτα και βανίλια αλλά δυσκολεύεται να φτιάξει τον τιμοκατάλογο παρά τη χρήση του ειδικού προγράμματος ΗΥ. Δείχνει στα παιδιά ένα τιμοκατάλογο (Εικόνα 2) που προσπά-

θησε να φτιάξει ο οποίος όμως έχει λάθη (επαναλήψεις, παραλείψεις, εμφάνιση αναδιατάξεων). Ζητά από τα παιδιά να προσέξουν τον τιμοκατάλογο και να βρουν λάθη. Κατόπιν, δείχνει παραδείγματα λαθών όλων των ειδών και τους ζητά να τον βοηθήσουν να φτιάξει τον κατάλογο με τη βοήθεια του ΗΥ. Τέλος, γίνεται παρουσίαση του μικρόκοσμου και τα παιδιά αναλαμβάνουν να φτιάξουν τον τιμοκατάλογο.



Εικόνα 2: Ο λανθασμένος τιμοκατάλογος

## ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Η εργασία των παιδιών μπορεί να χωρισθεί σε τέσσερις φάσεις. Η πρώτη φάση αφορά στην παρουσίαση της υπόθεσης εργασίας, η δεύτερη φάση αφορά στην εξοικείωση με το μικρόκοσμο και η τρίτη και η τέταρτη φάση στην παραγωγή των συνδυασμών των τριών και τεσσάρων γεύσεων αντίστοιχα.

### Φάση 1η. Παρακολούθηση της υπόθεσης εργασίας

Σκοπός στη φάση αυτή είναι να κατανοήσουν τα παιδιά το πρόβλημα και να αντιληφθούν τους περιορισμούς των τιμοκαταλόγων μέσα από τα λάθη: επανάληψη, παράλειψη και εμφάνιση των αναδιατάξεων ενός συνδυασμού. Τα παιδιά έδειξαν να καταλαβαίνουν τα παραπάνω σφάλματα έστω και μετά από υπόδειξη. Η κατανόηση του προβλήματος και η προθυμία να το λύσουν δείχνει ότι αποτελεί αυθεντική πρόκληση.

### Φάση 2η. Εξοικείωση με το μικρόκοσμο

Στη δεύτερη φάση επιδεικνύουμε το μικρόκοσμο στα παιδιά. Η επιτυχής χρήση των μΚ δείχνει ότι τα παιδιά κατανόησαν τη λειτουργία του περιβάλλοντος και την ερμηνεία της πληροφορίας ανάδρασης. Τα παιδιά παρουσίασαν διάφορες δυσκολίες στη χρήση της διεπαφής χρήστη όπως στην επιλογή γεύσης, στο γέμισμα και το άδειασμα του κυπέλου και την αντιμετώπιση ενός σφάλματος στον μΚ2 εξαιτίας του οποίου σε κάποιο καρέ δεν εμφανιζόταν η φωτογραφία. Οι δυσκολίες αμβλύθηκαν με τη χρήση και δεν εμπόδισαν τα παιδιά να ολοκληρώσουν την εργασία τους. Οι μελλοντικές εκδόσεις των μικρόκοσμων θα λάβουν υπόψη τα προβλήματα των παιδιών.

### Φάσεις 3η και 4η. Παραγωγή συνδυασμών τριών και τεσσάρων γεύσεων

#### Α. μΚ1 συνδυασμοί χωρίς πληροφορία ανάδρασης (Ομάδες Ο1 & Ο3)

**1<sup>η</sup> ομάδα (Ο1):** Οι παρακάτω εικόνες (Εικόνα 3) δείχνουν τους τιμοκαταλόγους που κατασκεύασε η Ο1 για τις 3 και 4 γεύσεις παγωτών. Και στις δύο περιπτώσεις, η Ο1 προκειμένου να βρει τους συνδυασμούς των 3 γεύσεων ανά 2 και των 4 γεύσεων ανά 2, προσπάθησε να βρει πρώτα συνδυασμούς ανά 2 με διαφορετικές γεύσεις, στη συνέχεια όλους τους συνδυασμούς ανά 2 με την ίδια γεύση και τέλος με τη μία γεύση. Κατά τη διαδικασία εύρεσης των συνδυασμών με διαφορετικές γεύσεις δεν ακολούθησε κάποια συστηματική στρατηγική. Αυτό επιβεβαιώνεται από το γεγονός ότι δεν άφηναν κάποια γεύση παγωτού στο κύπελο, αλλά κάθε φορά το άδειαζαν όλο. Όταν οι γεύσεις ήταν 4 δυσκο-

λεύτηξαν περισσότερο να βρουν όλους τους συνδυασμούς ανά 2 με διαφορετικές γεύσεις και γι αυτό ξαναπροσπάθησαν στο τέλος. Κατά τη διάρκεια κατασκευής του τιμοκαταλόγου εντόπιζαν αν είχαν βάλει ήδη τον προτεινόμενο συνδυασμό, άλλες φορές πριν (πρόβλεψη) και άλλες φορές μετά την κατασκευή ή του (παρέμβαση ερευνητή). Δεν ανέπτυξαν κάποιο κριτήριο αν πήραν όλους τους συνδυασμούς, παρά τις επαναλαμβανόμενες ερωτήσεις του ερευνητή.



Εικόνα 3: Τιμοκατάλογοι της O1 για 3 και 4 γεύσεις

**3<sup>η</sup> ομάδα (O3):** Οι παρακάτω εικόνες (Εικόνα 4) δείχνουν τους τιμοκαταλόγους που κατασκεύασε η O3 για τις 3 και 4 γεύσεις παγωτών. Και η O3 προκειμένου να βρει τους συνδυασμούς των 3 γεύσεων ανά 2 και των 4 γεύσεων ανά 2, προσπάθησε να βρει πρώτα συνδυασμούς ανά 2 με διαφορετικές γεύσεις, στη συνέχεια όλους τους συνδυασμούς ανά 2 με την ίδια γεύση και τέλος με τη μία γεύση. Στην περίπτωση των 4 γεύσεων ανά 2 η εύρεση των συνδυασμών ανάλογα με τις γεύσεις (διαφορετικές ή ίδιες, ανά 2 ή ανά 1) ήταν τυχαία. Κατά τη διάρκεια κατασκευής του τιμοκαταλόγου εντόπιζαν αν είχαν βάλει ήδη τον προτεινόμενο συνδυασμό πριν την κατασκευή του (πρόβλεψη). Δεν ανέπτυξαν κάποιο κριτήριο αν πήραν όλους τους συνδυασμούς.



Εικόνα 4: Τιμοκατάλογοι της O3 για 3 και 4 γεύσεις

### **B. μΚ2 συνδυασμοί με πληροφορία ανάδρασης (Ομάδες O2 & O4)**

**2<sup>η</sup> ομάδα (O2):** Οι παρακάτω εικόνες (Εικόνα 5) δείχνουν τους τιμοκαταλόγους που κατασκεύασε η O2 για τις 3 και 4 γεύσεις παγωτών. Η O2 προκειμένου να βρει τους συνδυασμούς των 3 γεύσεων ανά 2, προσπάθησε να βρει πρώτα συνδυασμούς ανά 2 με διαφορετικές γεύσεις. Στη συνέχεια βρήκε τους συνδυασμούς ανά 2 με την ίδια γεύση και ανά 1 ταυτόχρονα. Στην περίπτωση των 4 γεύσεων ανά 2 η εύρεση των συνδυασμών ανάλογα με τις γεύσεις (διαφορετικές ή ίδιες, ανά 2 ή ανά 1) ήταν τυχαία. Κατά τη διάρκεια της κατασκευής του τιμοκαταλόγου ο εντοπισμός του ίδιου προτεινόμενου συνδυασμού με βάση το μικρόκοσμο διευκόλυνε τα παιδιά, αν δεν το είχαν προβλέψει. Ωστόσο, η συνεργασία των παιδιών για την αποφυγή των επαναλήψεων περιορίσε την εμφάνιση της πληροφορίας ανάδρασης. Δεν ανέπτυξαν κάποιο κριτήριο αν πήραν όλους τους συνδυασμούς.



Εικόνα 5: Τιμοκατάλογοι της O2 για 3 και 4 γεύσεις

**4η ομάδα (O4):** Οι παρακάτω εικόνες δείχνουν τους τιμοκαταλόγους που κατασκεύασε η O4 για τις 3 και 4 γεύσεις παγωτών. Στην O4 η εύρεση των συνδυασμών των 3 γεύσεων ανά 2 ανάλογα με τις γεύσεις (διαφορετικές ή ίδιες, ανά 2 ή ανά 1) ήταν τυχαία. Στην περίπτωση των συνδυασμών των 3 γεύσεων τα παγωτά με μία γεύση βρέθηκαν μετά από παρέμβαση της νηπιαγωγού. Στην περίπτωση των συνδυασμών των 4 γεύσεων ανά 2, βρήκαν πρώτα τους συνδυασμούς των διαφορετικών γεύσεων ανά 2, ανά 2 με την ίδια γεύση και στη συνέχεια με μία γεύση. Στην περίπτωση της O4 για τις 3 γεύσεις ο μικρόκοσμος επισήμανε τρεις φορές την παραγωγή επανάληψης αναδιάταξης. Παρόλο που τα παιδιά αντιλήφθηκαν την επανάληψη και το πρόβλημα, δεν προχώρησαν σε διαγραφή όλων των επαναλήψεων. Έτσι στην λύση τους (εικόνα 6 – αριστερά) βρίσκουμε (Μ,Σ) και (Σ,Μ) καθώς και (Φ,Σ) με (Σ,Φ). Στην περίπτωση των τεσσάρων γεύσεων η O4 κάνει τα περισσότερα διπλά με αποτέλεσμα να ενεργοποιεί τον μηχανισμό ανάδρασης περισσότερο από κάθε άλλη. Αντίθετα με την περίπτωση των τριών γεύσεων που άφηναν τις επαναλήψεις στον τιμοκατάλογο, αυτή την φορά τις έσβησαν. Το γεγονός αυτό δείχνει ότι η χρήση της αναδραστικής πληροφορίας μπορεί να βοηθήσει σημαντικά.



Εικόνα 6: Τιμοκατάλογοι της O4 για 3 και 4 γεύσεις

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η πορεία των δραστηριοτήτων, το περιβάλλον του μικρόκοσμου, ιδιαίτερα στη δεύτερη εκδοχή του, και η συνεργασία μεταξύ των παιδιών διευκόλυνε στον εντοπισμό της επανάληψης του ίδιου συνδυασμού. Αυτό σημαίνει ότι τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας μπορούν να εξελίσσουν τις στρατηγικές τους από την πρώτη στη δεύτερη με βάση την έρευνα της English μέσα από το σχεδιασμό κατάλληλων περιβαλλόντων.

Το γεγονός ότι τις περισσότερες φορές τα παιδιά ξεκινούν από τους συνδυασμούς των διαφορετικών γεύσεων και συνεχίζουν με την επανάληψη της ίδιας γεύσης δύο φορές ίσως δείχνει ότι σε μία μελλοντική εξέλιξη της εμπλοκής τους σε συνδυαστικά προβλήματα πρώτα εξαντλούν το κάθε χρώμα με τα υπόλοιπα αλλά όχι με τον εαυτό του. Τα διπλά μπορούν να τα βρουν όλα μαζί στο τέλος. Η εύρεση των συνδυασμών των 4 ανά δύο δυσκόλεψε περισσότερο τα παιδιά του νηπιαγωγείου.

Η χρήση των συγκεκριμένων μικρόκοσμων επέτρεψε την υλοποίηση ενός πειράματος σκέψης (thought experiment) που παρέχει σημαντική διαγνωστική πληροφορία για την παραγωγή συνδυασμών από νήπια. Επιπλέον τα πειραματικά δεδομένα της O4 επιβεβαιώνουν την μαθησιακή αξία της παροχής αναδραστικής πληροφορίας κατάλληλα σχεδιασμένης ώστε να γίνεται αντιληπτή από τα παιδιά και να τους επιτρέπει αυτορύθμιση. Τα παιδιά είναι ικανά να συνεργαστούν και να χρησιμοποιήσουν αποτελεσματικά τους συγκεκριμένους μικρόκοσμους για την παραγωγή συνδυασμών παρά τις δυσκολίες που εντοπί-

στηκαν στη χρήση της διεπαφής τους. Μελλοντικά η πιλοτική αυτή έρευνα θα συνεχιστεί σε μεγαλύτερο δείγμα βελτιώνοντας τους μικρόκοσμους με βάση τα καταγεγραμμένα προβλήματα και υλοποιώντας επιπλέον δυνατότητες παροχής ανάδρασης όπως π.χ. α) την υπόδειξη του συνολικού πλήθους των αναμενόμενων συνδυασμών, β) την υπόδειξη μιας γεύσης που δεν έχει εξαντληθεί ο συνδυασμός της με άλλες.

### ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστούμε τα παιδιά που συμμετείχαν και τις νηπιαγωγούς Κλεάνθη Μιχαλάντου και Σέβα Μαντικού για τη βοήθεια τους.

### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Batanero, C., Goldino, J., & Navarro-Pelayo, V. (1997), Combinatorial Reasoning and its Assessment. In I. Gal & J.B. Garfield (Eds.), *The Assessment Challenge in Statistics Education* (pp. 239-252). IOS Press.
- Cohen, L. Manion, L., & Morrison, K. (2000), *Research Methods in Education* (5<sup>th</sup> ed.). London and New York: Routledge Falmer.
- Edwards, L. (1995), Microworlds as representations. In A. diSessa, C. Hoyles, R. Noss, & L. Edwards L. (Eds.), *Computers and exploratory learning* (pp. 127-154). Berlin: Springer-Verlag.
- English, L. D. (1991). Young children's combinatoric strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 22(5), 451-474.
- English, L. D. (2005). Combinatorics and the development of children's combinatorial reasoning. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 121-141). Springer Netherlands: Mathematics Education Library, V40.
- Hoyles, C., Noss, R., & Adamson, R. (2002). Rethinking the microworld idea. *Journal of Educational Computing Research*, 27(1-2), 29-53.
- Inhelder, B., & Piaget, J. (1958). *The Growth of Logical Thinking: From Childhood to Adolescence*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Marion, B., & Baldwin, D. (2007). SIGCSE Committee Report on the Implementation of a Discrete Mathematics Course, *Inroads – the SIGCSE Bulletin*, pp. 109-126, Available at <http://www.sigcse.org/DiscreteMathHome.shtml>.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996) *Windows on Mathematical Meanings: Learning Culture and Computers*. Dordrecht: Kluwer.
- Papert, S. (1991). *Νοητικές Θύελλες: Παιδιά, ηλεκτρονικοί υπολογιστές και δυναμικές ιδέες*. Αθήνα: Εκδόσεις Οδυσσέας (Ελληνική μετάφραση).
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *The Origin of the Idea of Chance in Children*. New York: W.W. Norton & Company.
- Sriraman, B., & English, L. D. (2004). Combinatorial Research into practice. *Mathematics Teacher*, 98(3), 182-191.
- Stohl, H., & Tarr, J. E. (2002), Developing notions of inference using probability simulation tools. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(3), 319-337.