ePublishing
ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗΣ NATIONAL DOCUMENTATION CENTRE

Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2006)

5ο Συνέδριο ΕΤΠΕ «Οι ΤΠΕ στην Εκπαίδευση»

"Μελέτη μετασχηματισμών μαθηματικών αντικειμένωνμέσω animation – trace των δυναμικών παραμέτρων τους"

Σταυρούλα Πατσιομίτου

Βιβλιογραφική αναφορά:

Πατσιομίτου Σ. (2026). "Μελέτη μετασχηματισμών μαθηματικών αντικειμένωνμέσω animation – trace των δυναμικών παραμέτρων τους". *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, *1*, 1070–1073. ανακτήθηκε από https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/9319

■ ΜΕΛΕΤΗ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ ΜΕΣΩ ANIMATION –TRACE ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΟΥΣ

Σταυρούλα Πατσιομίτου

Καθηγήτρια Μ.Ε-Med Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών Ε.Κ.Π.Α
linapat@math.uoa.gr

Περίληψη

Στην εκμάθηση της άλγεβρας πολύ έρευνα έχει γίνει σχετικά με τις παραμέτρους. Σκοπός αυτού του εγγράφου είναι να περιγραφεί η εξερεύνηση των αποτελεσμάτων που επιφέρει το animation και trace των δυναμικών παραμέτρων των συναρτήσεων και των παραγώγων τους στο υπολογιστικό περιβάλλον του λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας Geometer's Sketchpad v4 σε καρτεσιανό ή και πολικό σύστημα συντεταγμένων. Το παρόν έγγραφο ανοίγει ένα παράθυρο για εξερεύνηση των παραμέτρων σε γεωμετρικά αντικείμενα, δίνοντας έτσι άλλη μια διάσταση στην δυναμική γεωμετρία.

Λέξεις Κλειδιά

δυναμική παράμετρος , animation –trace ,δυναμική γεωμετρία.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σύμφωνα με το Piaget (1983 p.104) μια από τι πιο βασικές διαισθήσεις μας είναι η αντίληψη του κόσμου μέσα από όρους των αντικειμένων *και των ενεργειών πάνω τους«με στόχο να γνωρίσουν τα αντικείμενα, τα υποκείμενα πρέπει να δράσουν πάνω σε αυτά, να τα μετασχηματίσουν, μετατοπίζοντας ,συνδυάζοντας, ενώνοντας.».*

Το περιβάλλον της δυναμικής γεωμετρίας αφορά αντιληπτικές πτυχές και περιλαμβάνει όχι μόνο τα αντικείμενα αλλά επίσης τις φυσικές αντιλήψεις του σπουδαστή, τις κινήσεις του, τις χειρονομίες, τις γλώσσες και τα artefacts σαν όργανα διαμεσολάβησης. Όπως αναφέρει ο Arzarello(2001) *«Η φύση της σχέσης μεταξύ του αντιληπτικού και του θεωρητικού πεδίου είναι σύνθετη και απαιτεί ανάλυση που εμπεριέχει διαφορετικές συνιστώσες:διδακτικές, γνωστικές, επιστημολογικές. Οι αντιληπτικές πτυχές που πρέπει να αναλυθούν περιέχουν συστατικά όπως :οπτικά φαινόμενα , κίνηση , κιναίσθηση, ενώ τα πιο τυπικά χαρακτηριστικά γνωρίσματα τους είναι τα δομημένα μαθηματικά αντικείμενα, οι αμετάβλητες ιδιότητες τους οι εικασίες τα θεωρήματα και οι αποδείξεις».*

Η έννοια της συνάρτησης είναι μια από τις σημαντικότερες αλλά και από τις περιπλοκότερες έννοιες στην διδασκαλία και εκμάθηση των μαθηματικών. Πολύ έρευνα έχει γίνει στην μάθηση της άλγεβρας γενικώς και περισσότερο ειδικά στις παρατηρήσεις των μεταβλητών και παραμέτρων(Usiskin,1988). Ένας από τους καλύτερους τρόπους που μπορεί κανείς να αντιληφθεί μια συνάρτηση σαν αντικείμενο είναι μέσω του χειρισμού της γραφικής παράστασης της. Επομένως το ζήτημα είναι:

Πως χρησιμοποιούμε την άλγεβρα του λογισμικού, για την περίπτωση της μάθησης με παρατήρηση των παραμέτρων σε μαθηματικά αντικείμενα.; Πως μπορεί η χρήση ενός λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας να συμβάλλει σε ενός υψηλότερου επιπέδου κατανόηση των παραμέτρων όπως εμφανίζονται στις μαθηματικές εκφράσεις και συναρτήσεις; Πως μπορεί ένας υπολογιστής να προωθήσει την διορατικότητα σε αλγεβρικές διαδικασίες και έρευνες; Πως μπορούμε να εμβάλλουμε τις παραμέτρους στην γεωμετρία ώστε να διευρύνουμε το πεδίο έρευνας γνωστών σχέσεων κα εννοιών;

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ

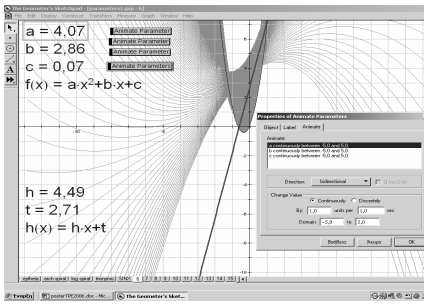
Σχέση μεταξύ της τεχνικής του υπολογιστή και της μαθηματικής έννοιας

Ένα σημαντικό τμήμα του θεωρητικού υπόβαθρου της μελέτης είναι η θεωρία της εργαλειοποίησης (instrumentation) όπως την επισημαίνουν οι Artigue 1997, Lagrange 1999. Η ανάπτυξη των εννοιών από τους μαθητές ως αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασής τους με το μαθησιακό περιβάλλον εγείρει ένα σημαντικό ζήτημα, σχετικό με την ερμηνεία των φαινομένων που παρατηρούνται πάνω στην οθόνη. *Όπως τα διαφορετικά και συντονισμένα σχέδια είναι διαδοχικά διαμορφωμένα , η σχέση μεταξύ του χρήστη και του artefact εξελίσσεται: αυτή η διαδικασία καλείται "εργαλειακή γένεση"('instrumental genesis')* (Mariotti, 2002). Η μετάφραση της κατάστασης του προβλήματος στα μαθηματικά είναι ένα σημαντικό σημείο και η επαναθεώρηση της άλγεβρας μέσω των υπολογιστών μπορούν να βοηθήσουν την κατανόηση των εννοιών σε υψηλότερο επίπεδο και σε μαθητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.. Όπως αναφέρουν οι Uri Leron &Tamar Paz στο *The slippery road from actions on objects to functions and variables*:« *Στην συγκεκριμένη περίπτωση θα μπορούσαμε να αντιστοιχήσουμε την δράση με τη συνάρτηση , το αντικείμενο με την μεταβλητή και την αρχική και τελική μορφή του μετασχηματιζομένου αντικειμένου με το input-output μιας συνάρτησης.»* Η αλλαγή της τιμής της παραμέτρου για παράδειγμα δεν έχει επιπτώσεις μόνο σε ένα σημείο τοπικά αλλά στην πλήρη γραφική παράσταση συνολικά. Επομένως η έννοια της παραμέτρου είναι επαρκής για ενδυνάμωση της αφαιρετικής ικανότητας διακριτών καταστάσεων, έτσι ώστε οι περισσότερες τυπικές και γενικές αλγεβρικές αναπαραστάσεις μπορούν να γίνουν ένα φυσικό τμήμα του μαθηματικού κόσμου του μαθητή.

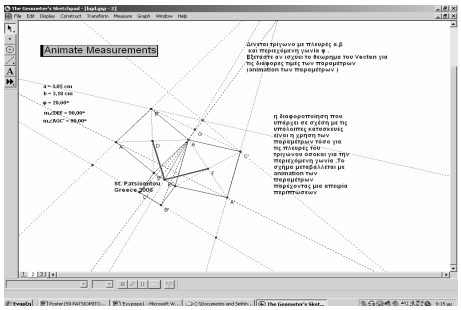
Διάφορα περιβάλλοντα υπολογιστών μπορούν να βοηθήσουν τους σπουδαστές να αποκτήσουν αλγεβρική σκέψη. για παράδειγμα της συνάρτησης $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ (σχήμα 1) καθορίζοντας από την αρχή τις παραμέτρους α, b,c (menu –graph-new parameter) και στην συνέχεια μεταβάλλοντας τις τιμές των παραμέτρων με animation (menu-edit –action button). Η εμπειρία μέσω του λογισμικού της δυναμικής γεωμετρίας τους παρέχει έναν τρόπο να σκεφτούν για την αφηρημένη ιδέα με την σύνδεση των παραμέτρων με συγκεκριμένες τιμές και ακόμα περισσότερο με την μεταβολή των τιμών με κατάλληλο animation το οποίο περιορίζει τις τιμές σε δυνατές για τη κατασκευή περιπτώσεις.

Έστω τρίγωνο σκαληνό και εξωτερικά αυτού τα ορθογώνια τρίγωνα (κατασκευή του Vecten –σχήμα 2). Για την εφαρμογή των παραμέτρων στην γεωμετρία **κατασκευάζουμε παραμετρικά** τις **πλευρές** του αρχικού τριγώνου ΑΒΕ όπως και την περιεχόμενη **γωνία** της κορυφής**.** Το animation των παραμέτρων επιφέρει αποτέλεσμα διαφορετικό από ένα απλό μετασχηματισμό που λειτουργεί συνολικά σε όλο το σχήμα. Έτσι οδηγούμαστε σε μια αλγεβροποίηση

της γεωμετρίας παίρνοντας την μορφή συνάρτησης, **με input τις τιμές των παραμετρικών πλευρών και γωνίας και output ένα συνεχή μετασχηματισμό**. *Επομένως οδηγούμαστε στην υπόθεση ότι τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας μας προσφέρουν τις νέες δυνατότητες και είναι σε θέση να εισάγουν με αυτό τον τρόπο την έννοια της συνάρτησης στην γεωμετρία κι επομένως την έννοια των γεωμετρικών μετασχηματισμών και μέσα από την διατήρηση των ιδιοτήτων τον χαρακτήρα της γεωμετρικής συνάρτησης.* Έχουμε με αυτόν τον τρόπο προχωρήσει σε μια επιπλέον διάσταση της δυναμικής γεωμετρίας που γενικεύει το αντικείμενο και οδηγεί τον μαθητή, **σε απευθείας αντίληψη των άπειρων** μεταβολών του ιδίου σχήματος.



Σχήμα 1. animation –trace των παραμέτρων a,b,c στο τριώνυμο



Σχήμα 2. animation των δυναμικών παραμέτρων στο θεώρημα του Vecten

ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Μπορούμε επομένως να ενισχύσουμε την κατανόηση των μαθητών σε αλγεβρικές ιδέες και νοήματα αλλά αυτά εξαρτώνται και από την φύση και την εμπειρία στο λογισμικό σε συνάρτηση με τις αλγεβρικές γνώσεις. Όταν οι μαθητές ορίζουν μια διαδικασία με μεταβλητές είναι σημαντικό να προσδιορίσουν τι μεταβάλλεται με ένα συγκεκριμένο όνομα και να το λειτουργήσουν με την μεταβολή των τιμών του. Επομένως στην ουσία μέσω του λογισμικού οι μαθητές εθίζονται στην διαδικασία μιας συνάρτησης ως εισερχόμενα –εξερχόμενα. Έτσι κατασκευάζεται μια μηχανή (Sutherland,1989) *στο μυαλό των μαθητών που τους παρακινεί να θέτουν τιμές και να λαμβάνουν τις αλλαγές άμεσα στην*

οθόνη του υπολογιστή τους ,αλλά και με την ιδιότητα των αντικειμένων της δυναμικής γεωμετρίας. Αφ' ετέρου όπως αναφέρει η Ana Paula Jahn *«...Η διαδικασία του trace δεν αποτελεί μόνη της ένα αντικείμενο του λογισμικού αλλά προσπαθώντας να προσεγγίσουμε το θέμα θα λέγαμε ότι είναι η δυναμική ερμηνεία της αναπαράστασης της τροχιάς ενός σημείου ή ενός συνόλου σημείων και κατά ένα λειτουργικό τρόπο και περιγράφοντας το σαν συνάρτηση μια ένα –προς ένα αντιστοίχιση μεταξύ του αρχικού σημείου και του σημείου που προκύπτει στην συνέχεια».* Οι μαθητές καταλαβαίνουν τις αλλαγές των διαμορφώσεων των σχημάτων με την χρήση των μεταβλητών , ενώ η δυνατότητα τους να γενικεύσουν τις βασισμένες σε υπολογιστή ιδέες εξαρτάται από την εμπειρία τους και τις οδηγίες που παρέχονται. Ο χρόνος που ξοδεύεται για την εκμάθηση αυτών των εργαλείων είναι επένδυση και όπως αναφέρει ο Fey (1991) *η τεχνολογία είναι το λιγότερο ένα παιδαγωγικό εργαλείο και περισσότερο ένα μαθηματικό εργαλείο* , ένα μέσο όπου μπορούν να δουν τα μαθηματικά σαν να είναι μια πηγή μαθηματικών μοντέλων και ερωτήσεων «what if » .

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Artigue, M. (1997). Rapports entre dimensions technique et conceptuelle dans l'activité mathématique avec des systèmes de mathématiques symboliques. *Actes de l'université d'été 1996*, 19 - 40. Rennes: IREM de Rennes.

Lagrange, J.-b. (1999a). Learning pre-calculus with complex calculators: mediation and instrumental genesis. In: Zaslavsky, O. (Ed.), *Proceedings of the XXIIIrd conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Vol 3*, 193 - 200. Haifa, Israel: Technion.

Ana Paula Jahn, *"Locus" and "Trace" in Cabrigéomètre: relationships between geometric and functional aspects in a study of transformations* ZDM 2002Vol. 34 (3)

Arzarello, F.: 2001*, Dragging, perceiving and measuring:physical practices and theoretical exactness in Cabri environments*, Proc. Cabriworld 2, Montreal, Plenary Lecture.

Gray, E.M., & Tall, D.O. (1994). Duality, ambiguity, and flexibility: a "proceptual" view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education* 25, 116 - 140.

Fey, James.(1991)"Calculators, Computers, and Algebra in Secondary School Mathematics." In *Proceedings of the U.S.-Japan Seminar on Computer Use in School Mathematics,* edited by Jerry P. Becker & Tatsuro Miwa, 103-19. Honolulu, Hawaii: The East-West Center

Mariotti, M.A. (2002). The influence of technological advances on students' mathematics learning. In L.D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 695-724).Mahwah,NJ: Lawrence Erlbaum

Piaget, J. (1983). 'Piaget's Theory'. In P. H. Mussen (Ed.), *Handbook of Child Psychology*, *Fourth edition*, Vol. 1, pp. 103-128. Wiley.

Tall, D., & Thomas, M. (1991). Encouraging versatile thinking in algebra using the computer. *Educational Studies in Mathematics* 22, 125 – 147.

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. In Coxford, A.F. (Ed.) *The ideas of algebra, K-12 (1988 Yearbook of the NCTM)*, 8-19. Reston, VA: NCTM.

Sutherland, Rosamund. "Providing a Computer Based Framework for Algebraic Thinking. *Educational Studies in Mathematics* 20 (1989):317-44.