ePublishing
ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗΣ
NATIONAL DOCUMENTATION CENTRE

Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2025)

12ο Συνέδριο ΕΤΠΕ «Διδακτική της Πληροφορικής»

Σχεδιασμός και Υλοποίηση Διαδραστικού Ψηφιακού Εγχειριδίου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών Μέσω του Προγραμματισμού

Μαρία-Αναστασία Μουστάκα, Γεώργιος Φεσάκης

doi: 10.12681/cetpe.9195

Βιβλιογραφική αναφορά:

Μουστάκα Μ.-Α., & Φεσάκης Γ. (2025). Σχεδιασμός και Υλοποίηση Διαδραστικού Ψηφιακού Εγχειριδίου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών Μέσω του Προγραμματισμού. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, *1*, 77–86. https://doi.org/10.12681/cetpe.9195

https://epublishing.ekt.gr | **e-Εκδότης:** EKT | **Πρόσβαση:** 25/02/2026 08:51:34

Σχεδιασμός και Υλοποίηση Διαδραστικού Ψηφιακού Εγχειριδίου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών Μέσω του Προγραμματισμού

Μαρία-Αναστασία Μουστάκα, Γεώργιος Φεσάκης
psed24013@aegean.gr, gfesakis@aegean.gr
Τμήμα Επιστημών της Προσχολικής Αγωγής και του Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού, Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Περίληψη

Το παρόν άρθρο αποτελεί ερευνητική μελέτη που στοχεύει στη διερεύνηση της διδασκαλίας των μαθηματικών μέσω του προγραμματισμού, με την υιοθέτηση ενός διδακτικού διαδραστικού ψηφιακού εγχειριδίου. Στο πλαίσιο της έρευνας, αναπτύχθηκε και υλοποιήθηκε ένα διαδραστικό ψηφιακό εγχειρίδιο που περιέχει δραστηριότητες συνδυασμού μαθηματικών εννοιών και προγραμματισμού. Για τον σχεδιασμό του χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο SAM (Successive Approximation Model), ενώ το παιδαγωγικό πλαίσιο της παρέμβασης στηρίχθηκε στο μοντέλο διερευνητικής μάθησης 5E (Engage, Explore, Explain, Elaborate, Evaluate). Επιπροσθέτως, πραγματοποιήθηκε διδακτική παρέμβαση με τη χρήση του προαναφερθέντος εργαλείου σε μαθητές/ήτριες, προκειμένου να αξιολογηθεί η επίδραση του συνδυασμού αυτού στη βελτίωση της κατανόησης επιλεγμένων μαθηματικών εννοιών και στη διαμόρφωση της στάσης τους απέναντι στο εγχειρίδιο. Τα ευρήματα της έρευνας έδειξαν ότι οι μαθητές/ήτριες διατήρησαν θετική στάση τόσο προς το διαδραστικό εγχειρίδιο όσο και προς τον προγραμματισμό, ενώ η σύγκριση των επιδόσεών τους πριν και μετά την παρέμβαση κατέδειξε στατιστικά σημαντικές βελτιώσεις στους συνολικούς και στους επιμέρους δείκτες.

Λέξεις κλειδιά: διαδραστικά ψηφιακά εγχειρίδια, διδασκαλία των Μαθηματικών, Υπολογιστική Σκέψη

Εισαγωγή

Η Υπολογιστική Σκέψη (ΥΣ) έχει ζωτική σημασία στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών (Lockwood & Mørken, 2021). Εξάλλου, η ΥΣ χαρακτηρίζεται από πτυχές που είναι κεντρικές για την επιστήμη των υπολογιστών αλλά και για άλλους επιστημονικούς κλάδους, όπως τα μαθηματικά (Kallia et al., 2021). Στη σύγχρονη εκπαιδευτική πραγματικότητα, η ανάπτυξη ψηφιακών δεξιοτήτων είναι πιο σημαντική από ποτέ (Bocconi et al., 2018). Ωστόσο, τα περισσότερα ψηφιακά σχολικά βιβλία δεν αξιοποιούν πλήρως τις δυνατότητες της τεχνολογίας και λειτουργούν απλώς ως στατικές εκδοχές των έντυπων εγχειριδίων (Alpizar-Chacon et al., 2020). Αυτό δημιουργεί την ανάγκη για νέες, καινοτόμες προσεγγίσεις που ενσωματώνουν δυναμική αλληλεπίδραση και προγραμματισμό Η/Υ στη μαθησιακή διαδικασία.

Σε αυτό το πλαίσιο, η παρούσα εργασία παρουσιάζει τον σχεδιασμό και την υλοποίηση ενός διαδραστικού ψηφιακού εγχειριδίου που στοχεύει στη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών μέσω του προγραμματισμού. Συγκεκριμένα, επιλέχθηκε η μαθηματική ενότητα "Αναλογίες και Ποσοστά", επειδή αφενός προσφέρεται για εφαρμογές προγραμματισμού και αφετέρου αποτελεί έννοια που παρουσιάζει συχνά δυσκολίες στην κατανόησή της από τους/τις μαθητές/ήτριες. Το εγχειρίδιο περιλαμβάνει δραστηριότητες που ενσωματώνουν κώδικα, δίνοντας τη δυνατότητα στους/τις μαθητές/ήτριες να εκτελούν και να πειραματίζονται με μαθηματικές έννοιες μέσα από προγραμματιστικές διεργασίες. Η έρευνα εστιάζει σε μια πρώτη διερεύνηση της υποδοχής του διαδραστικού εγχειριδίου από εκπαιδευτικούς και μαθητές/ήτριες καθώς και στην αξιολόγηση της αποτελεσματικότητάς του, μέσα από διδακτική παρέμβαση σε μαθητές/ήτριες. Εξετάζεται τόσο η βελτίωση της

κατανόησης μαθηματικών εννοιών, όσο και η στάση των μαθητών/τριών απέναντι στη μάθηση μέσω προγραμματισμού καθώς και η άποψη των εκπαιδευτικών. Τα ευρήματα της μελέτης συμβάλλουν στη συζήτηση για την ενσωμάτωση του προγραμματισμού στη μαθηματική εκπαίδευση και στη δημιουργία καινοτόμων εκπαιδευτικών εργαλείων.

Το άρθρο διαρθρώνεται ως εξής: αρχικά παρουσιάζεται το θεωρητικό πλαίσιο της έρευνας, όπου αναλύονται οι βασικές έννοιες και η υπάρχουσα βιβλιογραφία σχετικά με τη χρήση διαδραστικών ψηφιακών εγχειριδίων και της ΥΣ στην εκπαίδευση. Στη συνέχεια περιγράφεται συνοπτικά το ψηφιακό εγχειρίδιο που δημιουργήθηκε, δίνοντας έμφαση στη διαδικασία σχεδιασμού. Έπειτα, αναλύεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε και τα εργαλεία που αξιοποιήθηκαν για τη συλλογή δεδομένων. Ακολουθεί η παρουσίαση και η ανάλυση των αποτελεσμάτων της έρευνας, ενώ το άρθρο ολοκληρώνεται με τη διατύπωση των συμπερασμάτων, την επισήμανση των περιορισμών και την υποβολή προτάσεων για περαιτέρω διερεύνηση στο συγκεκριμένο πεδίο.

Θεωρητικό πλαίσιο

Η ΥΣ αναφέρεται στις διαδικασίες σκέψης που σχετίζονται με τη διατύπωση και επίλυση προβλημάτων, με σκοπό την αποτελεσματική υλοποίησή τους μέσω υπολογιστικών συστημάτων ή διαμεσολαβητών επεξεργασίας πληροφοριών (Wing, 2011). Έχει αναδειχθεί σε απαραίτητο εργαλείο για τη βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών (Wilensky, 1995), καθώς προσφέρει στους/τις μαθητές/ήτριες ένα ουσιαστικό πλαίσιο εφαρμογής των γνώσεών τους (Jona et al., 2014). Επιπλέον, η ΥΣ προάγει την αυτονομία των μαθητών/τριών, ενισχύει το ενδιαφέρον τους για τα μαθηματικά (Leonard et al., 2016) και τους/τις ενθαρρύνει να στραφούν σε καριέρες STEM, ειδικότερα ενθαρρύνοντας ομάδες που είναι υποεκπροσωπούμενες στους τεχνολογικούς τομείς (National Science Foundation, 2013).

Πέρα από την παιδαγωγική της αξία, η ΥΣ παρουσιάζει και μεγάλη επιστημονική σημασία, καθώς παρέχει ισχυρά εργαλεία για τη μελέτη πολύπλοκων και μη γραμμικών φαινομένων μέσω μαθηματικών και υπολογιστικών μοντέλων (Weintrop et al., 2016). Η ανάπτυξη ισχυρότερων υπολογιστικών εργαλείων και η χρήση εξελιγμένων μοντέλων προσομοίωσης έχουν οδηγήσει σε μια αναγέννηση των πειραματικών προσεγγίσεων στα μαθηματικά και τις φυσικές επιστήμες. Συνεπώς, η κατάρτιση των μαθητών σε υπολογιστικές μεθόδους καθίσταται αναγκαία προϋπόθεση, ώστε να μπορούν να ανταποκριθούν στις απαιτήσεις της σύγχρονης έρευνας στα πεδία αυτά.

Στην εκπαίδευση των μαθηματικών, η ΥΣ εκφράζεται μέσα από τρεις ιδιαίτερα σημαντικές πτυχές: την επίλυση προβλημάτων, τις γνωστικές διαδικασίες που ενεργοποιούνται κατά τη λύση τους καθώς και τη μεταφορά ενός μαθηματικού προβλήματος με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι δυνατή η αποτελεσματική επικοινωνία και υλοποίησή του από άλλους ανθρώπους ή από ένα υπολογιστικό σύστημα (Kallia et al., 2021). Από αυτές τις πτυχές, η επίλυση προβλημάτων αναδεικνύεται σε κεντρικό στόχο της μαθηματικής εκπαίδευσης, καθιστώντας έτσι την ΥΣ αναπόσπαστο μέρος της μαθησιακής διαδικασίας και των διδακτικών πρακτικών που εφαρμόζονται στο μάθημα των μαθηματικών.

Για την επιτυχή ενσωμάτωση της ΥΣ στη διδασκαλία των μαθηματικών, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αξιοποιήσουν ποικίλες εκπαιδευτικές μεθόδους και πρακτικές. Αυτές οι μέθοδοι περιλαμβάνουν τη διδασκαλία μέσω προγραμματισμού, τις δραστηριότητες εκπαιδευτικής ρομποτικής, τη μάθηση που βασίζεται στο παιχνίδι, τον οπτικό προγραμματισμό και την υπολογιστική λογική. Οι Weintrop et al. (2016), επίσης, προτείνει μια χρήσιμη κατηγοριοποίηση των πρακτικών ενσωμάτωσης της ΥΣ στη διδασκαλία των μαθηματικών και των φυσικών επιστημών σε τέσσερις κύριες ομάδες: τις πρακτικές που σχετίζονται με τη

διαχείριση δεδομένων, τις πρακτικές μοντελοποίησης και προσομοίωσης, τις πρακτικές υπολογιστικής επίλυσης προβλημάτων και τις πρακτικές συστημικής σκέψης. Αν και αυτές οι κατηγορίες παρουσιάζονται ως διακριτές, στην πράξη αλληλοσυνδέονται και αλληλοϋποστηρίζονται κατά τη διδακτική διαδικασία.

Η υλοποίηση των παραπάνω πρακτικών και μεθόδων προϋποθέτει την ύπαρξη κατάλληλων διδακτικών εργαλείων και τεχνολογιών, που να ανταποκρίνονται στις ανάγκες της σύγχρονης σχολικής πραγματικότητας. Ένα ιδιαίτερα υποσχόμενο εργαλείο για την ενσωμάτωση της ΥΣ στα μαθηματικά είναι τα διαδραστικά ψηφιακά εγχειρίδια, τα οποία παρέχουν πολλαπλές δυνατότητες ενσωμάτωσης δραστηριοτήτων που συνδυάζουν μαθηματική γνώση και προγραμματισμό. Για την αποτελεσματική αξιοποίηση αυτών των εργαλείων είναι σημαντικό να ληφθούν υπόψη τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των σημερινών μαθητών/τριών, οι οποίοι/οίες παρουσιάζουν αυξημένη εξοικείωση με την τεχνολογία.

Οι σημερινοί/ές μαθητές/ήτριες διαφέρουν σημαντικά από προηγούμενες γενιές, καθώς έχουν μεγαλώσει με την τεχνολογία ως αναπόσπαστο κομμάτι της καθημερινότητάς τους. Είναι, συνεπώς, πιο εξοικειωμένοι/ένες με ψηφιακούς τρόπους μάθησης, οι οποίοι περιλαμβάνουν ακόμη και φορητές συσκευές όπως τα "έξυπνα" κινητά τηλέφωνα (Anderson, 2015). Σε αυτό το πλαίσιο, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα διαδραστικά ψηφιακά εγχειρίδια, τα οποία ενσωματώνουν πολυμέσα και δίνουν τη δυνατότητα στους/τις μαθητές/ήτριες να αλληλεπιδρούν ενεργά με το διδακτικό υλικό, διευκολύνοντας την κατανόηση και ενισχύοντας την εμπλοκή τους στη μαθησιακή διαδικασία (O'Bannon et al., 2017). Η αξιοποίηση τέτοιων εγχειριδίων βασίζεται σε δύο βασικά θεωρητικά πλαίσια: την Πολυμεσική Θεωρία Μάθησης (Multimedia Learning Theory) και το μοντέλο Technological-Pedagogical-Content Knowledge (TPACK), που παρέχουν το απαραίτητο θεωρητικό υπόβαθρο για την αποτελεσματική ενσωμάτωσή τους στην εκπαιδευτική πράξη.

Τα διαδραστικά ψηφιακά εγχειρίδια προσφέρουν ορισμένα σημαντικά πλεονεκτήματα έναντι των συμβατικών εκπαιδευτικών υλικών, όπως είναι η φορητότητα, η ευκολία χρήσης και η δυνατότητα εξατομικευμένης μάθησης. Οι μαθητές/ήτριες μπορούν να τα αξιοποιούν οπουδήποτε, ακόμα και χωρίς σύνδεση στο διαδίκτυο, μειώνοντας ταυτόχρονα το βάρος από βιβλία και τετράδια (Clark, 2009). Επιπλέον, η δυνατότητα επαναχρησιμοποίησης του υλικού είναι ένα ακόμη καθοριστικό πλεονέκτημα, ειδικά στο πλαίσιο της σύγχρονης ανάγκης για βιώσιμη χρήση πόρων και αντιμετώπιση της κλιματικής κρίσης (Payne et al., 2012). Ακόμα, η ενσωμάτωση εργαλείων αναζήτησης και εξατομίκευσης περιεχομένου βοηθά στην καλύτερη ανταπόκριση στις μαθησιακές ανάγκες των μαθητών/τριών, ιδιαίτερα στις μικρότερες ηλικίες (Huang et al., 2012· Nicholas et al., 2010). Έτσι, η χρήση των διαδραστικών εγχειριδίων μπορεί να συμβάλει καθοριστικά στη βελτίωση της μαθησιακής διαδικασίας και των μαθησιακών αποτελεσμάτων.

Πράγματι, τα δεδομένα της έρευνας των O'Bannon et al. (2017) δείχνουν ότι η χρήση διαδραστικών ψηφιακών εγχειριδίων έχει θετικό αντίκτυπο στη μάθηση, ειδικά στα μαθήματα της πληροφορικής και των μαθηματικών. Σύμφωνα με τους Miller και Ranum (2012), η διδασκαλία της πληροφορικής μέσω ψηφιακών διαδραστικών εγχειριδίων οδήγησε τους/τις μαθητές/ήτριες να εκδηλώσουν έντονο ενδιαφέρον και επιθυμία συνέχισης της εκπαίδευσής τους με τον ίδιο τρόπο. Επιπλέον, η δυνατότητα προγραμματισμού εντός του ίδιου του εγχειριδίου απαλλάσσει τους/τις μαθητές/ήτριες από την ανάγκη εγκατάστασης πρόσθετου λογισμικού ή μεταγλωττιστών, εξαλείφοντας έτσι ένα από τα συχνά εμπόδια που δυσχεραίνουν την ενασχόλησή τους με τον προγραμματισμό. Σε αντίστοιχη μελέτη, οι Lockwood και Mooney (2018) διαπίστωσαν ότι η χρήση διαδραστικών εγχειριδίων κινητοποιεί τους/τις μαθητές/ήτριες, ενισχύοντας τη θετική στάση τους προς την πληροφορική και οδηγώντας τους/τες σε βαθύτερη κατανόηση του αντικειμένου.

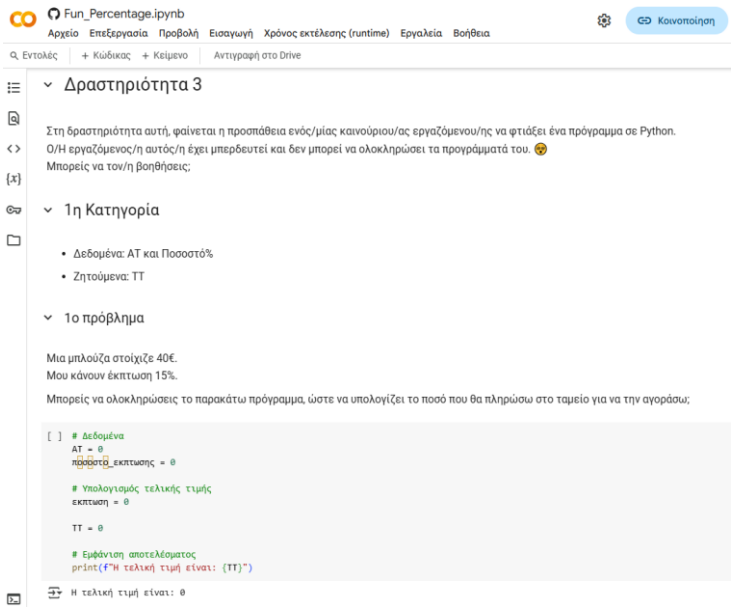
Παρόμοια ευρήματα έχουν καταγραφεί και στη διδασκαλία των μαθηματικών, όπου η χρήση διαδραστικών ψηφιακών εγχειριδίων συνδέεται με αυξημένη συμμετοχή και ενεργοποίηση, ενίσχυση της εξατομικευμένης μάθησης και παροχή διαφοροποιημένων ασκήσεων (Pepin et al., 2015). Ωστόσο, η επίδρασή τους στη μάθηση μέσω ΥΣ παραμένει περιορισμένα διερευνημένη. Η διεθνής εμπειρία δείχνει ότι η ενσωμάτωση της ΥΣ υποστηρίζει την κατανόηση μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων (Φεσάκης & Μουστάκα, 2024), με παραδείγματα όπως η έμφαση στην αλγεβρική σκέψη στη Σουηδία (Bråting & Kilhamn, 2020) και η χρήση micro:bit για πειράματα πιθανότητας στη Νορβηγία (Andersen, 2022), που επηρέασαν την ανάπτυξη εμπλουτισμένων εγχειριδίων όπως το παρόν. Στην Ελλάδα, αν και η ενσωμάτωση της ΥΣ στη διδασκαλία των μαθηματικών μέσω προγραμματισμού δεν εφαρμόζεται σε μεγάλη κλίμακα, μελέτες και πρωτοβουλίες, όπως οι "μισοψημένοι μικρόκοσμοι" (Kynigos & Kalogeria, 2012), έχουν επηρεάσει την ανάπτυξη εμπλουτισμένων ψηφιακών σχολικών εγχειριδίων και μαθησιακών αντικειμένων στο εθνικό αποθετήριο Φωτόδεντρο. Τα εγχειρίδια αυτά, διαθέσιμα μέσω του Υπουργείου Παιδείας, περιλαμβάνουν δραστηριότητες με στοιχεία προγραμματισμού και ΥΣ.

Η παρούσα εργασία διαφοροποιείται, προτείνοντας ένα διαδραστικό εγχειρίδιο όπου οι μαθητές/ήτριες αλληλεπιδρούν απευθείας με εκτελέσιμο κώδικα σε περιβάλλον Jupyter Notebook, δοκιμάζοντας λύσεις σε πραγματικό χρόνο και προσφέροντας μια πιο βιωματική προσέγγιση. Η έρευνα επικεντρώνεται στον σχεδιασμό, την ανάπτυξη και τη διερεύνηση της επίδρασης ενός διαδραστικού ψηφιακού εγχειριδίου μαθηματικών στην καλλιέργεια της ΥΣ. Βασικό ερώτημα αποτελεί το πώς τέτοιου είδους εγχειρίδια, αξιοποιώντας τις σύγχρονες τεχνολογίες, μπορούν να ενσωματωθούν αποτελεσματικά στη μαθησιακή διαδικασία ως καινοτόμα εκπαιδευτικά εργαλεία. Παράλληλα, εξετάζεται η στάση των μαθητών/τριών απέναντι στο συγκεκριμένο εγχειρίδιο καθώς και η αποτελεσματικότητά του ως προς την επίτευξη των μαθησιακών στόχων που έχουν τεθεί.

Παρουσίαση του διαδραστικού ψηφιακού εγχειριδίου

Ο σχεδιασμός και η υλοποίηση του διαδραστικού ψηφιακού εγχειριδίου (Σχήμα 1), ήταν αποτέλεσμα πολύμηνης μελέτης και ανασκόπησης του θεωρητικού πλαισίου, της υπάρχουσας κατάστασης στη διδακτική της ΥΣ, της διδασκαλίας των μαθηματικών μέσω της ΥΣ καθώς και της αξιοποίησης διαδραστικών ψηφιακών εγχειριδίων. Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε προσεκτικός σχεδιασμός των δραστηριοτήτων και της συνολικής δομής του υλικού. Το διαδραστικό ψηφιακό εγχειρίδιο σχεδιάστηκε από τους ερευνητές σύμφωνα με το μοντέλο διαδοχικών προσεγγίσεων SAM (Sites & Green, 2014), το οποίο περιλαμβάνει τις φάσεις της προετοιμασίας, του επαναληπτικού σχεδιασμού και της επαναληπτικής ανάπτυξης.

Στην πρώτη φάση πραγματοποιήθηκε μια γρήγορη συλλογή πληροφοριών υπόβαθρου, η οποία περιλάμβανε την εξέταση του σχολικού εγχειριδίου μαθηματικών και των εμπλουτισμένων δραστηριοτήτων του αποθετηρίου Φωτόδεντρο για την ενότητα "Αναλογίες και Ποσοστά" της Α’ Γυμνασίου. Παράλληλα, διερευνήθηκαν οι δυνατότητες, οι αδυναμίες και οι προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών/τριών με τη βοήθεια της εκπαιδευτικού μαθηματικών του τμήματος όπου πραγματοποιήθηκε η εκπαιδευτική παρέμβαση. Με βάση τα παραπάνω, καθορίστηκαν οι γενικοί μαθησιακοί στόχοι για την επιλεγμένη ενότητα. Η φάση αυτή ολοκληρώθηκε με τη δημιουργία πρόχειρων σχεδιαγραμμάτων που αξιοποιήθηκαν στην επόμενη φάση, ενσωματώνοντας ασκήσεις τόσο από το σχολικό εγχειρίδιο όσο και από τα μαθησιακά αντικείμενα του Φωτόδεντρου.



Σχήμα 1. Στιγμιότυπο από το διαδραστικό ψηφιακό εγχειρίδιο

Κατά τη δεύτερη φάση, τα αρχικά σχέδια του εγχειριδίου αναπτύχθηκαν περαιτέρω και βελτιώθηκαν. Συγκεκριμένα, καθορίστηκαν λεπτομερώς οι στόχοι, οι εργασίες και το χρονοδιάγραμμα, ενώ ζητήθηκε ανατροφοδότηση από την εκπαιδευτικό μαθηματικών. Η εκπαιδευτικός έκρινε το εγχειρίδιο ενδιαφέρον και κατάλληλο για τους μαθητές/ήτριές της και πρότεινε την προσθήκη επιπλέον προβλημάτων υπολογισμού ποσοστών που χρησιμοποιούσε ήδη στη διδασκαλία της καθώς και την αφαίρεση ορισμένων κουμπιών "hint", αφού η ίδια θα καθοδηγούσε ενεργά τη μαθησιακή διαδικασία. Έπειτα από την ανατροφοδότησή της πραγματοποιήθηκαν οι απαραίτητες τροποποιήσεις.

Στην τελευταία φάση, το εγχειρίδιο ολοκληρώθηκε και δοκιμάστηκε στη διδακτική παρέμβαση, χωρίς να ακολουθηθούν οι εκδόσεις Alpha και Beta, καθώς το υλικό δεν προορίζεται για το ευρύ κοινό.

Η υλοποίηση του εγχειριδίου πραγματοποιήθηκε μέσω της πλατφόρμας Jupyter Notebook και του λογισμικού Anaconda, περιλαμβάνει διαδραστικά στοιχεία, ερωτήσεις αξιολόγησης και δυνατότητα εκτέλεσης κώδικα από τους μαθητές/ήτριες και είναι διαθέσιμο διαδικτυακά μέσω του συνδέσμου: https://bit.ly/mam-jupyter.

Το τελικό εγχειρίδιο ενσωματώνει διαδραστικές δραστηριότητες στο πλαίσιο διερευνητικής μάθησης, ακολουθώντας το μοντέλο 5E (Bybee et al., 2006). Στο στάδιο Engage (Εκκίνηση ενδιαφέροντος), οι μαθητές/ήτριες ερμηνεύουν εκφράσεις ποσοστών από την καθημερινή ζωή, ενεργοποιώντας προϋπάρχουσες γνώσεις και συνδέοντας τις έννοιες με οικεία παραδείγματα (Δραστηριότητα 0). Στο Explore (Διερεύνηση), με τη χρήση διαδραστικού πλέγματος στο Geogebra διερευνούν ποσοστά χρωματισμένων περιοχών, χωρίς προηγούμενη διδασκαλία της διαδικασίας υπολογισμού (Δραστηριότητα 1). Στο Explain (Επεξήγηση), παρουσιάζονται τύποι και κανόνες για ποσοστά, αυξήσεις, μειώσεις, ΦΠΑ και τόκους, μέσω βίντεο και πινάκων που συνδέουν τη διερεύνηση με τις τυπικές μαθηματικές διατυπώσεις (Δραστηριότητα 2). Στο Elaborate (Εμβάθυνση), οι γνώσεις

εφαρμόζονται σε νέα προβλήματα, με συμπλήρωση προγραμμάτων Python για διαφορετικούς υπολογισμούς ποσοστών (Δραστηριότητα 3). Τέλος, στο Evaluate (Αξιολόγηση), οι μαθητές/ήτριες συμπληρώνουν ερωτηματολόγιο Google Form και post-test για την αξιολόγηση της κατανόησης και των στάσεών τους (Δραστηριότητα 4).
Στην εκπαιδευτική πράξη, το εγχειρίδιο εφαρμόστηκε ως αυτόνομο εγχειρίδιο στη διδακτική παρέμβαση. Η εφαρμογή του πραγματοποιήθηκε σε 2 συνεχόμενες διδακτικές ώρες, κατά τις οποίες το τμήμα χωρίστηκε σε ομάδες των 5-6 ατόμων. Κάθε ομάδα εργάστηκε συνεργατικά στις δραστηριότητες του εγχειριδίου, αξιοποιώντας τα διαδραστικά στοιχεία και τον εκτελέσιμο κώδικα, ενώ η εκπαιδευτικός παρείχε καθοδήγηση και υποστήριξη καθ' όλη τη διάρκεια της διαδικασίας.

Μεθοδολογία και ερευνητικές συνθήκες

Σκοπός και ερευνητικά ερωτήματα

Στη σύγχρονη εκπαιδευτική πραγματικότητα, είναι πιο κρίσιμο από ποτέ οι μαθητές/ήτριες να αποκτούν τις απαραίτητες γνώσεις και δεξιότητες, μεταξύ των οποίων συγκαταλέγεται και η ΥΣ. Η διδασκαλία των μαθηματικών μέσω εγχειριδίων που επιτρέπουν την άμεση συγγραφή και εκτέλεση κώδικα μπορεί να συμβάλει ουσιαστικά στην ανάπτυξη της ΥΣ, προσδίδοντας παράλληλα μεγαλύτερη σημασία και εφαρμοσιμότητα στη μαθησιακή διαδικασία.

Ωστόσο, το ζήτημα της σχεδίασης και αξιοποίησης διαδραστικών διδακτικών εγχειριδίων παραμένει ανοιχτό, καθώς πρόκειται για ένα πεδίο που βρίσκεται ακόμα σε πρώιμο στάδιο ανάπτυξης. Τα περισσότερα ψηφιακά εγχειρίδια συνιστούν απλώς ψηφιοποιημένες εκδοχές των έντυπων εκδόσεων, γεγονός που περιορίζει την αξιοποίηση των δυνατοτήτων που προσφέρει το ψηφιακό περιβάλλον.

Συνεπώς, στο πλαίσιο της ανάπτυξης και αξιολόγησης ενός διαδραστικού ψηφιακού εγχειριδίου μαθηματικών που ενσωματώνει τον προγραμματισμό, τίθενται τα παρακάτω ερευνητικά ερωτήματα:

- ΕΕ1: Με ποιον τρόπο μπορεί να σχεδιαστεί και να αναπτυχθεί ένα διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο μαθηματικών που ενσωματώνει προγραμματισμό Η/Υ;
- ΕΕ2: Ποια είναι η στάση των μαθητών/τριών σχετικά με το διαδραστικό ψηφιακό εγχειρίδιο;
- ΕΕ3: Βελτιώνεται η κατανόηση της έννοιας του ποσοστού και η ικανότητα επίλυσης σχετικών προβλημάτων μετά τη χρήση του εγχειριδίου;
- ΕΕ4: Συνεισφέρει στην ανάπτυξη της ικανότητας της ΥΣ των μαθητών/τριών η χρήση του διαδραστικού ψηφιακού εγχειριδίου μαθηματικών με ενσωματωμένο προγραμματισμό Η/Υ;

Δείγμα και μεθοδολογικά εργαλεία

Για τον σχεδιασμό του διαδραστικού εγχειριδίου εφαρμόστηκε έρευνα με σχεδιασμό (diSessa & Cobb, 2004) και για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας μελέτη περίπτωσης (Yin, 2011). Η μονάδα ανάλυσης της μελέτης περίπτωσης ήταν ένα τμήμα 16 ατόμων της Α' Γυμνασίου, ενός επαρχιακού γυμνασίου, ηλικίας 12-13 ετών.

Για την επιλογή του δείγματος χρησιμοποιήθηκε δείγμα ευκολίας, το οποίο στερεί τη δυνατότητα γενίκευσης και μας επιτρέπει μόνο να εξάγουμε ενδείξεις για τις απόψεις των μαθητών/τριών που ρωτήθηκαν. Το συγκεκριμένο τμήμα επιλέχθηκε για τον περιορισμένο

αριθμό των μαθητών/τριών του, που αφενός διευκόλυνε την υλοποίηση της διδακτικής παρέμβασης και αφετέρου δεν απαιτούσε την εύρεση μεγάλου αριθμού φορητών Η/Υ.

Η παρέμβαση υλοποιήθηκε στην ενότητα "Αναλογίες και Ποσοστά", σύμφωνα με τον προγραμματισμό της εκπαιδευτικού, και είχε διάρκεια δύο διδακτικών ωρών. Οι μαθητές/ήτριες εργάστηκαν σε ομάδες των 5-6 ατόμων, ώστε να ενισχυθούν η συνεργατικότητα, η αλληλεπίδραση και η αμοιβαία υποστήριξη. Για τον σχεδιασμό του εγχειριδίου πραγματοποιήθηκε εκτεταμένη βιβλιογραφική επισκόπηση, ανάλυση αντίστοιχων διαδραστικών ψηφιακών εγχειριδίων και ημιδομημένη συνέντευξη με την εκπαιδευτικό, προκειμένου να ενσωματωθούν οι κατάλληλες εκπαιδευτικές και παιδαγωγικές προδιαγραφές.

Η αξιολόγηση της εφαρμογής του εγχειριδίου και της επίδρασής του στους μαθησιακούς στόχους βασίστηκε σε συνδυασμό ποιοτικών και ποσοτικών εργαλείων. Συλλέχθηκαν ποιοτικά δεδομένα μέσω δομημένης παρατήρησης κατά τη διάρκεια της παρέμβασης, ανάλυσης των δομημάτων των μαθητών/τριών και ημιδομημένης συνέντευξης με την εκπαιδευτικό. Επιπλέον, χρησιμοποιήθηκε ερωτηματολόγιο στάσεων προς το ηλεκτρονικό εγχειρίδιο, του οποίου η εσωτερική συνοχή αξιολογήθηκε με τον δείκτη Cronbach's Alpha (a = 0,789, N = 33 ερωτήσεις), ένδειξη υψηλής αξιοπιστίας. Η εγκυρότητα περιεχομένου διασφαλίστηκε μέσα από παρατηρήσεις και διορθώσεις της εκπαιδευτικού.

Η ανάλυση των δεδομένων έγινε με το λογισμικό SPSS v26 σε δύο στάδια. Αρχικά πραγματοποιήθηκε περιγραφική ανάλυση (συχνότητες, ποσοστά, μέσοι όροι (*ΜΟ*) και τυπικές αποκλίσεις (*ΤΑ*). Στη συνέχεια, για τη σύγκριση μετρήσεων πριν και μετά την παρέμβαση εφαρμόστηκε το μη παραμετρικό κριτήριο Wilcoxon, καθώς ο έλεγχος κανονικότητας με το στατιστικό κριτήριο Shapiro-Wilk (ενδεδειγμένο για δείγματα μικρότερα των 50 ατόμων) έδειξε ότι οι τιμές των μεταβλητών δεν ακολουθούσαν την κανονική κατανομή (p < 0,050).

Διασφαλίστηκε η συναίνεση των γονέων και η άδεια από τη Διεύθυνση του σχολείου, ενώ η συμμετοχή των μαθητών/τριών ήταν εθελοντική. Το ερωτηματολόγιο ενσωματώθηκε ως τελευταία δραστηριότητα στο διαδραστικό ψηφιακό εγχειρίδιο και περιείχε ερωτήσεις πεντάβαθμης κλίμακας Likert.

Αποτελέσματα

Από την ποιοτική ανάλυση της παρατήρησης και των συνεντεύξεων κατά τη διάρκεια της παρέμβασης, διαπιστώθηκε πως οι μαθητές/ήτριες επέδειξαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον και ενθουσιασμό κατά τη χρήση του διαδραστικού ψηφιακού εγχειριδίου. Το εγχειρίδιο θεωρήθηκε εύχρηστο και κατανοητό, ενώ η ενσωμάτωση του προγραμματισμού κίνησε σημαντικά την περιέργεια των συμμετεχόντων/ουσών. Κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, οι μαθητές/ήτριες συνεργάστηκαν ενεργά, αντιμετώπισαν με επιτυχία τις προκλήσεις των δραστηριοτήτων και έδειξαν υψηλή διάθεση να ασχοληθούν ξανά με παρόμοια εργαλεία. Η εκπαιδευτικός της τάξης επισήμανε τη θετική συμβολή του εγχειριδίου στην κατανόηση της έννοιας των ποσοστών, στον τρόπο επίλυσης σχετικών προβλημάτων, αλλά και στην ενίσχυση δεξιοτήτων της ΥΣ, ιδιαίτερα της αλγοριθμικής σκέψης και της αποσύνθεσης προβλημάτων.

Η ποσοτική ανάλυση των δεδομένων ενίσχυσε τα ποιοτικά αυτά ευρήματα. Οι μαθητές/ήτριες αξιολόγησαν θετικά το διαδραστικό ψηφιακό εγχειρίδιο (*ΜΟ* = 3,95, *ΤΑ* = 0,437), χαρακτηρίζοντάς το ως κατανοητό (*ΜΟ* = 4,38, *ΤΑ* = 0,806), ενδιαφέρον (*ΜΟ* = 3,88, *ΤΑ* = 0,806) και εύχρηστο (*ΜΟ* = 3,56, *ΤΑ* = 1,094). Αναφορικά με τα συναισθήματα που βίωσαν, καταγράφηκαν υψηλά επίπεδα ενδιαφέροντος (*ΜΟ* = 3,94, *ΤΑ* = 0,929), ενθουσιασμού (*ΜΟ* = 3,81, *ΤΑ* = 1,109) και χαράς (*ΜΟ* = 3,44, *ΤΑ* = 0,892), ενώ χαμηλά επίπεδα άγχους (*ΜΟ* = 1,56, *ΤΑ* = 1,209) και πλήξης (*ΜΟ* = 1,69, *ΤΑ* = 0,793).

Τέλος, η συγκριτική ανάλυση πριν και μετά τη διδακτική παρέμβαση (κριτήριο Wilcoxon) ανέδειξε στατιστικά σημαντική βελτίωση στην κατανόηση της έννοιας των ποσοστών (Z =-3,5, p < 0,001), στον υπολογισμό προβλημάτων με ποσοστά (Z = -3,035, p = 0,002) καθώς και στην ανάπτυξη δεξιοτήτων της ΥΣ και της αλγοριθμικής σκέψης (Z = -3,557, p < 0,001). Τα παραπάνω αποτελέσματα επιβεβαιώνουν τη θετική επίδραση του διαδραστικού εγχειριδίου στη μαθησιακή διαδικασία.

Απαντήσεις στα ερευνητικά ερωτήματα

Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων, προέκυψαν οι εξής απαντήσεις στα ερευνητικά ερωτήματα:

ΕΕ1: Το διαδραστικό εγχειρίδιο σχεδιάστηκε με βάση το μοντέλο SAM, με βιβλιογραφική επισκόπηση, εντατική συνεργασία με την εκπαιδευτικό και υλοποίηση στο περιβάλλον Jupyter, ενσωματώνοντας δραστηριότητες προγραμματισμού. Ωστόσο, δεν είναι πάντα προφανές ποιες μαθηματικές δραστηριότητες προσφέρονται για υλοποίηση μέσω προγραμματισμού, γεγονός που απαιτεί ιδιαίτερη παιδαγωγική και τεχνική επεξεργασία κατά τον σχεδιασμό.

ΕΕ2: Οι μαθητές/ήτριες αξιολόγησαν το εγχειρίδιο θετικά ως εύχρηστο, διασκεδαστικό και ενδιαφέρον, δηλώνοντας ότι θα επιθυμούσαν περισσότερα μαθήματα με αυτό.

ΕΕ3: Καταγράφηκε στατιστικά σημαντική βελτίωση στην κατανόηση της έννοιας του ποσοστού. Αντίστοιχη βελτίωση διαπιστώθηκε και στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων με ποσοστά. Τα ευρήματα αυτά αναδεικνύουν τη συμβολή του διαδραστικού εγχειριδίου στην ενίσχυση της αποτελεσματικής διδασκαλίας μαθηματικών εννοιών.

ΕΕ4: Η χρήση του εγχειριδίου συνέβαλε στην ανάπτυξη δεξιοτήτων ΥΣ, όπως η αλγοριθμική σκέψη, η αποσύνθεση και η αυτοματοποίηση.

Συμπεράσματα-περιορισμοί-προτάσεις

Η παρούσα μελέτη διερεύνησε την ενσωμάτωση της ΥΣ στη διδασκαλία των μαθηματικών, μέσω ενός διαδραστικού ψηφιακού εγχειριδίου που αναπτύχθηκε με βάση το μοντέλο SAM. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η αξιοποίηση ενός τέτοιου εργαλείου στη σχολική τάξη μπορεί να έχει σημαντικά οφέλη, τόσο ως προς τη στάση των μαθητών/τριών απέναντι στο μάθημα όσο και ως προς τα μαθησιακά αποτελέσματα. Συγκεκριμένα, οι μαθητές/ήτριες αντιμετώπισαν θετικά το εγχειρίδιο, χαρακτηρίζοντάς το διασκεδαστικό, ενδιαφέρον, κατανοητό και εύχρηστο, ενώ εξέφρασαν την επιθυμία να το αξιοποιήσουν και σε άλλα μαθήματα.

Από τη σύγκριση των δεδομένων πριν και μετά τη διδακτική παρέμβαση προέκυψε στατιστικά σημαντική βελτίωση στην κατανόηση και στον υπολογισμό των ποσοστών καθώς και στην ανάπτυξη δεξιοτήτων της ΥΣ, όπως η αλγοριθμική σκέψη, η αποσύνθεση και η γενίκευση. Τα ποσοτικά αυτά ευρήματα συμφωνούν με αντίστοιχα αποτελέσματα διεθνών ερευνών (Lockwood & Mooney, 2018· Miller & Ranum, 2012· O'Bannon et al., 2017), ενισχύοντας τη θέση ότι τα διαδραστικά εγχειρίδια με ενσωμάτωση του προγραμματισμού έχουν θετική επίδραση στη μάθηση των μαθηματικών και στην ανάπτυξη της ΥΣ.

Η ανάπτυξη ενός διαδραστικού εγχειριδίου με ενσωματωμένο προγραμματισμό απαιτεί σημαντική προσπάθεια και τεχνικό υπόβαθρο. Ωστόσο, τα θετικά αποτελέσματα της παρούσας μελέτης υποδεικνύουν ότι πρόκειται για μια επένδυση με πολλαπλά εκπαιδευτικά οφέλη.

Παρά τα ενθαρρυντικά αποτελέσματα, η έρευνα παρουσιάζει περιορισμούς. Ο βασικότερος αφορά το μικρό μέγεθος του δείγματος, γεγονός που δεν επιτρέπει γενίκευση των

ευρημάτων στο σύνολο του μαθητικού πληθυσμού. Επίσης, η μικρή διάρκεια της παρέμβασης (2 διδακτικές ώρες) ενδέχεται να μην επαρκεί για την πλήρη ανάπτυξη και αξιολόγηση όλων των δεξιοτήτων που σχετίζονται με την ΥΣ. Επιπλέον, η παρέμβαση ήταν εντοπισμένη σε μία μικρή και πολύ συγκεκριμένη ενότητα των μαθηματικών, γεγονός που περιορίζει την εξαγωγή συμπερασμάτων για την εφαρμογή της μεθόδου σε άλλες μαθηματικές περιοχές.

Μελλοντικές έρευνες θα μπορούσαν να διερευνήσουν την αποτελεσματικότητα ανάλογων παρεμβάσεων σε μεγαλύτερα δείγματα και με πιο εκτεταμένη διάρκεια καθώς και την εφαρμογή παρόμοιων εργαλείων σε άλλες μαθηματικές έννοιες και τάξεις. Επιπλέον, ενώ υπάρχουν πολλά παραδείγματα δραστηριοτήτων που σχετίζονται με τον υπολογισμό αλγεβρικών τιμών, παρατηρείται έλλειψη δραστηριοτήτων για τη διαχείριση και επεξεργασία αλγεβρικών παραστάσεων, αξιοποιώντας υπάρχουσες βιβλιοθήκες της Python. Τέλος, η αξιοποίηση της Τεχνητής Νοημοσύνης θα μπορούσε να προσφέρει σημαντικές δυνατότητες για την ανάπτυξη εξατομικευμένων διαδραστικών εγχειριδίων, προσαρμοσμένων στις ανάγκες τόσο των μαθητών/τριών όσο και των εκπαιδευτικών.

Αναφορές

Alpizar-Chacon, I., Van Der Hart, M., Wiersma, Z., Theunissen, L., & Sosnovsky, S. (2020). Transformation of PDF textbooks into intelligent educational resources. In S. Sosnovsky, P. Brusilovsky, R. Baraniuk, & A. Lan (Eds.), *Proceedings of the Second International Workshop on Intelligent Textbooks 2020* (vol. 2674, pp. 4-16). CEUR Workshop Proceedings.

Andersen, R. (2022). Block-based programming and computational thinking in a collaborative setting: A case study of integrating programming into a maths subject. *Acta Didactica Norden, 16*(4), 1-22. https://doi.org/10.5617/adno.9169

Anderson, M. (2015). *Technology device ownership: 2015*. Pew Research Center.

Bocconi, S., Chioccariello, A., & Earp, J. (2018). *The Nordic approach to introducing computational thinking and programming in compulsory education*. Report prepared for the Nordic@BETT2018 Steering Group. https://doi.org/10.17471/54007

Bybee R. W., Taylor J. A., Gardner A., Van Scotter P., Powell J. C., Westbrook A., & Landes N. (2006). *The BSCS 5E instructional model: origins, effectiveness, and applications*. Colorado Springs: BSCS.

Bråting, K., & Kilhamn, C. (2020). Exploring the intersection of algebraic and computational thinking. *Mathematical Thinking and Learning, 23*(2), 1-16. https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1779012

Clark, D. T. (2009). Lending Kindle e-book readers: First results from the Texas A&M University project. *Collection Building, 28*(4), 146-149. https://doi.org/10.1108/01604950910999774

diSessa, A. A., & Cobb, P. (2004). Ontological innovation and the role of theory in design experiments. *Journal of the Learning Sciences, 13*(1), 77-103. https://doi.org/10.1207/s15327809jls1301_4

Huang, Y.-M., Liang, T.-H., Su, Y.-N., & Chen, N.-S. (2012). Empowering personalized learning with an interactive e-book learning system for elementary school students. *Educational Technology Research and Development, 60*(4), 703-722. https://doi.org/10.1007/s11423-012-9237-6

Jona, K., Wilensky, U., Trouille, L., Horn, M. S., Orton, K., Weintrop, D., & Beheshti, E. (2014). *Embedding computational thinking in science, technology, engineering, and math (CT-STEM)* [Conference presentation]. Future Directions in Computer Science Education Summit Meeting.

Kallia, M., Van Borkulo, S. P., Drijvers, P., Barendsen, E., & Tolboom, J. (2021). Characterising computational thinking in mathematics education: A literature-informed Delphi study. *Research in Mathematics Education, 23*(2), 159-187. https://doi.org/10.1080/14794802.2020.1852104

Kynigos, C., & Kalogeria, E. (2012). Boundary crossing through in-service online mathematics teacher education: the case of scenarios and half-baked microworlds. *ZDM Mathematics Education, 44*, 733-745. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0455-5

Leonard, J., Buss, A., Gamboa, R., Mitchell, M., Fashola, O. S., Hubert, T., & Almughyirah, S. (2016). Using robotics and game design to enhance children's self-efficacy, STEM attitudes, and computational thinking skills. *Journal of Science Education and Technology, 25*(6), 860-876. https://doi.org/10.1007/s10956-016-9628-2

Lockwood, E., & Mørken, K. (2021). A call for research that explores relationships between computing and mathematical thinking and activity in RUME. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 7*, 404-416. https://doi.org/10.1007/s40753-020-00129-2

Lockwood, J., & Mooney, A. (2018). Computational thinking in education: Where does it fit? A systematic literary review. *International Journal of Computer Science Education in Schools, 2*(1), 41-60. https://doi.org/10.21585/ijcses.v2i1.26

Miller, B., & Ranum, D. (2012). Beyond PDF and ePub: Toward an interactive textbook. *Proceedings of the 17th ACM Annual Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education* (pp. 150-155). ACM. https://doi.org/10.1145/2325296.2325335

National Science Foundation. (2013). *Common guidelines for education research and development*. Institute of Education Sciences.

Nicholas, D., Rowlands, I., & Jamali, H. R. (2010). E-textbook use, information seeking behaviour and its impact: Case study business and management. *Journal of Information Science, 36*(2), 263-280. https://doi.org/10.1177/0165551510363660

O'Bannon, B. W., Skolits, G. J., & Lubke, J. K. (2017). The influence of digital interactive textbook instruction on student learning preferences, outcomes, and motivation. *Journal of Research on Technology in Education, 49*(3-4), 103-116. https://doi.org/10.1080/15391523.2017.1303798

Payne, K. F., Goodson, A. M., Tahim, A., Wharrad, H. J., & Fan, K. (2012). Using the iBook in medical education and healthcare settings: The iBook as a reusable learning object; A report of the author's experience using iBooks Author software. *Journal of Visual Communication in Medicine, 35*(4), 162-169. https://doi.org/10.3109/17453054.2012.747173

Pepin, B., Gueudet, G., Yerushalmy, M., Trouche, L., & Chazan, D. (2015). E-textbooks in/for teaching and learning mathematics: A disruptive and potentially transformative educational technology. In L. D. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 636-661). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203448946

Sites, R., & Green, A. (2014). *Leaving ADDIE for SAM field guide: guidelines and templates for developing the best learning experiences*. Astd Press.

Weintrop, D., Beheshti, E., Horn, M., Orton, K., Jona, K., Trouille, L., & Wilensky, U. (2016). Defining computational thinking for mathematics and science classrooms. *Journal of Science Education and Technology, 25*(1), 127-147. https://doi.org/10.1007/s10956-015-9581-5

Wilensky, U. (1995). Paradox, programming, and learning probability: A case study in a connected mathematics framework. *The Journal of Mathematical Behavior, 14*(2), 253-280. https://doi.org/10.1016/0732-3123(95)90010-1

Wing, J. (2011). Research notebook: Computational thinking - What and why? *The Link Magazine, 6*(2011): 20-23.

Yin, R. K. (2011). *Applications of case study research*. Sage.

Φεσάκης, Γ., & Μουστάκα, Μ.-Α. (2024). Η ενσωμάτωση της Υπολογιστικής Σκέψης στη διδασκαλία των Μαθηματικών. *ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ γ΄, 100*(1-2).