ePublishing
ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗΣ
NATIONAL DOCUMENTATION CENTRE

Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2025)

14ο Συνέδριο ΕΤΠΕ «ΤΠΕ στην Εκπαίδευση»

Προς ένα Περιβάλλον Ενσώματης Μάθησης για τη Διδασκαλία της Γεωμετρίας

Ανδρέας Παπασαλούρος, Αντώνιος Κοντογιάννης

doi: 10.12681/cetpe.9371

Βιβλιογραφική αναφορά:

Παπασαλούρος Α., & Κοντογιάννης Α. (2026). Προς ένα Περιβάλλον Ενσώματης Μάθησης για τη Διδασκαλία της Γεωμετρίας. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, *1*, 1067–1077. https://doi.org/10.12681/cetpe.9371

https://epublishing.ekt.gr | **e-Εκδότης:** EKT | **Πρόσβαση:** 24/02/2026 04:27:15

Προς ένα Περιβάλλον Ενσώματης Μάθησης για τη Διδασκαλία της Γεωμετρίας

Ανδρέας Παπασαλούρος, Αντώνιος Κοντογιάννης
andpapas@aegean.gr, akontog@aegean.gr
Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Περίληψη

Παρουσιάζεται ένα τεχνολογικό περιβάλλον για την υποστήριξη εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων ενσώματης μάθησης το οποίο αξιοποιεί τις δυνατότητες των σύγχρονων τεχνολογιών Υπολογιστικής Όρασης και Τεχνητής Νοημοσύνης. Εκτίθενται οι θεωρητικές αρχές στις οποίες βασίστηκε η σχεδίαση του περιβάλλοντος και παρουσιάζεται μια αρχική, πιλοτική αξιολόγησή του με τη συμμετοχή μικρής ομάδας μαθητών. Παρά το γεγονός ότι το περιβάλλον βρίσκεται σε αρχική φάση της ανάπτυξής του, η αξιολόγηση έδειξε ότι το περιβάλλον μπορεί να υποστηρίξει ικανοποιητικά δραστηριότητες ενσώματης μάθησης στο αντικείμενο της Γεωμετρίας. Έχει σχεδιαστεί ως ένα επαναχρησιμοποιήσιμο πλαίσιο λογισμικού, ώστε να είναι δυνατή η εξειδίκευσή του σε διαφορετικές εφαρμογές στη Γεωμετρία αλλά και σε άλλα γνωστικά αντικείμενα.

Λέξεις κλειδιά: ενσώματη μάθηση, έξυπνη τάξη, μαθηματική εκπαίδευση, συνεργατική πλατφόρμα

Εισαγωγή

Οι θεωρίες της πραξιακής (enactive) και ενσώματης (embodied) νόησης (Varela et al., 1991· Τσακίρη, 2010), διευρύνουν την κονστρουκτιβιστική θεώρηση υποστηρίζοντας ότι η μάθηση δεν επιτυγχάνεται απλώς μέσω της παρατήρησης ή της μεταβίβασης γνώσης, αλλά αναδύεται μέσα από την ενεργητική εμπλοκή των συμμετεχόντων/ουσών. Οι θεωρίες αυτές υπογραμμίζουν τη σημασία της φυσικής εμβύθισης του μαθητή σε αυθεντικά περιβάλλοντα μάθησης και αναδεικνύουν τον κεντρικό ρόλο της ενσώματης δράσης, μέσω της οποίας ο μαθητής αντιλαμβάνεται και κατανοεί την πραγματικότητα μέσω της φυσικής κίνησης, των νευμάτων και της αλληλεπίδρασής του με τον φυσικό χώρο.

Ιδιαίτερα για το αντικείμενο των Μαθηματικών, είναι παραδεκτό ότι η μαθηματική νόηση έχει ενσώματο χαρακτήρα (Alibali & Nathan, 2012· Papert, 2020) και ακόμη και αφηρημένες μαθηματικές έννοιες εδράζονται στη βιωμένη εμπειρία της αλληλεπίδρασης του νοήμονος υποκειμένου με τον φυσικό χώρο (Lakoff & Nuñez, 2000).

Με βάση τα παραπάνω, τα τελευταία χρόνια υπάρχει έντονη ερευνητική δραστηριότητα στην κατεύθυνση της αξιοποίησης των αρχών της ενσώματης νόησης στα πεδία της STEM (Junus et al., 2024) και έχουν προταθεί συστηματικά πλαίσια και κατευθύνσεις για τον σχεδιασμό ενσώματων εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων (Abrahamson et al., 2020· Smith & Walkington, 2019).

Με βάση τη γνωστική προσέγγιση της ενσώματης νόησης, και σε αντιπαραβολή με την παραδοσιακή θεώρηση του απομακρυσμένου στοχασμού και της αποκοπής από την άμεση εμπειρία, νέες μεθοδολογίες συμμετοχικής δράσης έχουν προταθεί, οι οποίες αξιοποιούν σύγχρονες τεχνολογίες εντοπισμού και αναγνώρισης των συμμετεχόντων/συμμετεχουσών μέσα στον φυσικό χώρο (Colella, 2000· Resnick & Wilensky, 1997). Σε αυτές τις δραστηριότητες οι μαθητές/τριες δεν είναι απλοί παρατηρητές των φαινομένων, των συστημάτων και των δομών που μελετούν και προσπαθούν να κατανοήσουν, αλλά οι ίδιοι/ες

συμμετέχουν ενεργά αποτελώντας συστατικά μέρη των μελετούμενων δομών μέσα από δραστηριότητες παιχνιδιών ρόλων (participatory role-playing) ή προσομοιώσεων (participatory simulations), οι οποίες αξιοποιούν κατάλληλες εκπαιδευτικές τεχνολογίες σε περιβάλλοντα "έξυπνης τάξης" (Lui & Slotta, 2013· Tissenbaum & Slotta, 2014). Τα περιβάλλοντα αυτά προάγουν τη συνεργατική οικοδόμηση γνώσης αξιοποιώντας ηλεκτρονικές συσκευές και συσκευές ανίχνευσης (αισθητήρων) σε συνδυασμό με τη χρήση και συστημάτων προβολής τοίχου μέσα σε μια κατάλληλα διαμορφωμένη σχολική αίθουσα.

Τα βασικά χαρακτηριστικά αυτών των περιβαλλόντων είναι η ενσώματη συμμετοχική δράση των μαθητών/τριών μέσα στην τάξη, μέσω της κίνησης μέσα στον φυσικό χώρο αντί της στατικής παρουσίας μπροστά από την οθόνη ενός υπολογιστή, καθώς και η αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών/τριών μέσω της διά ζώσης επικοινωνίας αλλά και μέσω των ψηφιακών συσκευών και οθονών.

Ενσώματη μάθηση, τεχνολογίες ανίχνευσης και σχετικά περιβάλλοντα

Τα σύγχρονα περιβάλλοντα ενσώματης μάθησης ενσωματώνουν ψηφιακές τεχνολογίες όπως η εικονική/επαυξημένη πραγματικότητα, οι απτικές διεπαφές και η ανίχνευση και ανάλυση της κίνησης σε πραγματικό χρόνο, καθώς και η παροχή ανατροφοδότησης προς τους συμμετέχοντες μέσω Τεχνητής Νοημοσύνης και σχετικών τεχνολογιών (Abrahamson et al., 2023). Κατά την εκτέλεση δραστηριοτήτων ενσώματης μάθησης, οι χειρονομίες και οι κινήσεις των μαθητών/τριών ανιχνεύονται σε πραγματικό χρόνο ώστε το μαθησιακό περιβάλλον να παρέχει κατάλληλη οπτική ανατροφοδότηση. Η χρήση αυτών των τεχνολογιών προσδίδει αμεσότητα στην εμπειρία της αλληλεπίδρασης των συμμετεχόντων με το μαθησιακό περιβάλλον. Στην περίπτωση της ενσώματης μάθησης για τα Μαθηματικά, οι τεχνολογίες ανίχνευσης και απεικόνισης προσδίδουν μαθηματικό νόημα στις κινήσεις και τις χειρονομίες των μαθητών (Smith & Walkington, 2019).

Ένας μεγάλος αριθμός περιβαλλόντων ενσώματης μάθησης έχουν αναπτυχθεί και αξιοποιηθεί για την κατανόηση μαθηματικών και επιστημονικών εννοιών (Abrahamson et al., 2020). Ενδεικτικά, το περιβάλλον SMALLab Learning (Birchfield et al., 2009) χρησιμοποιεί τεχνολογίες καταγραφής κίνησης, επιτρέποντας στους μαθητές να "κινούνται" μέσα σε γεωμετρικά σχήματα και να αλληλεπιδρούν με τρισδιάστατες προβολές. Στο περιβάλλον Mathematical Imagery Trainer (MIT) (Abrahamson et al., 2015) οι μαθητές χειρίζονται εικονικά αντικείμενα μέσω χειρονομιών, κρατώντας χειριστήριο Wii και λαμβάνοντας άμεση οπτική ανατροφοδότηση. Το Mathland (Khan et al., 2018) αποτελεί ένα περιβάλλον ενσώματης μάθησης, όπου οι χρήστες αλληλεπιδρούν με μαθηματικές έννοιες μέσω φυσικής κίνησης και χειρονομιών, αξιοποιώντας το Hololens. Παράλληλα, το Leap Motion Math (Naet al, 2025) παρέχει στους μαθητές τη δυνατότητα να αλληλεπιδρούν με γεωμετρικά σχήματα μέσω φυσικών κινήσεων των χεριών και των δακτύλων, χρησιμοποιώντας τον αισθητήρα Leap Motion για ακριβή ανίχνευση κινήσεων, σε συνδυασμό με τεχνολογίες υπολογιστικής όρασης και επαυξημένης πραγματικότητας (AR).

Πέρα από πλατφόρμες και συστήματα ανίχνευσης κίνησης όπως το Kinect και το Wii, έχουν χρησιμοποιηθεί και πιο εξειδικευμένες λύσεις όπως το Πολυμήχανον (Kynigos et al., 2010), που επιτρέπουν την ακριβή παρακολούθηση κινήσεων και την αντιστοίχισή τους με μαθηματικές έννοιες. Έρευνες (Abrahamson et al., 2023) έχουν δείξει ότι η καθοδηγούμενη σωματική αλληλεπίδραση μπορεί να οδηγήσει σε βαθύτερη κατανόηση αναλογιών, ενώ

περιβάλλοντα εικονικής πραγματικότητας (Kynigos et al. 2020) συνέβαλαν στη βελτίωση της αντίληψης της κίνησης. Επιπλέον, εφαρμογές (Kourakli et al., 2017) υποστήριξαν την εκπαίδευση μαθητών με ειδικές ανάγκες, ενισχύοντας τη συμμετοχή και την αυτοπεποίθησή τους. Συνολικά, οι αξιολογήσεις των παραπάνω περιβαλλόντων δείχνουν ότι η σωματική αλληλεπίδραση μπορεί να ενισχύσει την κατανόηση εννοιών, να αυξήσει το ενδιαφέρον και να υποστηρίξει συνεργατικές μορφές μάθησης. Σε αντίθεση με τα παραπάνω συστήματα, το προτεινόμενο περιβάλλον βασίζεται σε τεχνολογίες βαθιάς μάθησης και τη χρήση απλού εξοπλισμού. Η προσέγγιση αυτή καθιστά την εφαρμογή περισσότερο προσβάσιμη και ευκολότερη στην υλοποίηση σε σχολικές αίθουσες ενώ παρέχει ευελιξία για την υλοποίηση διαφορετικού τύπου δραστηριοτήτων σε ποικίλα γνωστικά αντικείμενα.

Προτεινόμενο περιβάλλον για την ενσώματη μάθηση στα Μαθηματικά

Στο άρθρο αυτό παρουσιάζεται ένα περιβάλλον για την υποστήριξη δραστηριοτήτων ενσώματης μάθησης το οποίο στοχεύει στο γνωστικό αντικείμενο της Γεωμετρίας και αξιοποιεί τεχνολογίες ανίχνευσης της θέσης των συμμετεχόντων μαθητών στον φυσικό χώρο. Η διδασκαλία της Γεωμετρίας παρουσιάζει προβλήματα, καθώς πολλές φορές το μάθημα αντιμετωπίζεται από τους μαθητές ως δύσκολο και απαιτητικό. Αναφορικά με τις τάξεις του Δημοτικού, έρευνες δείχνουν ότι παρόλο που οι μαθητές μπορούν σχετικά εύκολα να αναγνωρίζουν γεωμετρικά σχήματα, δυσκολεύονται στη μάθηση και την κατανόηση των ιδιοτήτων τους (Sarama & Clements, 2019). Το περιβάλλον στοχεύει να αποτελέσει πλατφόρμα έρευνας και πειραματισμού για τον σχεδιασμό συνεργατικών συμμετοχικών δραστηριοτήτων για τη Μαθηματική Εκπαίδευση με έμφαση στη Γεωμετρία.

Στο περιβάλλον, κάθε συμμετέχων/ουσα προσομοιώνει ένα γεωμετρικό αντικείμενο σε μια κατασκευή. Οι μετατοπίσεις του μαθητή/τριας στον φυσικό χώρο ερμηνεύονται από την πλατφόρμα σε μετατοπίσεις στον ιδεατό γεωμετρικό χώρο και απεικονίζονται στην οθόνη του διαδραστικού πίνακα της τάξης. Οι συμμετέχοντες/ουσες έχουν τη δυνατότητα να κινηθούν στον χώρο βλέποντας τον εαυτό τους και τους συμμαθητές τους μέσα από την κοινή οθόνη. Ακολουθώντας τη λογική των συμμετοχικών προσομοιώσεων, κάθε μαθητής παριστάνει ένα ορατό αντικείμενο στον ιδεατό χώρο (παιχνίδι ρόλων - role playing), το οποίο εμφανίζεται στο σύνολο των συμμετεχόντων μαθητών σε μια κοινή οθόνη προβολής στην τάξη και, προαιρετικά, στην οθόνη του κινητού των συμμετεχόντων. Καθώς μετακινείται ο/η μαθητής/μαθήτρια, μετακινείται και το σημείο το οποίο αυτός παριστάνει, και τα γεωμετρικά αντικείμενα που εξαρτώνται από αυτό, όπως συμβαίνει σε ένα περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας. Η σύνδεση μεταξύ σημείων για τον σχηματισμό γεωμετρικών σχημάτων (π.χ. ευθύγραμμα τμήματα, κύκλοι, κλπ.) γίνεται από τον εκπαιδευτικό ο οποίος χειρίζεται το περιβάλλον από τον υπολογιστή χωρίς να συμμετέχει ενεργά στη δραστηριότητα.

Ο σχεδιασμός του περιβάλλοντος προάγει την αίσθηση της παρουσίας και τη συνεργασία μεταξύ των συμμετεχόντων μαθητών. Ενώ η καθιερωμένη διδακτική πρακτική στα Μαθηματικά ενθαρρύνει την αντικειμενική και αφηρημένη σκέψη, τοποθετώντας τους μαθητές/τριες στη θέση του εξωτερικού παρατηρητή, η ενσώματη μάθηση ενισχύει την αίσθηση παρουσίας (Mikropoulos, 2006) και την οπτική πρώτου προσώπου (Smith, 2018). Έτσι, τοποθετεί τον/την μαθητή/ήτρια στο επίκεντρο της μαθησιακής διαδικασίας καλλιεργώντας την ενεργή συμμετοχή του/της ως υποκείμενο της εμπειρίας. Η συσχέτιση του σώματος των μαθητών/τριών με τα γεωμετρικά αντικείμενα που καλούνται να μελετήσουν

επιτρέπει την ταύτιση —ή τον συντονισμό (Papert, 2020— με τα αντικείμενα αυτά, καθώς οι μαθητές/τριες συμμετέχουν στον σχηματισμό και τον μετασχηματισμό των γεωμετρικών αντικειμένων και κατασκευών, παρατηρώντας τον εαυτό τους αλλά και τους υπόλοιπους συμμετέχοντες στην οθόνη, αλλά και στον φυσικό χώρο. Η εμβυθισμένη συμμετοχή και η θέαση πρώτου προσώπου (Κουτρομάνος, 2021) μπορεί να συμβάλει στην καλύτερη πρόσληψη της μαθηματικής πληροφορίας αλλά και στην ενίσχυση του ενδιαφέροντος των μαθητών/τριών (Smith, 2018).

Ο χειρισμός των γεωμετρικών αντικειμένων γίνεται με τη συνεργασία των συμμετεχόντων. Η συνεργασία βελτιώνει την κατανόηση στις δραστηριότητες ενσώματης μάθησης καθώς α) προάγει την επικοινωνία και τη συνεννόηση μεταξύ των συμμετεχόντων και β) συμβάλλει στη νοητική αποφόρτιση των συμμετεχόντων/ουσών, επιτρέποντάς τους να επικεντρώνονται σε συγκεκριμένα στοιχεία ενός σύνθετου μαθηματικού αντικειμένου (Smith & Walkington, 2019).

Δυνατότητες (affordances)

Με βάση την παιδαγωγική στόχευση αυτής της έρευνας, οι προσφερόμενες δυνατότητες (affordances) του προτεινόμενου περιβάλλοντος είναι:

- Ακριβής εντοπισμός της θέσης μεγάλου αριθμού συμμετεχόντων σε πραγματικό χρόνο.
- Καθορισμός της ταυτότητας κάθε συμμετέχοντος με βάση τα οπτικά χαρακτηριστικά του. Κάθε μαθητής ταυτοποιείται και παρακολουθείται σε όλη τη διάρκεια της αλληλεπίδρασης. Η θέση του μαθητή συνδέεται με την ταυτότητά του, ακόμη και μετά την απομάκρυνση και επανεμφάνισή του στη σκηνή της αλληλεπίδρασης. Αυτή η δυνατότητα είναι κρίσιμη ώστε κάθε συμμετέχων/ουσα να συνδέεται με ένα δεδομένο αντικείμενο, π.χ. ένα σημείο μιας κατασκευής, και να μπορεί να το ελέγχει.
- Προβολή σε πραγματικό χρόνο των θέσεων των μαθητών/τριών σε οθόνη ή προβολέα επιτρέποντας την κοινή κατανόηση/θέαση των θέσεων των μαθητών στον ιδεατό χώρο. Η εικόνα σχηματίζεται από τις θέσεις των συμμετεχόντων/ουσών με επιπλέον πληροφορία ανάλογα με τη δραστηριότητα.
- Δυνατότητα σχεδίασης γεωμετρικών αντικειμένων από τον εκπαιδευτικό/χειριστή του περιβάλλοντος, τα οποία πλαισιώνουν τις δραστηριότητες των μαθητών. Για παράδειγμα, σχεδιασμός μιας ευθείας για τον σχηματισμό συμμετρικών ως προς αυτή σχημάτων από τους συμμετέχοντες μαθητές.

Χρησιμοποιείται απλός εξοπλισμός με ευκολία στην εγκατάσταση ο οποίος είναι διαθέσιμος στα περισσότερα ελληνικά σχολεία: σύστημα προβολής/οθόνη, απλή κάμερα και υπολογιστής. Το περιβάλλον μπορεί να αξιοποιηθεί και σε άλλα γνωστικά αντικείμενα και δραστηριότητες, πέραν της Γεωμετρίας, όπου ενδιαφέρει η θέση πολλών μαθητών στον φυσικό χώρο και η αλληλεπίδραση μεταξύ τους.

Υλοποίηση

Για την ικανοποίηση των παραπάνω δυνατοτήτων χρησιμοποιήθηκε ένας μηχανισμός παρακολούθησης πολλαπλών αντικειμένων (Multi-object tracking) ο οποίος βασίζεται σε τεχνολογίες βαθιάς μάθησης (Xu, 2023). Οι πρόσφατες εφαρμογές των σχετικών τεχνολογιών είναι πολλές, μεταξύ άλλων: στον αθλητισμό, στον έλεγχο της κυκλοφορίας οχημάτων, στη διαχείριση της αγροτικής παραγωγής, κ.ά.

Η προσέγγιση που ακολουθείται στη συγκεκριμένη εργασία βασίζεται στον εντοπισμό (detection) των αντικειμένων στον χώρο, δηλαδή στον προσδιορισμό της θέσης και του είδους (π.χ. άνθρωπος, μπάλα, τραπέζι, κλπ.) και στη συνέχεια της παρακολούθησης (tracking), δηλ. της συσχέτισης κάθε εντοπιζόμενου αντικειμένου με μια δεδομένη ταυτότητα, η οποία διατηρείται σε όλη τη διάρκεια της διαδικασίας (επαναταυτοποίηση). Για τον εντοπισμό (detection) χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος YOLO (Jocher, Chaurasia & Qiu, 2023). Για την παρακολούθηση (tracking) και επαναταυτοποίηση των μαθητών, μετά από συστηματική δοκιμή ενός συνόλου διαθέσιμων σύγχρονων αλγορίθμων, χρησιμοποιείται μια υλοποίηση του DeepSORT (Wojke et al., 2017). Το σχετικό λογισμικό αναπτύσσεται από τους συγγραφείς αυτού του άρθρου και είναι διαθέσιμο στη διεύθυνση https://github.com/akontog/strobe ως ελεύθερο/ανοιχτό λογισμικό. Έχει σχεδιαστεί ως ένα επαναχρησιμοποιήσιμο πλαίσιο λογισμικού (framework), ώστε να είναι δυνατή η εξειδίκευσή του για διαφορετικές εφαρμογές στη Γεωμετρία, αλλά και σε άλλα γνωστικά αντικείμενα.

Πιλοτική εφαρμογή/αξιολόγηση

Μέθοδος

Η πιλοτική αξιολόγηση του προτεινόμενου περιβάλλοντος βασίστηκε στην προσέγγιση του Μαθητοκεντρικού Σχεδιασμού (Learner-Centered Design - LCD, Quintana et al., 2004), η οποία εστιάζει τόσο στον έλεγχο της ευχρηστίας του μαθησιακού περιβάλλοντος όσο και της δυνατότητάς του να υποστηρίξει την εκτέλεση συγκεκριμένων μαθησιακών δραστηριοτήτων από τους μαθητές. Έχει διαμορφωτικό χαρακτήρα και στοχεύει στον εντοπισμό ζητημάτων χρηστικότητας ή τεχνικών περιορισμών σε ρεαλιστικές συνθήκες χρήσης και με την ανατροφοδότηση των μαθητών/τριών. Η αξιολόγηση στοχεύει να διερευνήσει: (α) την τεχνική αξιοπιστία του συστήματος εντοπισμού και ταυτοποίησης των μαθητών, (β) την ευχρηστία και τη λειτουργικότητα του περιβάλλοντος κατά την εκτέλεση δραστηριοτήτων, (γ) την εμπλοκή των μαθητών τόσο σε γνωστικό όσο και σε συνεργατικό επίπεδο, και (δ) σχεδιαστικές κατευθύνσεις για τη βελτίωση της παιδαγωγικής αποτελεσματικότητας του περιβάλλοντος.

Η αξιολόγηση πραγματοποιήθηκε σε διάρκεια 2 ωρών τον Μάιο του 2025. Συμμετείχαν τρεις μαθητές, 14, 12 και 10 ετών. Οι μαθητές εκτέλεσαν τις παρακάτω δραστηριότητες, οι οποίες είναι σύμφωνες με τις αρχές σχεδίασης ενσώματων δραστηριοτήτων για τα Μαθηματικά, όπως προτείνονται από τις Smith & Walkington (2019):

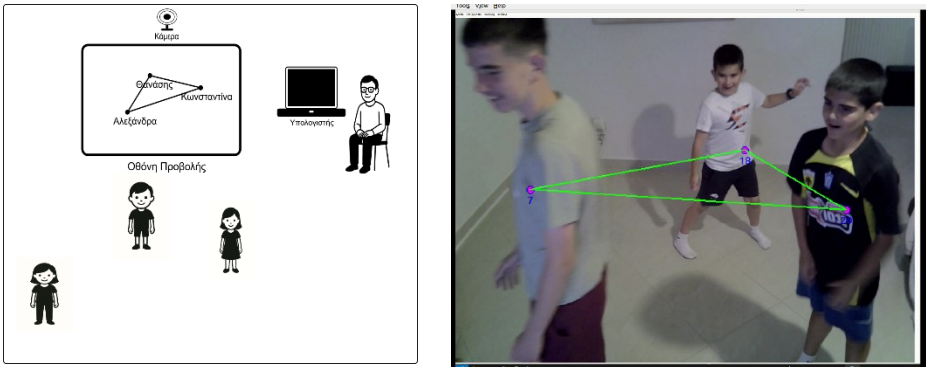
Δραστηριότητα 1: Κάθε μαθητής, ατομικά, μετακινείται διαδοχικά στα σημεία ενός τετραγώνου τα οποία έχουν εκ των προτέρων οριστεί στον φυσικό χώρο. Κάθε μαθητής παραμένει σε κάθε σημείο μέχρι να δοθεί από τον εκπαιδευτικό η εντολή για τη μετακίνηση στο επόμενο. Σημειώνεται ότι τα σημεία ορίζονται στον φυσικό και όχι στον εικονικό χώρο που προβάλλεται στην οθόνη.

Δραστηριότητα 2: Εκτός από την προβολή του εαυτού τους, οι μαθητές βλέπουν επιπλέον στην οθόνη μια κατακόρυφη ευθεία. Ένας μαθητής τοποθετείται σε ένα σημείο στο επίπεδο και ένας δεύτερος, ξεκινώντας από ένα τυχαίο σημείο, τοποθετεί τον εαυτό του στο συμμετρικό σημείο ως προς τη δεδομένη ευθεία.

Δραστηριότητα 3: Οι μαθητές σχηματίζουν ένα ισόπλευρο τρίγωνο ως εξής: Οι δύο μαθητές σχηματίζουν ένα ευθύγραμμο τμήμα παραμένοντας σταθεροί και ο τρίτος κινείται έως ότου

σχηματιστεί ένα ισόπλευρο τρίγωνο (Σχήμα 1). Η δραστηριότητα επαναλαμβάνεται με την εναλλαγή των μαθητών.

Δραστηριότητα 4: Οι μαθητές, ξεκινώντας από τυχαίες θέσεις στο επίπεδο της αλληλεπίδρασης, σχηματίζουν ένα ορθογώνιο τρίγωνο. Ορίζεται εξ αρχής ότι ο μικρότερος μαθητής έχει τον ρόλο κορυφής της ορθής γωνίας. Η δραστηριότητα επαναλαμβάνεται με την εναλλαγή των μαθητών στις τρεις κορυφές.



Σχήμα 1. Οπτική απεικόνιση του περιβάλλοντος συνεργατικής μάθησης για τη Γεωμετρία. Στιγμιότυπο από την υλοποίηση της δραστηριότητας 3

Κάθε μια από τις δραστηριότητες τερματίζεται με την ειδοποίηση του ενός από τους δύο συγγραφείς, ο οποίος συντόνισε την εκτέλεση των δραστηριοτήτων. Στις αρχικές οδηγίες του συντονιστή προς τους μαθητές, οι τελευταίοι ενθαρρύνθηκαν ώστε να συνομιλούν μεταξύ τους κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης κάθε δραστηριότητας.

Η αξιολόγηση πραγματοποιήθηκε στο σπίτι του ενός συγγραφέα αυτού του άρθρου, σε έναν χώρο διαστάσεων 4 x 4 μέτρων. Η κάμερα εγκαταστάθηκε σε ύψος 2.1m από το έδαφος. Με αυτό τον τρόπο, η κάμερα μετρήθηκε ότι βλέπει τον χώρο υπό γωνία από την κατακόρυφο, η οποία μετρήθηκε και έγινε γεωμετρική διόρθωση του εντοπισμού των θέσεων. Η προβολή έγινε σε οικιακή οθόνη 65 ιντσών.

Τα δεδομένα τα οποία συλλέχθηκαν για την αξιολόγηση είναι:

- Τα αρχεία καταγραφής του συστήματος με την καταγραφή των θέσεων των μαθητών σε πραγματικό χρόνο για κάθε δραστηριότητα.
- Η βιντεοσκόπηση της εκτέλεσης των δραστηριοτήτων. Με τον τρόπο αυτό καταγράφηκε και αξιολογήθηκε ο συντονισμός των κινήσεων, ο βαθμός και ο τρόπος της συνεργασίας, οι αντιδράσεις, η ικανοποίηση και το ενδιαφέρον των μαθητών στις δραστηριότητες. Για τη συλλογή όλων των δεδομένων και τη δημοσίευση των προσώπων των μαθητών δόθηκε η γραπτή συναίνεση των γονέων των συμμετεχόντων.
- Ημιδομημένη συνέντευξη, η οποία πραγματοποιήθηκε από τους ερευνητές μετά το τέλος των δραστηριοτήτων με ερωτήσεις προς τους συμμετέχοντες μαθητές σχετικά με την ευκολία της χρήσης του περιβάλλοντος, τον βαθμό κατανόησης των εννοιών με τις οποίες εργάστηκαν κατά την εκτέλεση των δραστηριοτήτων καθώς και την συνολική ικανοποίηση από τη δεδομένη μαθησιακή εμπειρία.

Η ανάλυση των δεδομένων ήταν ποιοτική, χωρίς αξιώσεις γενίκευσης. Δεδομένου ότι το περιβάλλον βρίσκεται σε φάση εξέλιξης, τα αποτελέσματα της αξιολόγησης θα αξιοποιηθούν για την επανασχεδίαση στοιχείων της διεπαφής, τη βελτίωση της λειτουργικότητας και την ενίσχυση της παιδαγωγικής του αποτελεσματικότητας.

Αποτελέσματα και συζήτηση

Για τον έλεγχο της τεχνικής αξιοπιστίας του περιβάλλοντος μετρήθηκε η ακρίβεια εντοπισμού θέσης και η αξιοπιστία αναγνώρισης των μαθητών. Συγκεκριμένα, εξετάστηκε η δυνατότητα του συστήματος παρακολούθησης πολλών αντικειμένων να εντοπίζει με ακρίβεια κάθε μαθητή, και να αναγνωρίζει με συνέπεια την ταυτότητά του καθ' όλη τη διάρκεια κάθε δραστηριότητας.

Η ακρίβεια του εντοπισμού της θέσης των μαθητών βρέθηκε πολύ ικανοποιητική, κατάλληλη για την υποστήριξη των προβλεπόμενων δραστηριοτήτων. Το περιβάλλον λειτούργησε ικανοποιητικά ως προς τη συνεπή αναγνώριση της ταυτότητας των μαθητών για όσο χρόνο παρέμεναν εντός του πεδίου των δραστηριοτήτων. Ο μέσος χρόνος απόκρισης του περιβάλλοντος κρίνεται ικανοποιητικός, μετρήθηκε στα 85 ms για την πλήρη ακολουθία εντοπισμού, ταυτοποίησης και απεικόνισης των συμμετεχόντων. Οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν σε υπολογιστή με επεξεργαστή AMD Ryzen 7 3800X (8 πυρήνες / 16 νήματα), 16 GB μνήμη RAM και κάρτα γραφικών NVIDIA GeForce GTX 1660 με 6 GB αποκλειστικής μνήμης.

Οι μαθητές υλοποίησαν επιτυχώς όλες τις συνεργατικές δραστηριότητες. Η εμπλοκή τους με το περιβάλλον ήταν απρόσκοπτη και φάνηκαν συγκεντρωμένοι κατά την εκτέλεση όλων των δραστηριοτήτων. Η δραστηριότητα 2 (συμμετρικά σημεία) πραγματοποιήθηκε εύκολα, χωρίς πρόβλημα, από όλους τους μαθητές. Με λίγο μεγαλύτερη δυσκολία, οι μαθητές σχημάτισαν το ισόπλευρο τρίγωνο στη δραστηριότητα 3. Ο σχηματισμός του ορθογωνίου τριγώνου (δραστηριότητα 4) φάνηκε ιδιαίτερα απαιτητικός για την ομάδα, η οποία κατάφερε να ολοκληρώσει τη δραστηριότητα μετά από πολλές δοκιμές και σε πολλαπλάσιο χρόνο από τις υπόλοιπες δραστηριότητες (περίπου 6 λεπτά). Στην αρχή της δραστηριότητας οι μαθητές ρωτήθηκαν σχετικά με την έννοια της ορθής γωνίας και τους έγινε μια σχετική υπενθύμιση. Οι προκλήσεις από αυτή τη δραστηριότητα φάνηκε ότι αφορούσαν τόσο στο γνωστικό πεδίο, δηλαδή στην αναγνώριση του είδους των σχηματιζόμενων γωνιών κατά τη διαδικασία σχηματισμού της, όσο και στην ευκολία της αλληλεπίδρασης. Η μετακίνηση του σημείου εντοπισμού, που αναφέρθηκε νωρίτερα, δυσχέρανε περαιτέρω την εκτέλεση της συγκεκριμένης δραστηριότητας, κάτι που δεν παρατηρήθηκε στις υπόλοιπες. Επιπλέον, κατά την τελευταία δραστηριότητα του σχηματισμού ορθογωνίου, απαιτήθηκε από τους μαθητές ο συγχρονισμός και η συνεννόηση, ώστε οι κορυφές των μη ορθών γωνιών να πάρουν τη σωστή θέση σε σχέση με την ορθή γωνία. Η συνεννόηση ήταν λεκτική αλλά και σωματική, εμπλέκοντας χειρονομίες αλλά και τη φυσική επαφή και καθοδήγηση από τον μεγαλύτερο προς τους δύο μικρότερους συμμετέχοντες.

Η ημιδομημένη συνέντευξη ανέδειξε τη θετική γνώμη των μαθητών σχετικά με την εμπειρία της αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον: "*Ωραία ήταν, ήταν λιγότερο βαρετό από το μάθημα. Δεν ξέρω άμα μάθαμε περισσότερα αλλά ήταν πιο ενδιαφέρον*". Επιπλέον, οι μαθητές μπόρεσαν να ανακαλέσουν και να περιγράψουν τον σκοπό κάθε δραστηριότητας και τις μαθηματικές έννοιες με τις οποίες εργάστηκαν αν και, όπως ήταν αναμενόμενο, η γλώσσα

που χρησιμοποίησαν δεν ήταν πάντα ακριβής ως προς τη χρησιμοποιούμενη ορολογία, γεγονός που έχει επισημανθεί στη σχετική βιβλιογραφία (Τουμάσης, 2004).

Παρατηρήθηκαν τα παρακάτω προβλήματα, και προτείνονται συγκεκριμένες προσεγγίσεις για την επίλυσή τους:

Ενώ ο εντοπισμός της θέσης κάθε μαθητή έγινε με ικανοποιητική ακρίβεια, οι κινήσεις του σώματος και των χεριών των μαθητών, ειδικά σε σημεία πιο κοντά στην κάμερα, δημιουργούσαν αποκλίσεις από το σημείο εντοπισμού τους. Η συγκεκριμένη δυσκολία αναδείχθηκε εντονότερα στην πρώτη δραστηριότητα, κατά την οποία οι μαθητές καλούνται να παραμείνουν ακίνητοι για λίγα δευτερόλεπτα σε τέσσερα προκαθορισμένα σημεία του χώρου. Οι παρατηρούμενες αποκλίσεις οφείλεται κυρίως σε μικρές ακούσιες (ή και εκούσιες) κινήσεις, ιδίως των χεριών, και στη συνεπαγόμενη μεταβολή του περιγράμματος εντοπισμού από το μοντέλο. Το πρόβλημα οφείλεται στη χρησιμοποιούμενη τεχνολογία εντοπισμού (YOLO) η οποία εντοπίζει το περίγραμμα του σώματος των μαθητών με αποτέλεσμα να είναι ευαίσθητο στις χειρονομίες τους. Μπορεί να αντιμετωπιστεί με τη χρήση ενός εναλλακτικού μηχανισμού για τον εντοπισμό και την ταυτοποίηση όπως ο FairMOT (Zhang et al., 2021) ή/και με την εισαγωγή δεύτερης κάμερας, η οποία όμως θα αυξήσει αρκετά την πολυπλοκότητα του συστήματος.

Επιπλέον, σε μερικές περιπτώσεις απόκρυψης ενός μαθητή από έναν άλλον (occlusion), υπήρξε αδυναμία εκ νέου αναγνώρισης (re-identification) του μαθητή από το σύστημα. Ωστόσο, αυτό το σφάλμα δεν επηρέασε τις δραστηριότητες που πραγματοποιήθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας αξιολόγησης. Μετά την αξιολόγηση, πραγματοποιήθηκε παραμετροποίηση του τεχνολογικού περιβάλλοντος με βάση την οποία ο συγκεκριμένος περιορισμός έχει ήδη επιλυθεί.

Κατά την εκτέλεση όλων των δραστηριοτήτων, αναδείχθηκαν ζητήματα και σχεδιαστικές κατευθύνσεις οι οποίες προβλέπεται να ενσωματωθούν στη σχεδίαση του περιβάλλοντος σε μεταγενέστερες φάσεις της εξέλιξής του. Συγκεκριμένα, φάνηκε η ανάγκη για την αυτόματη οπτική ανατροφοδότηση κατά την επιτυχή εκτέλεση μιας δραστηριότητας. Το υπόδειγμα του Mathematics Imagery Trainer (Abrahamson et al., 2015) με τον χρωματισμό της οθόνης ανάλογα με την επιτυχία ή όχι της εξέλιξης ή της ολοκλήρωσης μιας δραστηριότητας μπορεί να αξιοποιηθεί για τον σκοπό αυτό.

Κατά την εκτέλεση της τέταρτης, απαιτητικότερης δραστηριότητας, φάνηκε ότι η αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών κατά τον συνεργατικό σχηματισμό του ορθογωνίου δυσχεραίνει τους μαθητές, καθώς δεν ελέγχουν μόνο τη δική τους θέση και κίνηση στον χώρο αλλά φροντίζουν για την επίτευξη του κοινού στόχου, ασχολούμενοι και με τον συντονισμό τους με τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας. Η γενική οδηγία σχετικά με την εναλλαγή των μαθητών στην ορθογώνια κορυφή, ξεκινώντας από τον μικρότερο σε ηλικία, φαίνεται ότι δεν ήταν αρκετή για την εύκολη εκτέλεση της δραστηριότητας. Η παροχή λεπτομερέστερων κανόνων/οδηγιών με τη μορφή μικρο-σεναρίων (Mäkitalo-Siegl & Kollar, 2012) και στρατηγικών επίλυσης (Abrahamson et al., 2016) αποτελούν μελλοντική εργασία.

Τέλος, η ικανοποίηση και το ενδιαφέρον των μαθητών ενδέχεται να οφείλονται στην καινοτομία της εμπειρίας και όχι στην εγγενή παιδαγωγική της αξία. Για τον λόγο αυτό απαιτείται εκτενέστερη έρευνα σε βάθος χρόνου και με περισσότερους/ες συμμετέχοντες/ουσες.

Συμπεράσματα-μελλοντική εργασία

Η πιλοτική αξιολόγηση, η οποία παρουσιάστηκε σε αυτό το άρθρο, έδειξε ότι το προτεινόμενο τεχνολογικό περιβάλλον ικανοποιεί τις απαραίτητες τεχνικές απαιτήσεις για την υποστήριξη της διδασκαλίας της Γεωμετρίας μέσω ενσώματων δραστηριοτήτων. Επιπλέον, φάνηκε ότι τα βασικά σχεδιαστικά χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος, τα οποία βασίζονται στη σχετική βιβλιογραφία, υποστηρίζουν τη νοητική εμπλοκή των συμμετεχόντων μαθητών και προάγουν το ενδιαφέρον τους για τη Γεωμετρία.

Απαιτείται ο σχεδιασμός και η υλοποίηση μιας διευρυμένης σειράς δραστηριοτήτων, οι οποίες θα καλύπτουν ένα εκτενέστερο τμήμα του αναλυτικού προγράμματος ώστε να διερευνηθούν τα πιθανά μαθησιακά οφέλη του περιβάλλοντος τόσο στη Γεωμετρία, όσο και σε άλλα γνωστικά αντικείμενα, στα οποία το περιβάλλον μπορεί να αξιοποιηθεί.

Το περιβάλλον βασίζεται σε ανοιχτές τεχνολογίες Βαθιάς Μάθησης και υποδομή χαμηλού κόστους, εύκολης εγκατάστασης και προσαρμογής και μπορεί να αξιοποιηθεί σε ευρεία κλίμακα σχολικών τάξεων, αξιοποιώντας υπάρχουσα τεχνολογική υποδομή. Επιπλέον, η αξιοποίηση των παραπάνω, διαρκώς εξελισσόμενων, τεχνολογιών μπορεί να υποστηρίξει επεκτάσεις όπως η ανίχνευση χειρονομιών, επιτρέποντας την εκτέλεση πιο σύνθετων δραστηριοτήτων με πολλούς μαθητές. Αυτές οι επεκτάσεις αποτελούν επίσης μελλοντική εργασία.

Αναφορές

Abrahamson, D., & Bakker, A. (2016). Making sense of movement in embodied design for mathematics learning. *Cognitive Research: Principles and Implications*, *1*(1), 33.

Abrahamson, D., Nathan, M. J., Williams-Pierce, C., Walkington, C., Ottmar, E. R., Soto, H., & Alibali, M. W. (2020). The future of embodied design for mathematics teaching and learning. *Frontiers in Education*, *5*, 147.

Abrahamson, D., Ryokai, K., & Dimmel, J. (2023). Learning mathematics with digital resources: Reclaiming the cognitive role of physical movement. In B. Pepin, G. Gueudet, & J. Choppin (Eds.), *Handbook of digital resources in mathematics education* (pp. 1-37). Springer.

Abrahamson, D., & Trninic, D. (2015). Bringing forth mathematical concepts: Signifying sensorimotor enactment in fields of promoted action. *ZDM Mathematics Education, 47*, 295-306.

Alibali, M. W., & Nathan, M. J. (2012). Embodiment in mathematics teaching and learning: Evidence from learners' and teachers' gestures. *Journal of the Learning Sciences, 21*(2), 247-286.

Birchfield, D., & Megowan-Romanowicz, C. (2009). Earth science learning in SMALLab. *Computer Graphics and Applications, 29(3)*, 30-39.

Colella, V. (2000). Participatory simulations: Building collaborative understanding through immersive dynamic modeling. *Journal of the Learning Sciences*, *9*(4), 471-500.

Jocher, G., Chaurasia, A., & Qiu, J. (2023). *YOLO by Ultralytics*. https://www.ultralytics.com/

Junus, F. B., Bennett, J. A., Green, T., Morphew, J., & Wertz, R. (2024). Visuospatial and embodied cognition in STEM education: A systematic literature review. *Proceedings of the ASEE Annual Conference and Exposition, Conference*. ASEE.

Khan, M., Trujano, F., & Maes, P. (2018). Mathland: Constructionist mathematical learning in the real world using immersive mixed reality. *Proceedings of the International Conference on Immersive Learning* (pp. 133-147). Springer.

Kourakli, M., Altanis, I., Retalis, S., Boloudakis, M., Zbainos, D., & Antonopoulou, K. (2017). Towards the improvement of the cognitive, motoric and academic skills of students with special educational needs using Kinect learning games. *International Journal of Child-Computer Interaction*, *11*, 28-39.

Kynigos, C., Smyrnaiou, Z., & Roussou, M. (2010). Exploring rules and underlying concepts while engaged with collaborative full-body games. *Proceedings of IDC2010: The 9th International Conference on Interaction Design and Children* (pp. 222-225). ACM

Lakoff, G., & Nuñez, R. (2000). *Where Mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. Basic Books.

Lui, M., & Slotta, J. D. (2013). Immersive simulations for smart classrooms: exploring evolutionary concepts in secondary science. *Technology, Pedagogy and Education*, *23*(1), 57-80.

Mäkitalo-Siegl, K., Kollar, I. (2012). Collaboration Scripts. In N. M. Seel (Ed.) *Encyclopedia of the sciences of learning* (pp. 222-226). Springer.

Mikropoulos, T. A. (2006). Presence: A unique characteristic in educational virtual environments. *Virtual Reality*, *10*(3-4), 197-206.

Na, H., & Sung, H. (2025). Learn math through motion: a technology-enhanced embodied approach with augmented reality for geometry learning in K-12 classrooms. *Interactive Learning Environments*, *2025*, 1-14.

Papert, S. A. (2020). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. Basic books.

Resnick, M., & Wilensky, U. (1998). Diving into complexity: Developing probabilistic decentralized thinking through role-playing activities. *Journal of the Learning Sciences*, 7(2).

Smith, C. P. (2018). Body-based activities in secondary geometry: An analysis of learning and viewpoint. *School Science and Mathematics*, *118*(5), 179-189.

Smith, C. P., & Walkington, C. (2019). Four principles for designing embodied mathematics activities. *Australian Mathematics Education Journal*, *1*(4), 16-20.

Tissenbaum, M., & Slotta, J. D. (2014). Developing an orchestrational framework for collective inquiry in smart classrooms: SAIL Smart Space (S3). *Proceedings of the International Conference of the Learning Sciences* (pp. 831-838). ICLS.

Varela, F. J., Thompson, Evan., & Rosch, Eleanor. (1991). *The embodied mind: cognitive science and human experience*. MIT Press.

Wojke, N., Bewley, A., & Paulus, D. (2017). Simple online and realtime tracking with a deep association metric. *Proceedings of the International Conference on Image Processing, ICIP*, *2017* (pp. 3645-3649). IEEE.

Xu, K. (2023). Survey of AR object tracking technology based on deep learning. *Frontiers in Computing and Intelligent Systems*, *4*(3), 95-99.

Zhang, Y., Wang, C., Wang, X., Zeng, W., & Liu, W. (2021). FairMOT: On the fairness of detection and re-identification in multiple object tracking. *International Journal of Computer Vision*, *129*(11), 3069-3087.

Κουτρομάνος, Γ. (2021). Αναδυόμενες τεχνολογίες στην εκπαίδευση: Δυνατότητες και προκλήσεις. Στο Κ. Μαλαφάντης, & Θ. Μπαμπάλης (Επιμ.), *Σύγχρονες τάσεις και εξελίξεις στις Επιστήμες της Αγωγής. Πρακτικά Επετειακού Συνεδρίου: 40 χρόνια από την ίδρυση της Παιδαγωγικής Εταιρείας Ελλάδος (1981-2021)* (σ. 169). Διάδραση.

Τουμάσης, Μ. (2004). *Σύγχρονη διδακτική των Μαθηματικών*. Gutenberg.

Τσακίρη, Α. (2010). *Η συνείδηση ως αναδυόμενο φαινόμενο: Διερευνητική ανασκόπηση θεωριών και μηχανισμών ανάδυσης* [Μεταπτυχιακή διατριβή]. Πανεπιστήμιο Αθηνών.