ePublishing
ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗΣ
NATIONAL DOCUMENTATION CENTRE

Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2002)

3ο Συνέδριο ΕΤΠΕ «Οι ΤΠΕ στην Εκπαίδευση»

Χρήση Μαθηματικού Λογισμικού στην Ευκλείδεια Γεωμετρία

Ευγένιος Αυγερινός , Μανουήλ Κιουλάφας

Βιβλιογραφική αναφορά:

Αυγερινός Ε., & Κιουλάφας Μ. (2026). Χρήση Μαθηματικού Λογισμικού στην Ευκλείδεια Γεωμετρία . *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, *1*, 529–532. ανακτήθηκε από https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/8948

Χρήση Μαθηματικού Λογισμικού στην Ευκλείδεια Γεωμετρία

Ευγένιος Αυγερινός
Αναπληρωτής Καθηγητής Π.Τ.Δ.Ε
Πανεπιστήμιο Αιγαίου
eavger@.rhodes.aegean.gr

Μανουήλ Κιουλάφας
Master στην Διδακτική των Μαθηματικών
Υπ. Διδάκτωρ Π.Τ.Δ.Ε Πανεπιστήμιο Αιγαίου
mkioul@rhodes.Aegean.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Με την συνεχόμενη βελτίωση των Η/Υ έκαναν την εμφάνιση τους αξιόλογα προγράμματα Μαθηματικών, με τα οποία μπορούμε να σχεδιάσουμε και να παρουσιάσουμε Αλγεβρικές – Γεωμετρικές ενότητες στους μαθητές των σχολείων μας. Με τη δύναμη της εποπτείας που διαθέτουν τα προγράμματα αυτά, μπορούμε να επιτύχουμε την αδιάσπαστη προσοχή των μαθητών μας και συνάμα την βαθύτερη κατανόηση λεπτών Μαθηματικών εννοιών. Κάνοντας χρήση του γεωμετρικού σχεδιαστικού προγράμματος Sketchpad θα παρουσιάσουμε και θα λύσουμε βήμα – βήμα ένα γεωμετρικό πρόβλημα, επικεντρώνοντας συγχρόνως την προσοχή αφ' ενός μεν στα πλεονεκτήματα που προσφέρουν αυτού του είδους τα λογισμικά προγράμματα και αφ' ετέρου στην απάντηση του προσφιλούς για τους μαθητές ερωτήματος «αφού πειραματίζομαι και βλέπω ότι ισχύει τι παραπάνω θα μου προσφέρει η απόδειξη;».

Στην εργασία αυτή, επιχειρείται, να οριοθετηθεί ο πειραματισμός και να επισημανθεί ο ρόλος της απόδειξης για τα Μαθηματικά.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: *εποπτεία, διαίσθηση, εικασία, πείραμα, ανακάλυψη, απόδειξη.*

Με την εμφάνιση των Η/Υ και την εισαγωγή τους στην αγορά άρχισαν να εμφανίζονται δειλά – δειλά προγράμματα που θα έκαναν πιο ελκυστική και πιο χρήσιμη την αγορά ενός Η/Υ.

Με την συνεχόμενη όμως βελτίωση των δυνατοτήτων του Hardware και την πτώση της αγοραστικής αξίας των Η/Υ , εμφανίστηκε συγχρόνως αξιόλογο λογισμικό σε κάθε τομέα.

Εμφανίστηκαν προγράμματα που έχουν σχέση με την οργάνωση ενός γραφείου, λογιστικά προγράμματα, εκπαιδευτικά, σχεδιαστικά, προγράμματα που δεν ήταν εύκολο για οποιονδήποτε ήθελε να επιτελέσει την δουλεία του με υπευθυνότητα να τον αφήσουν αδιάφορο.

Έτσι λοιπόν έχουμε και την ανάπτυξη αξιόλογου Μαθηματικού λογισμικού το οποίο αν χρησιμοποιηθεί σωστά έχει την δυνατότητα να μεταδώσει στον χρήστη τη χαρά του ερευνητή, τηρουμένων των αναλογιών βέβαια, μέσου της δυνατότητας του πειραματισμού που για πρώτη φορά εισάγεται στη Μαθηματική επιστήμη με τη βοήθεια των Η/Υ.

Η δύναμη της εποπτείας στην οποία εμβαπτίζεται ο χρήστης ενός Μαθηματικού λογισμικού τον βοηθά να κατανοήσει σε βάθος το λεπτό και ευαίσθητο χώρο των Μαθηματικών εννοιών εμπλουτίζοντας συγχρόνως, μέσω των αισθητηριακών δεδομένων, τον τόσο χρήσιμο για τα Μαθηματικά χώρο της **διαίσθησης**.

Η κατευθυνόμενη εποπτεία οδηγεί στην εικασία και αυτή με τη σειρά της στην ανακάλυψη της λύσης του προβλήματος.

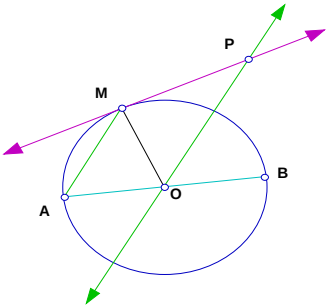
Πολλοί Μαθηματικοί ακόμα και ο Αρχιμήδης είχε πει ότι το πιο σημαντικό και το πιο δύσκολο ήταν να βρει το αποτέλεσμα, τη λύση, ενός προβλήματος και μετά ήταν μια σχετικά απλή υπόθεση, για αυτόν τουλάχιστον, να το αποδείξει.

Σ' αυτόν λοιπόν τον τομέα το Μαθηματικό λογισμικό έχει να προσφέρει πολλά. Θα παρουσιάσω βήμα – βήμα τη λύση ενός γεωμετρικού προβλήματος χρησιμοποιώντας το Sketchpad υπογραμμίζοντας τις δυνατότητες που μας προσφέρονται αλλά και τα προβλήματα που αναδύονται από την χρήση αντίστοιχων λογισμικών προγραμμάτων.

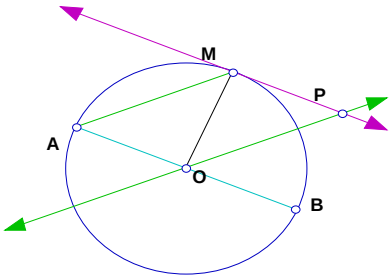
Πρόβλημα

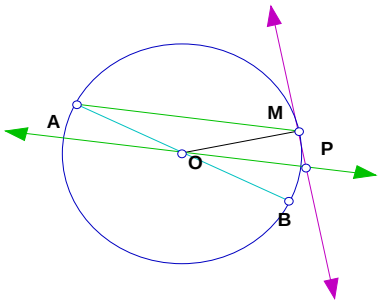
Δίνεται κύκλος (Ο , ρ) και μια διάμετρός του ΑΒ. Έστω Μ τυχαίο σημείο του κύκλου. Φέρω την εφαπτομένη του κύκλου στο Μ και από το Ο την παράλληλη προς την ΑΜ που τέμνει την εφαπτομένη στο Ρ. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος του Ρ καθώς το Μ κινείται πάνω στο κύκλο.

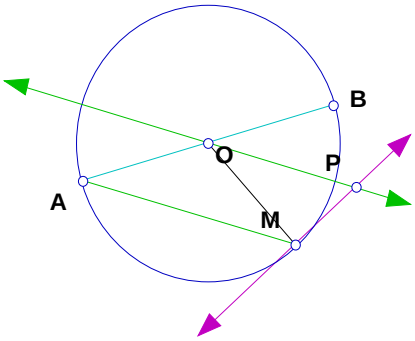
Κατασκευάζω το σχήμα

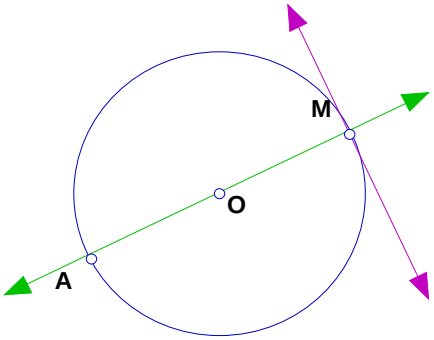


Και αρχίζω να **πειραματίζομαι** μετακινώντας το Μ σε διάφορες θέσεις πάνω στον κύκλο:

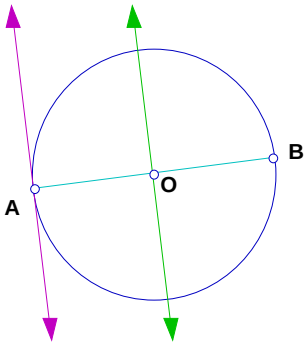








Παρατηρώντας τα σχήματα βλέπω ότι το Ρ παραμένει πάντα από την ίδια πλευρά του κύκλου και μάλιστα αν στο σχήμα μου μετακινήσω συνεχώς το σημείο Μ τότε η κίνηση του Ρ είναι ευθύγραμμη. Άρα δημιουργείται **η εικασία** ότι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι ευθεία γραμμή. Ποια όμως είναι αυτή ;



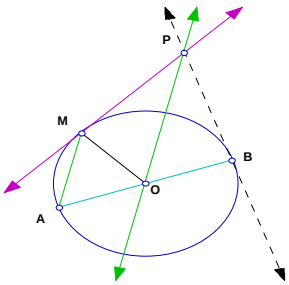
Η εποπτεία των σχημάτων με βοηθάει να κάνω τις παρακάτω παρατηρήσεις:

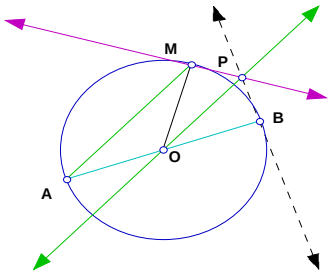
α) οι αποστάσεις ΜΡ και ΡΒ μοιάζουν να είναι ίσες.

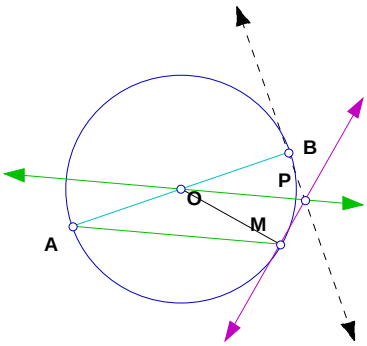
β) όταν το Μ συμπίπτει με το Β τότε το Ρ ταυτίζεται με το Μ.

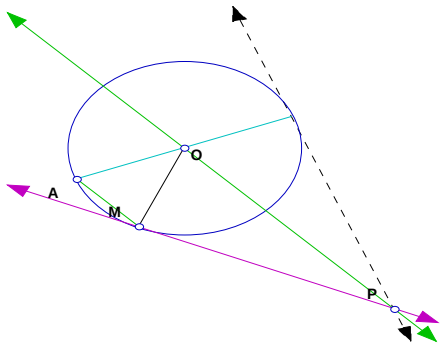
γ) όταν το Μ συμπίπτει με το Α τότε το Ρ δεν ορίζεται.

Κατασκευάζω την ευθεία φέροντας την εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Β (ΜΡ=ΡΒ), δηλαδή το γεωμετρικό τόπο, και τον επαληθεύω σχηματικά.









Οι Η/Υ μας δίνουν την δυνατότητα, **για πρώτη φορά,** να πειραματισθούμε στα Μαθηματικά. Η πειραματική δραστηριότητα δίνει την δυνατότητα στον μαθητή να γίνει ένας μικρός ερευνητής και να νιώσει τη χαρά της ανακάλυψης, εκεί που προηγουμένως δεν έβρισκε κανένα ενδιαφέρον. Μέσω των Η/Υ ανοίγεται θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε, ένα παράθυρο, για την πληρέστερη και βαθύτερη κατανόηση των Μαθηματικών εννοιών. Η εικονική σχηματοποίηση της φαντασίας μας, που πραγματοποιείται μέσω των Η/Υ, μας δίνει την δυνατότητα για βαθύτερο στοχασμό, για πλήρη κατανόηση και ανάλυση του προβλήματος, και για αναστοχασμό αν χρειαστεί, για την πορεία που ακολουθήσαμε στην προσπάθειά μας να φτάσουμε στην λύση του προβλήματος.

Στη λύση του προηγουμένου προβλήματος βλέπουμε ότι ο μεγάλος απών, ήταν η **απόδειξη**. Δηλαδή μέσω των Η/Υ μπορεί μελλοντικά να φτάσουμε σε σημείο που η απόδειξη να μην είναι απαραίτητη στη λύση ενός προβλήματος; Το νόμο της βαρύτητας, για παράδειγμα, δεν τον έχει αποδείξει η Φυσική, και παρ' όλα ταύτα κανένας δεν αμφιβάλλει για την ορθότητά του.

Μπορεί ο πειραματισμός, η εικασία που γεννιέται απ' αυτόν και η ανακάλυψη που έπεται της εικασίας να εξοβελίσουν την απόδειξη από τα Μαθηματικά του Σχολείου ;

Η απόδειξη στα Σχολικά Μαθηματικά, αυτή καθ' αυτή έχει μεγάλη αξία. Δια μέσου της απόδειξης ο μαθητής μπορεί να αντιληφθεί, ότι τα παραστάσεις των αισθητηριακών δεδομένων, δεν είναι αλάνθαστες. Ο πειραματισμός δε μπορεί να υποκαταστήσει την απόδειξη στα Μαθηματικά, όπως συμβαίνει με τις πειραματικές επιστήμες, αλλά πρέπει να οριοθετηθεί στο σχηματισμό της εικασίας, μιας νοητικής λειτουργίας πολύ δύσκολης χωρίς τη βοήθεια του Η/Υ, και τόσο χρήσιμης για τη λύση προβλημάτων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ε.Μ.Ε (2000) *Πρακτικά 17ου Συνεδρίου*
Ελληνική Μαθηματικά Εταιρεία (2001) *Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ και Β΄ Λυκείου*
Κολέζα –Μακρής- Σούρλας: (1993) *" Θέματα Διδακτικής των Μαθηματικών"* εκδ. Gutenberg
Dan Bennett: (1995) "*Workshop Guide for the Geometer's Sketchpad"*