

# Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2002)

3ο Συνέδριο ΕΤΠΕ «Οι ΤΠΕ στην Εκπαίδευση»



Η Δευτερογενής Ανάπτυξη Λογισμικού ως Μέθοδος Αναστοχασμού στην Κατάρτιση Επιμορφωτών

Χρόνης Κυνηγός

## Βιβλιογραφική αναφορά:

Κυνηγός Χ. (2026). Η Δευτερογενής Ανάπτυξη Λογισμικού ως Μέθοδος Αναστοχασμού στην Κατάρτιση Επιμορφωτών . *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, 1, 139–150. ανακτήθηκε από <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/8780>

# Η Δευτερογενής Ανάπτυξη Λογισμικού ως Μέθοδος Αναστοχασμού στην Κατάρτιση Επιμορφωτών

Χρόνης Κυνηγός

Πανεπιστήμιο Αθηνών και Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών, Kynigos@cti.gr

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

*Το άρθρο αυτό συζητά την εμπειρία εκπαιδευτικών στην δευτερογενή ανάπτυξη λογισμικού για τα μαθηματικά ως μέρος της διαδικασίας επιμόρφωσής τους στην αξιοποίηση των Νέων Τεχνολογιών στην εκπαιδευτική πράξη. Το λογισμικό στο οποίο γίνεται αναφορά συνίσταται σε 'μαθηματικούς μικρόκοσμους', δηλαδή εργαλεία με τα οποία ο μαθητής αναπτύσσει μαθηματική σκέψη και κατανόηση καθώς κατασκευάζει μοντέλα και αναπαραστάσεις μαθηματικών αντικειμένων και σχέσεων. Τα εργαλεία αυτά έχουν αυστηρούς κανόνες λειτουργίας αλλά και ελευθερία ως προς το τι θα κάνει και τι θα κατασκευάσει ο μαθητής.*

**ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:** δευτερογενής ανάπτυξη λογισμικού, εκπαιδευτικοί, μαθηματικοί μικρόκοσμοι

## ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ ΕΠΙΜΟΡΦΩΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΝΤ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Το πρόβλημα της ανεπαρκούς κατάρτισης στη διδακτική των μαθηματικών δεν προκύπτει μόνο από την έλλειψή της αλλά και από το οργανωτικό και επιστημονικό πλαίσιο μέσα από το οποίο γίνεται. Μέχρι στιγμής η πλειονότητα των σεμιναρίων και επιμορφωτικών δράσεων στη χώρα μας περισσότερο διαιωνίζουν την αντίληψη μετάδοσης πληροφορίας και εξάσκησης έχοντας ένα χαρακτήρα ενημερωτικό, ο οποίος καθόλου δεν θίγει τα θέματα διδακτικής του μαθήματος ή αντίληψης για τα μαθηματικά. Μέσα στα πλαίσια των επιμορφωτικών στόχων του έργου E42, οι στόχοι επιμόρφωσης για τους μαθηματικούς δεν ήταν μόνο η κατάρτιση σε τεχνικά θέματα χρήσης των λογισμικών ούτε η ενημέρωση και εξάσκησή τους σε συγκεκριμένους τρόπους να διδάξουν σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα με τη στενή έννοια. Ο κεντρικός στόχος ήταν να προβληματιστούν για τη διδακτική και την επιστημολογία των μαθηματικών και για μεθόδους εγκαθίδρυσης κοινότητας μαθηματικής σκέψης και αναλογισμού στις σχολικές κοινότητες των καθηγητών μαθηματικών. Αυτό είναι και γενικότερος στόχος ενδοσχολικής επιμόρφωσης. Η χρήση όμως των εργαλείων λογισμικού για τα μαθηματικά μπορεί με την κατάλληλη προσέγγιση να υποβοηθήσει την μετεξέλιξη της προσέγγισης των εκπαιδευτικών στο αντικείμενό τους, τη διδακτική πρακτική τους και τον επαγγελματικό τους ρόλο γενικότερα.

Στο συγκεκριμένο πρόγραμμα κατάρτισης λοιπόν, η χρήση των λογισμικών είχε πολλαπλό χαρακτήρα. Χρησιμοποιήθηκαν:

- ως έτοιμα εργαλεία και υλικό προς χρήση στην τάξη των μαθηματικών,

- ως εργαλεία ανάπτυξης υλικού προς χρήση στην τάξη,
- ως εργαλεία μαθηματικών δραστηριοτήτων για τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς και
- ως εργαλεία ανάπτυξης λογισμικού (δηλαδή γενικευμένων εργαλείων) για τον ίδιο σκοπό.

Πάνω απ' όλα η κατάρτιση στη χρήση των εργαλείων αυτών είχε το χαρακτήρα εμπλοκής των εκπαιδευτικών σε διαδικασίες αναστοχασμού για τη μαθησιακή διαδικασία, για τη μέθοδο διδασκαλίας και για την υπόσταση και χρήση των μαθηματικών. Η επιλογή των λογισμικών έγινε με αντίστοιχο σκεπτικό. Επιλέχθηκε κατ' αρχήν από ένα αντιπροσωπευτικό λογισμικό για κάθε έναν από τους τέσσερις τρόπους με τους οποίους η μαθηματική δραστηριότητα μπορεί να υποστηριχθεί, δηλαδή:

- τη συμβολική έκφραση μαθηματικών εννοιών,
- τη διαχείριση δεδομένων,
- τη χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων και
- το δυναμικό χειρισμό γεωμετρικών σχημάτων και αλγεβρικών γραφικών παραστάσεων

Η επιλογή ενός μόνο λογισμικού για κάθε μια από αυτές τις οικογένειες έγινε για να εστιάσουμε στα ευρύτερους προβληματισμούς που περιέγραφα. Μεγαλύτερος αριθμός λογισμικών θα οδηγούσε στην επιφανειακή εκμάθηση λειτουργικότητων χωρίς τη δυνατότητα εμπάθουσας. Καθώς η τεχνολογία αλλάζει συνεχώς, μια τέτοια προσέγγιση θα ήταν παράλογη και από άποψη διδακτικής εργαλείων πληροφορικής, μιας και ο στόχος πάντα είναι η κατάρτιση στο πώς να μαθαίνει κανείς μόνος του καινούργιες λειτουργικότητες και εργαλεία. Τα συγκεκριμένα εργαλεία που επιλέχθηκαν (Σημ 1) ήταν τέτοια ώστε να επιτρέπουν και να υποστηρίζουν όλες τις δραστηριότητες που αναφέρθηκαν, από την παράδοση έτοιμων ασκήσεων μέχρι την προσωπική εμπλοκή των εκπαιδευτικών σε μαθηματικές δραστηριότητες για επιστημονικούς λόγους.

Άφησα επίτηδες μια τελευταία δραστηριότητα με τα εργαλεία αυτά μιας και είναι το θέμα αυτού του άρθρου: τη 'δευτερογενή' ανάπτυξη λογισμικού από τους ίδιους τους καθηγητές. Όπως αναλύεται στην επόμενη ενότητα, δεν πάμε να μετατρέψουμε τους εκπαιδευτικούς σε μηχανικούς υπολογιστών, ούτε σε παραγωγούς λογισμικών. Στόχος εδώ είναι με τη χρήση ειδικά σχεδιασμένων εργαλείων, να αποκτήσουν την πρόσβαση στην τεχνολογία που χρειάζονται για να κατασκευάσουν εργαλεία για τους μαθητές τους χωρίς να χρειάζεται να αποκτήσουν τεχνικές γνώσεις πληροφορικής. Η σκοπιμότητα της εμπλοκής τους σε αυτή τη δραστηριότητα είναι ακριβώς η επί της ουσίας επαγγελματική τους μετεξέλιξη μέσα από τη διαδικασία μαθηματικών δραστηριοτήτων, προβληματισμού για τη μαθησιακή και διδακτική διαδικασία στα μαθηματικά και δυνατότητας υποστήριξης κοινοτήτων εκπαιδευτικών με την ανάπτυξη εργαλείων σύμφωνα με την προσωπική τους αντίληψη για τη διδακτική των μαθηματικών. Στο άρθρο αυτό λοιπόν, περιγράφεται η εμπειρία χρήσης ενός εργαλείου που έχει μάλιστα αναπτυχθεί στην Ελλάδα, του 'Αβάκιου' (Σημ 2) (Kynigos et al., 1997), σχεδιασμένου για να υποστηρίξει τη δευτερογενή ανάπτυξη λογισμικού. Μέσα από την ανάλυση της εμπειρίας αυτής ως προς τη σημασία που είχε για την κατάρτιση των επιμορφωτών του έργου E42, περιγράφονται και τα συγκεκριμένα λογισμικά που αναπτύχθηκαν ως ιδέες και αφορμές για ανάπτυξη και χρήση τέτοιων εργαλείων στην τάξη των μαθηματικών.

## **ΔΕΥΤΕΡΟΓΕΝΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΑΠΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥΣ**

Η δραστηριότητα της 'ανάπτυξης λογισμικού' από εκπαιδευτικούς ή επιστήμονες της Παιδαγωγικής συνήθως συσχετίζεται με την συλλογή, μετατροπή σε ηλεκτρονική μορφή (όπου είναι απαραίτητο) και σύνθεση εκπαιδευτικού 'υλικού'. Τα υπολογιστικά περιβάλλοντα που είναι σχεδιασμένα για αυτή τη δραστηριότητα έχουν συγκεκριμένες δομές και λειτουργικότητες αποδίδοντας στον εκπαιδευτικό το ρόλο που προκύπτει από τη αυτήν, δηλαδή του κατόχου πληροφορίας. Δεν παρέχουν όμως τη δυνατότητα χειρισμού, αλλαγής και κατασκευής λειτουργικότητας και δομών του υπολογιστικού εργαλείου. Αυτές είναι προκατασκευασμένες και

μη προσπελάσιμες, ενώ συχνά η συλλογιστική με την οποία αναπτύχθηκαν είναι εξω-εκπαιδευτική, εμπερικλείοντας αντιλήψεις και μοντέλα εκπαίδευσης και μαθησιακών διαδικασιών τα οποία η Παιδαγωγική επιστήμη σήμερα θεωρεί ως ανεπαρκή ή ακόμα και ακατάλληλα. Η συλλογιστική για την ανάπτυξη τέτοιων εργαλείων είναι να αποφευχθεί η ανάγκη ο εκπαιδευτικός να εμπλακεί με την κατανόηση και χρήση εννοιών της επιστήμης της χρήσης της Πληροφορικής (άρα και εκπαίδευση σε αυτές), όπως ο προγραμματισμός, η διαχείριση πληροφορίας, η κατασκευή μοντέλων και αναπαραστάσεων. Στο πλαίσιο αυτό ο εκπαιδευτικός αναπτύσσει λογισμικό με κύριο στόχο την παραγωγή πολυμεσικών εκπαιδευτικών εργαλείων με τον ελάχιστη δυνατή ανάγκη για δικό του εναλλακτικό στη χρήση εργαλείων νέας τεχνολογίας.

Στο άρθρο αυτό περιγράφεται και συζητείται ένας διαφορετικός ρόλος για τον εκπαιδευτικό και ένα διαφορετικό σκεπτικό για την δυνατότητα αξιοποίησης της τεχνολογίας αυτής όχι μόνο όσο αφορά στην μαθησιακή διαδικασία αλλά και στην επαγγελματική εξέλιξη και επιμόρφωση του ίδιου του εκπαιδευτικού. Περιγράφεται η αξιοποίηση του 'Αβάκιου', εργαλείου ειδικά σχεδιασμένου να παρέχει τη δυνατότητα εμπλοκής του εκπαιδευτικού με τη λειτουργικότητα, τη διασυνδεσιμότητα και τη δομή λογισμικού. Ο ρόλος που αποδίδεται στον εκπαιδευτικό είναι αυτός του δια βίου επιμορφούμενου επαγγελματία ο οποίος προβληματίζεται για τη διδακτική και μαθησιακή διαδικασία, για τα εκπαιδευτικά μέσα, εργαλεία και αναπαραστάσεις, καθώς και για τη σημασία και τη χρησιμότητα των εννοιών που εμπιέρονται στα αντίστοιχα αναλυτικά προγράμματα που διδάσκει.

Η αντίληψη αυτή για την δυνατότητα αξιοποίησης της τεχνολογίας για την ενδυνάμωση του εκπαιδευτικού δεν είναι νέα. Εδώ και είκοσι περίπου χρόνια έχουμε εμπειρία συμμετοχής εκπαιδευτικών σε διάφορα μέρη του κόσμου σε επιμορφωτικά σεμινάρια στα οποία συμπεριλαμβάνεται η δραστηριότητα ανάπτυξης λογισμικού για τους μαθητές. Για τα μαθηματικά και τις φυσικές επιστήμες, το είδος του λογισμικού που αναπτύσσεται σε αυτά τα πλαίσια περιγράφεται σε μεγάλο βαθμό από τους όρους 'μικρόκοσμος' και 'σύνολο εργαλείων'. Όπως περιγράφεται και στην εισαγωγή του βιβλίου, μικρόκοσμος είναι ένα λογισμικό όπου η μάθηση είναι συνυφασμένη με τη διαδικασία εκμάθησης των κανόνων λειτουργίας του και όπου ο μαθητής κατασκευάζει, διερευνά, πειραματίζεται με τη χρήση του. Με τον όρο 'σύνολο εργαλείων' αποδίδεται η έννοια της ανάπτυξης μικρότερης εμβέλειας λογισμικού που παίζει το ρόλο του εργαλείου το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πάνω από ένα μικρόκοσμο. Η σημασία της ανάπτυξης τέτοιων εργαλείων έγκειται στο ότι ο εκπαιδευτικός μπορεί να αξιοποιήσει εργαλεία κατασκευασμένα από συναδέλφους του στα οποία μάλιστα μπορεί να κάνει μικρές αλλαγές ώστε να ταιριάζουν ακριβώς με το δικό του λογισμικό.

Η κατασκευή 'μικρόκοσμων' και 'συνόλων εργαλείων' σ' αυτό το πλαίσιο αντιμετωπίζεται περισσότερο ως μια εμπειρία προσωπικής εξέλιξης, παρά ως απλώς μια διαδικασία δημιουργίας λογισμικών για μαθητές. Για παράδειγμα, οι Noss και Hoyles (1996) συζήτησαν τους τρόπους με τους οποίους οι εμπειρίες των εκπαιδευτικών από την κατασκευή μικρόκοσμων για τα Μαθηματικά, τους οδήγησε σε προβληματισμό και αλλαγή των επιστημολογικών τους απόψεων σε σχέση με το αντικείμενο των Μαθηματικών, των πεποιθήσεών τους για τη διδασκαλία και τη μάθηση και των ρόλων τους, ειδικά στην τάξη και ευρύτερα στο επάγγελμά τους. Ο DiSessa (1997) συζήτησε την ιδέα καλλιέργειας κοινοτήτων εκπαιδευτικών που κατασκευάζουν εργαλεία, τα μοιράζονται μεταξύ τους και κάνουν ρυθμίσεις και μικροαλλαγές στα εργαλεία άλλων αξιοποιώντας την δυνατότητα επαναχρησιμοποίησής τους. Προτείνει δηλαδή τη δημιουργία εκπαιδευτικών - 'μερμετίδων' (bricoleurs, έναν όρο που ο Papert, 1980 χρησιμοποίησε για να περιγράψει τη μαθησιακή διαδικασία των μαθητών που χρησιμοποιούν μικρόκοσμο της γλώσσας προγραμματισμού Logo) που ενεργά συζητούν, προβληματίζονται και σχεδιάζουν διδασκαλίες, εργαλεία και υλικό και με τον τρόπο αυτό εξελίσσονται και οι ίδιοι ως επαγγελματίες. Και στις δύο περιπτώσεις, το σκεπτικό είναι ότι, μέσω αυτής της εμπειρίας, οι δάσκαλοι θα εισάγονταν σε μια κουλτούρα χρήσης δυναμικών υπολογιστικών ιδεών για το

αντικείμενό τους και την ίδια στιγμή θα είχαν τη δυνατότητα να δημιουργούν μαθησιακά περιβάλλοντα για τους μαθητές τους, σύμφωνα με τις δικές τους παιδαγωγικές αντιλήψεις.

Ένα κεντρικό χαρακτηριστικό των περιβαλλόντων λογισμικού που αναπτύχθηκαν μ' αυτό το σκεπτικό είναι η ευκολία εκμάθησής τους, οι μεταφορές και παρομοιώσεις για την κατανόηση του χειρισμού τους και η διαφάνειά τους όσον αφορά στον υπολογιστή (όσο το δυνατόν λιγότερη 'μαγεία' ή 'μαύρα κουτιά'). Άλλο χαρακτηριστικό είναι η αξιοποίηση βασικών εννοιών της χρήσης της πληροφορικής όπως ο συναρτησιακός και ο αντικειμενοστραφής προγραμματισμός, η διαχείριση πληροφορίας, η παράλληλη επεξεργασία, ο έλεγχος μηχανών. Αυτές οι έννοιες, με τη χρήση κατάλληλων σχεδιασμών και διακειμένων, γίνονται προσβάσιμες σε μη τεχνικούς χρήστες, γίνονται 'εργαλεία' σκέψης και κατασκευής για όλους. Ο diSessa (2000) μάλιστα τα θεωρεί ως πτυχές του εναλλαφτηισμού για τον πολίτη της κοινωνίας της πληροφορίας.

Πριν από μερικά χρόνια, είχαμε την αντίληψη ότι η ανάπτυξη κοινοτήτων εκπαιδευτικών που αξιοποιούν την τεχνολογία με αυτή τη φιλοσοφία θα ήταν ραγδαία. Στην πραγματικότητα τα πράγματα αποδεικνύονται πιο δύσκολα και οι ρυθμοί πιο αργοί. Δεν έχουμε ακόμη δει μεγάλη διάδοση της δημιουργίας μικροκόσμων και διδακτικών σχεδιασμών από τέτοιου είδους αυτό-εξελισσόμενες κοινότητες. Η αναταραχή που δημιουργείται στην αντίληψη των εκπαιδευτικών σε σχέση με το επάγγελμά τους και τον ρόλο τους, τις επιστημολογικές και παιδαγωγικές τους πεποιθήσεις και την πραγματικότητα της επαγγελματικής τους κατάστασης έχει αποδειχθεί μέχρι τώρα πολύτιμη εμπειρία για τους ίδιους. Είναι έκδηλη όμως η ανάγκη πιο διαρκούς και πολύπλευρης υποστήριξής τους. Δεν είχε λοιπόν μέχρι τώρα τη διάδοση που αντιστοιχούσε με τις προηγηθείσες προσδοκίες μας για αλλαγή. Ένας από τους λόγους γι αυτό είναι και η αυξανόμενη πολυμορφία στις δυνατότητες χρήσης των Νέων τεχνολογιών. Μέσα σε ένα τέτοιο πλαίσιο, η χρήση των εργαλείων αυτών που έχουν στόχο να υποστηρίξουν την ενδυνάμωση του εκφραστικού ρεπερτόριου και του ρόλου των εκπαιδευτικών, δεν έχει κερδίσει πολύ σε δημοτικότητα σε σχέση με τα ευρέως χρησιμοποιούμενα τεχνολογικά επιτεύγματα, τα οποία συχνά διαφημίζονται περισσότερο ως επέκταση της τηλεόρασης, της εγκυκλοπαίδειας, των δημόσιων υπηρεσιών και του τηλεφώνου, παρά ως μέσα για έκφραση και δημιουργία.

Αυτό το άρθρο αναφέρεται στον κύκλο κατάρτισης που απευθυνόταν στους μαθηματικούς του E42, όπου υπενθυμίζω ότι ο στόχος ήταν να γίνουν επιμορφωτές συναδέλφων τους στην αξιοποίηση της τεχνολογίας στο αντικείμενό τους. Ένα σημαντικό στοιχείο των καθηγητών Μαθηματικών στον κύκλο ήταν η χρήση μικροκόσμων κατασκευασμένων με το Αβάκιο, ως εργαλεία για να σχεδιάσουν και να αναπτύξουν διερευνητικό μαθηματικό λογισμικό, με σκοπό να διαπλάσουν τις δικές τους μαθηματικές ιδέες και εξερευνήσεις και να δημιουργήσουν λογισμικό που θα βοηθήσει τους μαθητές στη διερεύνηση. Μέσω αυτής της δραστηριότητας, ο σκοπός του κύκλου ήταν να υποστηρίξει εκπαιδευτικούς στην εξέλιξη των αντιλήψεών τους για τα Μαθηματικά που μπορούν να διδαχθούν στην τάξη, για τη διαδικασία και τους στόχους της επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών και για τη διδασκαλία.

Το Αβάκιο είναι ένα περιβάλλον για την ανάπτυξη και τη χρήση διερευνητικού λογισμικού για μια ευρεία γκάμα αντικειμένων. Αρχικά κατασκευάστηκε με την εκπαίδευση της Γεωγραφίας και των Μαθηματικών κατά νου, και έτσι στοιχεία από αυτές τις δύο γνωστικές περιοχές είναι θεμελιώδη στην αρχιτεκτονική και τη λειτουργικότητά του (Kynigos et al., 1997). Ενσωματώνει ένα συνδυασμό από έτοιμα δομικά κομμάτια λογισμικού που ονομάζουμε 'ψηφίδες' – τα συστατικά του μέρη - και δύο τρόπους σύνδεσής τους στην κατασκευή 'μικροκόσμων' (Σημ 4). Το σκεπτικό του να έχουμε αυτά τα δομικά κομμάτια λογισμικού είναι το καθένα να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πολλούς διαφορετικούς μικρόκοσμούς σε διαφορετικούς ρόλους και να πάρει διαφορετικές μορφές. Μερικές από τις ψηφίδες αυτές είναι τεχνικές αρκετά πολύπλοκες - το σκεπτικό σχεδίασής τους ήταν ότι ο βαθμός πολυπλοκότητας θα μπορούσε να προσδιοριστεί με βάση τη δυνατότητα της καθεμιάς να χρησιμεύσει ως σπορά για δημιουργικές ιδέες χρήσης της σε πολλούς διαφορετικούς μικρόκοσμούς. Ένα θεμελιώδες κομμάτι της χρήσης του Αβάκιου είναι

επομένως η δημιουργία συνδυασμών ψηφίδων μέσω της αλληλοσύνδεσης και της δημιουργίας συγκεκριμένων λειτουργικοτήτων και συμπεριφορών. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με δύο τρόπους. Ο ένας αφορά σε προκατασκευασμένες συνδέσεις που αναπαριστώνται με εικονίδια που παρομοιάζουν κομματάκια ενός παζλ. Για να κάνει συνδέσεις μεταξύ των ψηφίδων, ο χρήστης ενώνει τα κομμάτια αυτά. Ο άλλος τρόπος επιτρέπει στο χρήστη να ορίσει τις δικές του διασυνδέσεις και να προσδιορίσει ορισμένες λειτουργικότητες και συμπεριφορές των ψηφίδων. Για να το κάνει αυτό, χρειάζεται πλέον να μάθει να προγραμματίζει τον υπολογιστή. Στη διάθεσή του όμως έχει μια υψηλού επιπέδου γλώσσα προγραμματισμού (μια έκδοση της γλώσσας Logo) η οποία μαθαίνεται εύκολα, δεν έχει πολλά τεχνικά στοιχεία σε σύγκριση με τις κλασσικές γλώσσες ανάπτυξης υπολογιστικών εφαρμογών και κυρίως, είναι ισχυρά συνδεδεμένη με τις έννοιες της διαδικασίας μάθησης και του εναλφαριθμητισμού στη χρήση της πληροφορικής (Papert, 1980, Sinclair and Moon, 1991, Harel et al., 1995). Έτσι, το Αβάκιο γίνεται εργαλείο στο οποίο ο χρήστης έχει βαθιά πρόσβαση μιας και μπορεί να αλλάζει λειτουργικότητες, δομές και χαρακτηριστικά του ενώ ταυτόχρονα έχει στη διάθεσή του εργαλεία (ψηφίδες) στο ρόλο των υψηλής ποιότητας (παιδαγωγικής και τεχνικής) δομικών λίθων για να κατασκευάσει το εκπαιδευτικό του λογισμικό σύμφωνα με τις προσωπικές του προτιμήσεις.

Ένα κύριο χαρακτηριστικό του σεμιναρίου επιμορφωτών εκπαιδευτικών ήταν λοιπόν η εργασία με το Αβάκιο. Με στόχο να εμπλακούν άμεσα σε ενδιαφέρουσα δραστηριότητα και μέσα από αυτή να αρχίσουν να μαθαίνουν τα μυστικά της ανάπτυξης, αναπτύξαμε και δώσαμε στους εκπαιδευτικούς ένα μικρό αριθμό από αυτό που αποκαλούμε ‘ημιτελείς’ μικροκόσμους. Αυτοί είναι μικρόκοσμοι σχεδιασμένοι ώστε να προκαλούν το ενδιαφέρον των εκπαιδευτικών να χτίσουν πάνω σ’ αυτούς, να τους αλλάξουν ή να αποσυνθέσουν μέρη τους, με σκοπό να κάνουν Μαθηματικά για τους εαυτούς τους ή να κατασκευάσουν μικροκόσμους για μαθητές. Είναι σχεδιασμένοι για να λειτουργούν ως σημεία εκκίνησης, ως γεννήτριες ιδεών και ως πηγές μάθησης του πώς ορίζονται οι συνδέσεις μεταξύ των συνθετικών στοιχείων και του πώς θα ρυθμίσουν τη συμπεριφορά τους. Κατά μία έννοια, λειτουργούν όπως τα εργαλεία του DiSessa στο ότι δεν είναι φτιαγμένοι και δεν παρουσιάζονται ως έτοιμα δοσμένα περιβάλλοντα που να γίνονται κατανοητά από τους εκπαιδευτικούς και στη συνέχεια να χρησιμοποιούνται από τους μαθητές. Αντίθετα όμως, ο σκοπός είναι να τους αλλάξουν και να τους προσαρμόζουν και έτσι να γίνονται κύριοι των τεχνικών και των ιδεών που στηρίζουν την κατασκευή του μικροκόσμου, όπως περιγράφηκενωρίτερα. Σ’ αυτό το άρθρο περιγράφω τη διαδικασία με την οποία μερικοί ‘ημιτελείς’ μικρόκοσμοι αναπτύχθηκαν και προσαρμόστηκαν μέσα από την εμπειρία του σεμιναρίου, με έμφαση στη δυνατότητά του για την παραγωγή μαθηματικών, παιδαγωγικών και επαγγελματικών συλλογισμών στους εκπαιδευτικούς.

## **ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗΣ ΤΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΤΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ**

Στο άρθρο αυτό δεν ενδιαφέρει μόνο η εστίαση στα χαρακτηριστικά των λογισμικών που κατασκευάστηκαν, ούτε του υλικού που τα συνόδευσε. Ο στόχος είναι να διαφωτιστούν οι ανθρώπινες διαδικασίες μέσα από τις οποίες επιτεύχθηκε κάτι τέτοιο και μάλιστα να συζητηθεί η εξέλιξη των προσεγγίσεων και αντιλήψεων των εκπαιδευτικών μέσα από αυτές. Οι μέθοδοι επιστημονικής ανάλυσης των πεπραγμένων, ιδιαίτερα όταν αφορά ενήλικες σε επαγγελματική δραστηριότητα προέρχονται από τις κοινωνικές επιστήμες παρά από τις κάπως ξεπερασμένες για τη μαθηματική παιδεία πειραματικές μεθόδους της κλασσικής ψυχολογίας (Noss and Hoyles, 1996). Κατ’ αρχήν η μελέτη αυτή έγινε σε συνεργασία με τους συναδέλφους εκπαιδευτικούς με κοινό στόχο να γεννηθεί ευρύτερος προβληματισμός για τις δυνατότητες του είδους αυτού της επιμόρφωσης. Η περιγραφή των πεπραγμένων έγινε με βάση ερευνητικά δεδομένα που αφορούσαν τις δραστηριότητες των εκπαιδευτικών κατά τη διάρκεια του κύκλου σπουδών, την εκφρασμένη γνώμη τους για το ρόλο της τεχνολογίας, τη φύση των μαθηματικών, της διαδικασίας

της μάθησης και της διδασκαλίας και τέλος την επιμορφωτική τους δραστηριότητα στο σχολείο κατά τη διάρκεια της εξάσκησης τους στην ενδοσχολική επιμόρφωση. Τα δεδομένα αυτά ήταν: Α) συνεντεύξεις των καθηγητών στο τέλος του σεμιναρίου, Β) οι σχεδιασμοί δραστηριοτήτων εκ μέρους τους, οι οποίοι περιείχαν κάποια κατασκευή ή προσαρμογή λογισμικού, Γ) αναφορές από παρατηρήσεις που έγιναν από τους εκπαιδευτές τους κατά τη διάρκεια της πρακτικής εξάσκησης των εκπαιδευτικών στα σχολεία, Δ) τις αναφορές των ίδιων των εκπαιδευτικών από την εξάσκηση τους, Ε) τα σχόλια που έγιναν μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου κατά τη διάρκεια του προγράμματος και Ζ) τις ερευνητικές σημειώσεις που κρατήθηκαν από τους διδάσκοντες – ερευνητές κατά τη διάρκεια των σεμιναρίων.

Ο τρόπος ανάλυσης, δομής και περιγραφής των δεδομένων αυτών γίνεται με έναν μηχανισμό κατάλληλο για τέτοιου είδους έρευνες. Για να συζητήσουμε τα συγκεκριμένα σημεία της διαδικασίας δημιουργίας μικροκόσμων από τους εκπαιδευτικούς, αναπτύξαμε μια σειρά από ‘συνοπτικές περιγραφές’ ή ‘βινιέτες’, τρεις από τις οποίες παρουσιάζουμε σ’ αυτό το άρθρο. Κάθε βινιέτα είναι ουσιαστικά μια ιστορία που αποτελείται από μια σειρά επεισοδίων πραγματικού χρόνου και είναι γραμμένη έτσι, ώστε διαμέσου αυτής να μπορούν να φωτιστούν πλευρές σημαντικές του υπό συζήτηση θέματος. Η κάθε μια τέτοια περιγραφή αποτελεί μια δραστηριότητα χαρακτηριστική του κλίματος και των δράσεων του σεμιναρίου και υποστηρίζεται - διανθίζεται με στοιχεία από τη συλλογή των πιο γενικών δεδομένων (συνεντεύξεις κλπ). Κρατείται ανωνυμία των συμμετεχόντων έτσι ώστε να υπάρχει η δυνατότητα κριτικής ανάλυσης των δεδομένων ώστε το αποτέλεσμα να είναι χρήσιμο ευρύτερα. Δεν έχει επομένως τον χαρακτήρα της αξιολόγησης συγκεκριμένων προσώπων ή των δράσεών τους (Σημ 5). Σ’ αυτές τις συνοπτικές περιγραφές, προσπάθησα να ενσωματώσω αλλαγές στον τρόπο που οι εκπαιδευτικοί αντιλαμβάνονται το γνωστικό αντικείμενό τους, τον ρόλο τους και τη διδακτική και μαθησιακή περίσταση στο πλαίσιο της κατασκευής μικρόκοσμου με το ηλεκτρονικό ταχυδρομείο.

## **ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ 1: ΠΟΙΟΣ ΚΑΝΕΙ ΤΙ ΜΕ ΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΚΑΙ ΜΕ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Η συγκεκριμένη τετράωρη συνάντηση ήταν η τελευταία σε μια σειρά από έξι. Κατά τη διάρκεια των πέντε προηγούμενων, οι εκπαιδευτικοί μνήθηκαν στα τρία κύρια λογισμικά του σεμιναρίου (το ‘Geometry Sketchpad’, το ‘Function Probe’ και το ‘Χελωνόκοσμο’) σε μια τετράωρη συνάντηση για το καθένα και τους ζητήθηκε να αναπτύξουν έναν μικρόκοσμο με το καθένα απ’ αυτά, για επόμενη συνάντηση. Τονίστηκε ότι ο λόγος σχεδιασμού του μικροκόσμου ήταν για να χρησιμοποιηθεί στην τάξη σε ένα μάθημα Μαθηματικών. Κατά τη διάρκεια της εν λόγω συνάντησης επρόκειτο να σχεδιάσουν έναν μικρόκοσμο με το Χελωνόκοσμο (Σημ. 6).

Σκοπός αυτής της βινιέτας είναι να περιγράψει πώς, δουλεύοντας με το λογισμικό, μετεξελέγχθηκε η αντίληψη των εκπαιδευτικών για τη σκοπιμότητα χρήσης της τεχνολογίας, τους ρόλους και τις δραστηριότητες των ασχολούμενων με αυτήν. Επίσης, αναδεικνύεται πώς ήρθαν στην επιφάνεια και τέθηκαν υπό προβληματισμό και συζήτηση θέματα επιστημολογίας των μαθηματικών, σχεδιασμού διδακτικής πρακτικής και υλικού, μαθησιακής και διδακτικής διαδικασίας. Συγκεκριμένα, η προσέγγιση της ομάδας των εκπαιδευτικών φάνηκε να αλλάζει

- από τη χρήση του υπολογιστή για τη δημιουργία ενός μοντέλου κατασκευασμένου με αδιαμφισβήτητα Μαθηματικά
- στη συζήτηση των Μαθηματικών με σκοπό να σχεδιάσουν ένα εργαλείο για να πειραματιστούν άλλοι και τέλος
- στην απόφαση να αφαιρέσουν κάτι από τα Μαθηματικά της λειτουργίας του μοντέλου με σκοπό να δώσουν στους μαθητές την ευκαιρία να διεξαγάγουν πειράματα και να ολοκληρώσουν την κατασκευή του μοντέλου εισάγοντας μια μαθηματική σχέση στην οποία οι ίδιοι κατέληξαν για τους εαυτούς τους.

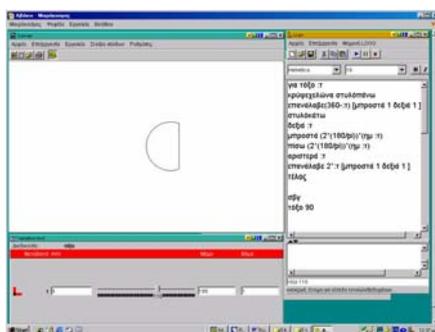
Στην αρχή της συνάντησης, ο εκπαιδευτικός Α έδωσε στον διδάσκοντα ένα χαρτί με μαθηματικές (όχι Logo) σημειώσεις, οι οποίες υποστήριζε ότι θα δημιουργούσαν ένα τόξο μεταβλητού μεγέθους και την αντίστοιχη χορδή του. Οραματιζόταν τη δυνατότητα χρήσης του Μεταβολέα έτσι ώστε το τόξο και η χορδή να αλλάζουν με συνεχή τρόπο, καθώς άλλαζε η τιμή της μεταβλητής που καθόριζε τις μοίρες. Ήταν πολύ αβέβαιος για τις σκέψεις του, αλλά είπε πως αν κάτι τέτοιο ήταν δυνατό, τότε αυτός θα μπορούσε να δημιουργήσει μια ολόκληρη σειρά μαθημάτων σχετικά με κορυφές και διαγώνιους πολυγώνων. Περίμενε από τον διδάσκοντα να ‘μεταφράσει’ τον Μαθηματικό συμβολισμό σε κώδικα της Logo για να δει αν αυτό ήταν εφικτό. Έτσι τα Μαθηματικά ήταν αδιαμφισβήτητα, όπως ήταν και ο ρόλος του διδάσκοντα ως ‘ειδικού στους υπολογιστές’, αφού θα μετέφερε τα Μαθηματικά στον υπολογιστή.

Στις κοινότητες που χρησιμοποιούν την διαδικασία του προγραμματισμού για τη σταδιακή επίλυση προβλημάτων (Papert, 1980, Sinclair and Moon, 1991), οι επαναλαμβανόμενες δοκιμές και βελτιώσεις των προγραμμάτων είναι ο συνηθισμένος τρόπος λειτουργίας. Χρησιμοποιείται δηλαδή το μηχάνημα ως μέσο διαρκούς πειραματισμού και σταδιακής ανάπτυξης, κατανόησης και διευκρίνησης των εννοιών που χρειάζονται για την κατασκευή του προγράμματος. Το ότι χρειάζονταν διορθώσεις στις πρώτες απόπειρες κατασκευής του συγκεκριμένου προγράμματος έκανε τους εκπαιδευτικούς αρχικά να αισθανθούν άσχημα απέναντι στο διδάσκοντα, νιώθοντας ότι τον φέρνουν σε δύσκολη θέση. Μέσα από την προσέγγισή του όμως, που έδειχνε ότι τα προγράμματα την πρώτη φορά συνήθως δεν λειτουργούν, η ατμόσφαιρα άλλαξε και άρχισε έτσι για πρώτη φορά, η συζήτηση γύρω από τα μαθηματικά που χρειάζονταν για την επίτευξη του σωστού οπτικού αποτελέσματος. Και οι πέντε εκπαιδευτικοί συμμετείχαν στη συζήτηση ενεργά και ενεπλάκησαν στη διαδικασία να δοκιμάζουν κάτι και να παρατηρούν το αποτέλεσμα, για να ξεκαθαρίσουν τις ιδέες.

Στην αρχή, τα Μαθηματικά φαίνονταν να είναι αντιληπτά ως μια αδιαμφισβήτητη περιοχή γνώσης, με την οποία ήταν εξοικειωμένοι όλοι οι συμμετέχοντες και γι’ αυτό δεν χρειαζόταν καμία συζήτηση. Αυτή η αντίληψη, εντούτοις, άλλαξε μέσα από την ανάγκη να επιτευχθεί τέτοια ακρίβεια, ώστε το μοντέλο να δουλέψει. Η δραστηριότητα επομένως άρχισε να έχει το χαρακτήρα της διαπραγμάτευσης και εφαρμογής μαθηματικών ιδεών αντί για αλληλοενημέρωσης γι αυτές.

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 1 και στην πρώτη διαδικασία (με την ονομασία ‘τόξο’) στην Εικόνα 2, αποφασίσθηκε ότι, για να είναι ορατό το τόξο που αντιστοιχούσε στην τιμή της μεταβλητής, η χελώνα θα έπρεπε πρώτα να διατρέξει μια ‘καμπύλη’  $360^{\circ}$  μείον τις μοίρες (του τόξου) χωρίς να αφήνει ίχνος, να φτιάξει τη χορδή και έπειτα ‘να συνεχίσει’ την υπόλοιπη διαδρομή κατά μήκος της καμπύλης με τη γραφίδα κατεβασμένη.

Όταν το μοντέλο επιτέλους ετοιμάστηκε (η διαδικασία ‘τόξο’, βλ. Εικόνα 2) και δοκιμάστηκε, οι εκπαιδευτικοί πρότειναν ιδέες για ένα άλλο μοντέλο. Χρειάστηκε να διακόψει ο διδάσκοντας τη συζήτηση για να θέσει ένα διαφορετικό είδος ερωτήματος. Εάν δώσεις το συγκεκριμένο λογισμικό σε μαθητές που δεν καταλαβαίνουν γιατί η σχέση μεταξύ των μοιρών του τόξου και του μήκους της χορδής είναι μια συνάρτηση του ημιτόνου ( $a=2(180/\pi)$  ημt, όπου a είναι το μήκος της χορδής, t είναι οι μοίρες του τόξου), το μόνο που μπορούν να κάνουν με το λογισμικό είναι να παρατηρήσουν ότι το μοντέλο δουλεύει σωστά και να κοιτάξουν τον κώδικα. Αυτό σίγουρα δεν θα τους βοηθήσει πολύ στο να αποκτήσουν κάποια κατανόηση του είδους της σχέσης που υπάρχει. Πώς μπορούμε να επανασχεδιάσουμε το λογισμικό έτσι, ώστε οι μαθητές να κάνουν κάτι μ’ αυτό, δηλαδή να πειραματιστούν, να σκεφτούν για τις αναπαραστάσεις και για το τι αυτές σημαίνουν;



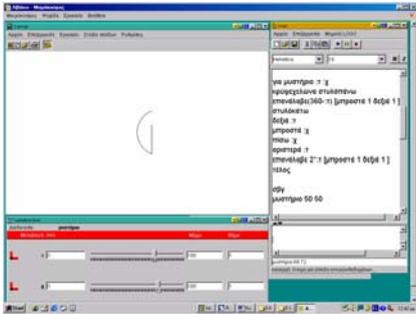
Εικόνα 1: Η οθόνη του μικροκόσμου E-slate για τη διαδικασία του τόξου

Μετά από τη διατύπωση αυτού του ερωτήματος, η προσεγγίσεις σχετικά με τον ρόλο του εκπαιδευτικού, και τη χρήση του λογισμικού, άλλαξαν ριζικά. Αντί να προσπαθούν να δημιουργήσουν ένα τέλειο μοντέλο για να το χειρισθεί ο χρήστης- μαθητής, άρχισαν να σκέφτονται το σχεδιασμό ενός *ημιτελούς* μοντέλου, ώστε ο χρήστης να συμμετέχει στη διαδικασία κατασκευής. Ο ρόλος του μαθητή θα ήταν να πειραματιστεί με το ημιτελές μοντέλο στην προσπάθεια να ανακαλύψει το είδος της σχέσης που απαιτείται για να δουλέψει κανονικά. Η εργασία στη συνέχεια μετατράπηκε σε προσπάθεια να καθοριστεί *ποια* Μαθηματικά να αφαιρεθούν και *ποια* να παραμείνουν έτσι, ώστε το πείραμα να είναι ενδιαφέρον και να ενθαρρύνει την επικέντρωση στα Μαθηματικά που θα ήθελαν οι σχεδιαστές. Οι αποφάσεις που πάρθηκαν φαίνονται μέσα από τη σύγκριση των δύο παρακάτω διαδικασιών. Η μία με το όνομα 'τόξο' είναι η μαθηματικά ολοκληρωμένη, ενώ από την άλλη με το όνομα 'μυστήριο' έχει αφαιρεθεί η σχέση του μήκους της χορδής με το μήκος του τόξου.

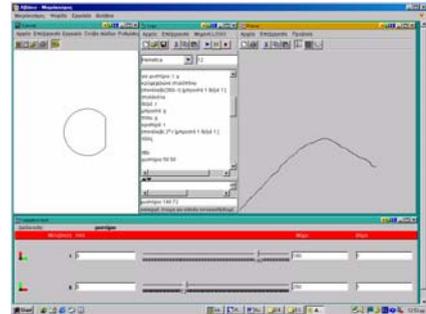
για τόξο :τ	για μυστήριο :τ :χ
κρύψαγελάνα στυλόπάνω	κρύψαγελάνα στυλόπάνω
επανάλαβε(360-:τ) [μπροστά 1 δεξιά 1 ]	επανάλαβε(360-:τ) [μπροστά 1 δεξιά 1 ]
στυλόκάτω	στυλόκάτω
δεξιά :τ	δεξιά :τ
μπροστά (2*(180/π))*(ημ :τ)	μπροστά :χ
πίσω (2*(180/π))*(ημ :τ)	πίσω :χ
αριστερά :τ	αριστερά :τ
επανάλαβε 2* :τ [μπροστά 1 δεξιά 1 ]	επανάλαβε 2* :τ [μπροστά 1 δεξιά 1 ]
τέλος	τέλος

Εικόνα 2: Ο κώδικας της Logo για τη διαδικασία του τόξου

Το μήκος της χορδής έχει αντικατασταθεί από μια ανεξάρτητη μεταβλητή. Η εκτέλεση του προγράμματος δημιουργεί έτσι ένα τόξο και ένα ευθύγραμμο τμήμα, το οποίο παρ' ότι έχει τον σωστό προσανατολισμό και τη μια άκρη του στην αρχή του τόξου, δεν έχει απαραίτητως το σωστό μέγεθος για ν' αντιστοιχεί στο τόξο (Εικόνα 3). Έτσι τα Μαθηματικά που αφαιρέθηκαν ήταν η σχέση μεταξύ των μοιρών και του μήκους του αντίστοιχου τόξου, πράγμα το οποίο ήταν ακριβώς αυτό, πάνω στο οποίο θα θέλαμε να δουλέψουν οι μαθητές.



Εικόνα 3: Τα αποτελέσματα διαφόρων μεταβλητών μεταξύ μοιρών και ευθύγραμμων τμημάτων



Εικόνα 4: Πειραματισμός με το διαδιάστατο Μεταβολέα

Οι μαθητές μπορούν έτσι να ξεκινήσουν με το να δοκιμάζουν διαφορετικές τιμές και να τις σημειώνουν για να αναζητούν σχέσεις ανάμεσα στις μοίρες και το μέγεθος του (ευθύγραμμου) τμήματος (εικόνα 4). Κατόπιν μπορούν να χρησιμοποιήσουν το διαδιάστατο μεταβολέα για να βρουν την ακριβή θέση των στιγμών για το οποίο το ευθύγραμμο τμήμα γίνεται η χορδή. Έπειτα μπορούν να συζητήσουν για την καμπύλη που προκύπτει από τη θέση των στιγμών και να σκεφτούν τι είδους σχέση εκφράζει αυτή μεταξύ των δύο παραμέτρων (Εικόνα 4).

Κατά τη διάρκεια του επεισοδίου, ήταν προφανής η αλλαγή της προσέγγισης στο θέμα του τι μπορούν να κάνουν οι χρήστες με το λογισμικό και πώς θα μπορούσαν να το χρησιμοποιήσουν για να παραγάγουν μαθηματικές έννοιες. Θεωρούμε ότι οι ιδιότητες του λογισμικού που ενθάρρυναν μια τέτοια μετεξέλιξη ήταν α) το ότι επιτρέπει την κατασκευή μοντέλων, β) το ότι το μέσο της κατασκευής των μοντέλων είναι μια γλώσσα προγραμματισμού (αντί για ένα σύνολο προκαθορισμένων επιλογών), και γ) το ότι περιέχει όλα τα είδη αναπαράστασης (γλώσσα, γραφικά, μεταβολέας και διαδιάστατη αναπαράσταση της διακύμανσης των δύο μεταβλητών) που μπορούσαν να ελεγχθούν και να αλλάξουν από χρήστες.

Παρουσιάζει ενδιαφέρον το ότι, κατά τη διάρκεια των συνεντεύξεων, οι εκπαιδευτικοί περιέγραψαν τον ρόλο των υπολογιστών για τη μάθηση των Μαθηματικών, ως ‘ένα εργαλείο για να παίζεις με τις ιδέες’, ‘για να ενεργοποιήσω τον εαυτό μου και την τάξη μου’, ‘επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να μαθαίνει κι αυτός, να παρατηρεί την ανάπτυξη των πραγμάτων και να τα βγάζει πέρα σε απρόσμενες καταστάσεις’, ‘κατασκευάζει πράγματα, τα οποία ως τώρα παρέχονταν έτοιμα’, και ‘κάνει τα λάθη ανοιχτά σε εξέταση και τα αξιοποίησιμα στη μαθησιακή διαδικασία’. Η εμπειρία επομένως του να εμπλέκεται προσωπικά ο εκπαιδευτικός στην κατασκευή εργαλείων και μικροκόσμων για μαθητές και η χρήση λογισμικού που ενθαρρύνει εναλλακτικά επίπεδα χρήσης είναι κρίσιμα στοιχεία για την υποστήριξη των προβληματισμών που αναφέρθηκαν και οι οποίοι υποστηρίζουν την προσωπική επαγγελματική εξέλιξη των εκπαιδευτικών.

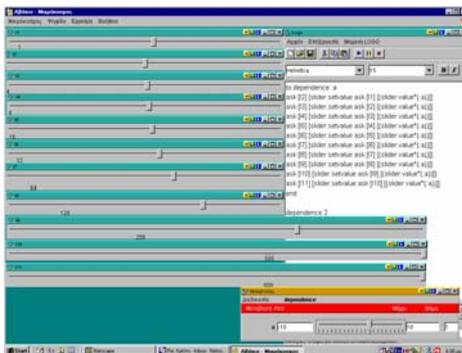
## ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ 2: ΚΑΝΟΝΤΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗ ΔΙΑΣΥΝΔΕΣΗ ΨΗΦΙΔΩΝ

Η βινιέτα αυτή περιγράφει μια δραστηριότητα που εκτυλίχθηκε στη διάρκεια μιας τετράωρης συνεδρίας στο πρόγραμμα E42. Στόχος ήταν η αξιοποίηση της δυνατότητας που παρέχει το ‘Αβάκιο’ στο χρήστη να διασυνδέει ψηφίδες μεταξύ τους. Στη συγκεκριμένη περίπτωση μας ενδιέφερε η δυνατότητα να ορίζει ο χρήστης πώς ακριβώς θα διασυνδεθούν οι ψηφίδες και όχι απλά να χρησιμοποιεί τις προκατασκευασμένες συνδέσεις του προγράμματος. Δόθηκε επομένως στους εκπαιδευτικούς ο ‘μικρόκοσμος των λωρίδων κύλισης’. Λωρίδα κύλισης είναι μια απλή ψηφίδα η οποία παριστά ένα διάστημα μεταξύ δυο τιμών και παρέχει ένα δείκτη τον οποίο μπορεί

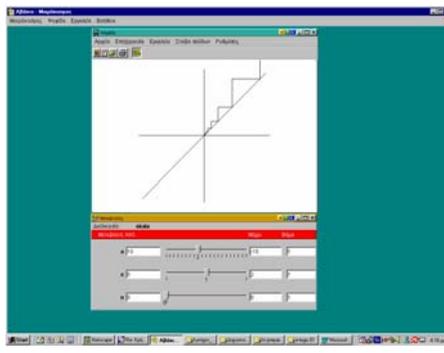
να κυλήσει ο χρήστης με το ποντίκι. Συνήθως χρησιμοποιείται στο 'Αβάκιο' υποστηρικτικά για να επιτρέπει στο χρήστη να αλλάζει δυναμικά παραμέτρους μιας άλλης ψηφίδας ή αντίθετα για να απεικονίζει τις τιμές της. Η σύνδεση μεταξύ δύο λωρίδων κύλισης με τα προκατασκευασμένα παζλ δεν παρουσιάζει κάποιο ενδιαφέρον. Εάν όμως οριστεί μια μαθηματική σχέση μεταξύ των τιμών δύο λωρίδων, ο χρήστης μπορεί κινώντας την ανεξάρτητη τιμή να έχει εποπτική εικόνα του τρόπου με τον οποίο κινείται η εξαρτημένη. Με βάση την ιδέα αυτή, δόθηκε ως αρχή στους εκπαιδευτικούς μια σειρά από τέσσερις λωρίδες όπου η πρώτη είναι ανεξάρτητη και οι επόμενες τρεις εξαρτώνται από αυτήν με διαφορετικούς τρόπους.

Έτσι, η κίνηση του δείκτη στην πρώτη είχε ως αποτέλεσμα την αντίστοιχη με βάση τα Μαθηματικά κίνηση των άλλων. Η έκδοση με την οποία ξεκίνησαν οι εκπαιδευτικοί είχε μια προσθετική σχέση μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης λωρίδας κίνησης (+100), μια πολλαπλασιαστική σχέση μεταξύ της δεύτερης και της τρίτης ( $x \times 2$ ) και μια εκθετική μεταξύ της πρώτης και της τέταρτης (στο τετράγωνο). Αυτό που τους ζητήθηκε ήταν, αφού εξοικειωθούν με το μικρόκοσμο, να τον αλλάξουν ή να τον επεκτείνουν. Όπως ήταν αναμενόμενο, στην αρχή, η βαρύτητα δόθηκε στο να καταλάβουν πώς γίνονται οι συνδέσεις μεταξύ δύο λωρίδων κύλισης. Στο Αβάκιο οι ψηφίδες μπορούν να συνδεθούν μέσω του της ψηφίδας της γλώσσας χρησιμοποιώντας την τεχνική της επεξεργασίας γεγονότων (event editing). Υπάρχει επιλογή από μια σειρά γεγονότων, όπως η αλλαγή της κατάστασης της ψηφίδας, η κίνηση του ποντικίου κλπ. Κάθε φορά που το συγκεκριμένο γεγονός συμβαίνει, εκτελείται η διαδικασία που έχει ορίσει ο κατασκευαστής του μικρόκοσμου. Στο μικρόκοσμο των λωρίδων κύλισης, όταν ο δείκτης αλλάζει στην ανεξάρτητη λωρίδα (κύλισης), οι εξαρτημένες λωρίδες παίρνουν μια αντίστοιχη τιμή.

Κατά τη διάρκεια της συνεδρίας, οι ειδικές πρωτογενείς εντολές της γλώσσας και η σύνταξη του κώδικα σύντομα έφυγαν από το προσκήνιο του ενδιαφέροντος και η συζήτηση επικεντρώθηκε στις μαθηματικές σχέσεις μεταξύ των λωρίδων κύλισης. Τι είδους αναπαράσταση προσφέρουν οι λωρίδες κύλισης; Πώς μπορούμε να προκαλέσουμε να συμβεί κάτι ενδιαφέρον; Ένας εκπαιδευτικός είχε τότε την ιδέα της σύνθεσης συναρτήσεων, δηλαδή να κάνουμε τη μια λωρίδα κύλισης εξαρτημένη από την επόμενη και ούτω καθεξής. Εισήγαγαν μια σχέση  $x-1$  μεταξύ της πρώτης και της τρίτης λωρίδας και  $3x$  μεταξύ της δεύτερης και τρίτης και παρατήρησαν τι συνέβη όταν κινούσαν την πρώτη. Με μαθηματικούς όρους, έχουμε  $f(x)=x-1$ ,  $g(x)=3x$ ,  $f(g(x))=3(x-1)$ . Με όρους της γλώσσας Logo έχουμε:  $sa$ ,  $sb=sa-1$ ,  $sc=3sb$  ( $sa, sb, sc$  είναι τα ονόματα των λωρίδων).



Εικόνα 5 Ο μικρόκοσμος των λωρίδων κύλισης



Εικόνα 6: Η Μαθηματική εξερεύνηση των δασκάλων

Η συζήτηση επικεντρώθηκε για λίγο στο τι είδους ασκήσεις θα μπορούσαν οι εκπαιδευτικοί να δώσουν στους μαθητές. Για παράδειγμα, εάν η λωρίδα κύλισης  $sa$  έχει εύρος 30, τι εύρος θα έπρεπε να έχει η λωρίδα  $sb$ , ώστε ο δείκτης να την καλύπτει, όταν σύρουμε τον δείκτη της

λωρίδας  $sa$  σε όλη την απόσταση; Πώς μπορώ να φτιάξω μια μηχανή μετατροπής νομισμάτων (από δραχμές σε ευρώ);

Κατά τη διάρκεια της τρίτης φάσης, εντούτοις, η εστίαση μετατοπίστηκε στο να κάνουν οι ίδιοι ενδιαφέροντα Μαθηματικά. Ένας εκπαιδευτικός τότε είχε την ιδέα να εφαρμόσουν την ίδια συνάρτηση  $ax$  διαδοχικά σε μια μεγάλη σειρά από λωρίδες κύλισης (Εικόνα 5). Έτσι έχουμε τη συνάρτηση  $ax^n$ . Υπέδειξε πως εάν τοποθετηθούν οι λωρίδες κύλισης η μια κάτω απ' την άλλη και τους δοθεί το ίδιο εύρος, οι ίδιοι οι δείκτες θα ανταποκρίνονται στα σημεία της καμπύλης συνάρτησης. Καθώς ο χρήστης σύρει τον πρώτο δείκτη, θα έχουμε μετασχηματισμό της συνάρτησης καθώς το  $a$  αλλάζει. Στη συνέχεια οι εκπαιδευτικοί προχώρησαν δημιουργώντας μια επέκταση αυτής της ιδέας. Πήραν ένα Καρτεσιανό διάγραμμα, έφεραν τη διχοτόμο και τη γραμμή  $ax$  και στη συνέχεια έφτιαξαν κατακόρυφα τμήματα από τη μια γραμμή στην άλλη, ξεκινώντας από τυχαίο σημείο του άξονα  $x$ , (Εικόνα 6). Η μετακίνηση της κλίσης της  $ax$  με το εργαλείο μεταβλητότητας πέρα από τον κατακόρυφο άξονα αλλάζει το σχήμα των κατακόρυφων τμημάτων από το να μοιάζει με σκάλα στο να γίνει σπειροειδές. Οι εκπαιδευτικοί συζήτησαν το παράδοξο αυτό για ώρα, χωρίς μάλιστα να καταλήξουν σε μια κοινά αποδεκτή εξήγηση. Μέσα απ' αυτό το επεισόδιο, οι εκπαιδευτικοί όχι μόνο οικειοποιήθηκαν την ιδέα της συνδεσιμότητας των ψηφιδών, αλλά επίσης άλλαξαν τη στάση τους απέναντι στα Μαθηματικά, τα οποία έγιναν ένα πρόσφορο πεδίο για συζήτηση και διερεύνηση.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Δύο είδη θεμάτων εγείρονται μέσα από το άρθρο αυτό. Πρώτον, οι τρόποι με τους οποίους η εμπειρία της κατασκευής μικροκόσμων για άλλους ή για προσωπική διερεύνηση μπορεί να λειτουργήσει ως μέσο για να προκαλέσει τους εκπαιδευτικούς να συλλογιστούν πάνω στη φύση του γνωστικού τους αντικείμενου, στον επαγγελματικό και παιδαγωγικό τους ρόλο και στη μαθησιακή διαδικασία. Αν και τα εργαλεία που ανήκουν στην οικογένεια του Αβάκκιου και διευκολύνουν αυτή τη διαδικασία είναι σημαντικά για την υποστήριξη των στόχων αυτών, δεν αρκεί η απλή διάθεσή τους. Υπάρχει ζήτημα υποστήριξης σε θέματα παιδαγωγικών, συστημικών και κοινωνικών αλλαγών που δεν μπορεί να αγνοηθεί (DiSessa et al., 1995). Παρατηρήσαμε αυτούς τους εκπαιδευτικούς να αλλάζουν προσέγγιση απέναντι στην αξιοποίηση της τεχνολογίας κάνοντας Μαθηματικά για τους εαυτούς τους και σκεπτόμενοι για το τι θα μπορούσε να αποτελέσει ενδιαφέρουσα μαθηματική δραστηριότητα για τους μαθητές τους. Η σκέψη για τη σύνδεση διαφορετικών κομματιών λογισμικού και για τον ορισμό της φύσης αυτών των συνδέσεων έγινε μέρος αυτής της διαδικασίας, όπως και τα θέματα των πολλαπλών αναπαραστάσεων που δημιουργούνται και μετεξελίσσονται με βάση τη μαθηματική γλώσσα προγραμματισμού της Logo. Ένα θέμα που χρήζει περαιτέρω μελέτης είναι τι είδους εργαλεία και λογισμικό μπορούν να υποβοηθούν σε μεγάλο βαθμό την ανάμιξη των εκπαιδευτικών κατά τρόπους παρόμοιους με αυτούς που περιγράφονται στο άρθρο αυτό.

Πόσο γενικά θα έπρεπε να είναι τα λογισμικά αυτά και πώς το αποφασίζουμε; Είναι ο κώδικας εντολών που περνά δεδομένα από τη γλώσσα στη βάση δεδομένων ένα εργαλείο για να ξεκινούν οι εκπαιδευτικοί ή πρέπει να σχεδιάσουμε τα σεμινάρια έτσι, ώστε οι εκπαιδευτικοί να φτιάχνουν τον κώδικα (τις εντολές) μόνοι τους; Η προοπτικές της μαθησιακής διαδικασίας που ενεργοποιείται με τη δημιουργία λογισμικού, οι οποίες συζητήθηκαν πρώτα από τους Harel et. al, 1991, χρειάζεται να επανεξεταστούν τώρα που υπάρχουν πολλά περισσότερα εργαλεία, παρομοιώσεις και ιδέες, μερικές από τις οποίες είναι ενσωματωμένες στο Αβάκιο.

Το δεύτερο θέμα είναι ο ρόλος και η επεκτασιμότητα μιας γλώσσας προγραμματισμού σαν τη Logo από την οπτική της μάθησης μέσω του προγραμματισμού (η γλώσσα Boxer έχει ήδη παίξει αυτό το ρόλο στο Boxer εδώ και πολλά χρόνια). Τι είδους αναπαράσταση και δημιουργία είναι κατάλληλη για μάθηση με το Αβάκιο, όπου μια απεριόριστη ποικιλία ψηφιδών λογισμικού είναι ανοιχτά στη συνδεσιμότητα και τον έλεγχο μέσω της γλώσσας. Και ένα τελευταίο σημείο. Η

συζήτηση γύρω από περιβάλλοντα ανεπτυγμένα με την αρχιτεκτονική των ψηφίδων τονίζει ότι πλούσιες πηγές εκπαιδευτικού υλικού ευρέως διαθέσιμες και προσαρμόσιμες από τον καθένα μπορεί να παίξουν σημαντικό ρόλο στη δημιουργία κοινωνικών κοιτίδων (DiSessa 2000), όπου οι άνθρωποι εκφράζονται και δημιουργούν με υπολογιστικά μέσα. Υποστηρίζω ότι η διαδικασία δυνατότητας κατασκευής λογισμικού από χρήστες εκπαιδευτικούς με τον τρόπο που περιγράφηκε μπορεί να είναι σημαντικό στοιχείο για να στραφεί η διαδικασία εξέλιξης των πηγών αυτών σ' αυτή την κατεύθυνση.

Τέλος, υπάρχει το ερώτημα τι μπορεί να κάνει ο εκπαιδευτικός με τη γνώση και εμπειρία που αποκτά μαθαίνοντας δευτερογενή ανάπτυξη λογισμικού. Εκτός από το ότι μπορεί να αξιοποιήσει την εμπειρία αυτή για βαθύτερη ενασχόληση με τα μαθηματικά και διδασκαλία τους, μπορεί να κατασκευάσει ο ίδιος εργαλεία και υλικό για τους δικούς του μαθητές και για άλλους. Τα εργαλεία αυτά μπορεί να τα αλλάζει συνεχώς και να τα μορφοποιεί αφού έχει βαθιά πρόσβαση στις λειτουργικότητές τους. Μπορεί επίσης να διεκδικήσει πιο σημαντικό ρόλο στις επαγγελματικές κοινότητες στις οποίες συμμετέχει και βέβαια γενικότερα να αναδείξει μια καινούργια πτυχή στο ρόλο του εκπαιδευτικού. Η διαδικασία αυτή δεν είναι βέβαια απειλή για την καθιερωμένη πραγματικότητα. Αντίθετα, ενώ μπορεί να ενταχθεί με πολλές μορφές στο σημερινό σχολείο και προγράμματα επιμόρφωσης, έχει τα ψήγματα πραγματικής μετεξέλιξης της εκπαιδευτικής διαδικασίας.

## ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

1. 'Χελωνόκοσμος', 'Ταξινομούμε', Excel, Function Probe, Geometry Sketchpad. Ο 'Χελωνόκοσμος' και το 'Ταξινομούμε' είναι Ελληνικά λογισμικά ανεπτυγμένα στα πλαίσια των έργων Ε.Π.Ε.Τ. της Γ.Γ.Ε.Τ, 'ΥΔΕΕΣ' (1995-98) και 'Θρανίο' (1998-2001).
2. <http://e-slate.cti.gr>
3. Στα πλαίσια του 'Αβάκιου', χρησιμοποιούμε το όρο αυτό για να περιγράψουμε τους δημιουργικούς συνδυασμούς ψηφίδων και τις λειτουργικότητες των λογισμικών που φτιάχνουν οι εκπαιδευτικοί (για μια ανάλυση του όρου βλ. Edwards, 1998).
4. Οι περισσότεροι από τους υπό κατάρτιση επιμορφωτές είχαν εξαιρετική συνεργασία μαζί μας.
5. Ο 'Χελωνόκοσμος' είναι ένας μικρόκοσμος κατασκευασμένος στην πλατφόρμα του 'Αβάκιου' ( αναπτύσσεται στο ΙΤΥ εδώ και 8 περίπου χρόνια, <http://e-slate.cti.gr>) που περιλαμβάνει τα κλασικά 'γραφικά χελώνας' της γλώσσας προγραμματισμού Logo. Το αποτέλεσμα του Χελωνόκοσμου είναι ένας συνδυασμός λογισμικού συμβολικής έκφρασης σαν αυτό της Logo και λογισμικού δυναμικού χειρισμού Γεωμετρικών αντικειμένων (όπως το Geometry Sketchpad ή το Cabri).

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- DiSessa, A. (1997). Open toolsets: new ends and new means in learning mathematics and science with computers, Proceedings of the Twenty First Annual Meeting of the Psychology of Mathematics Education, Finland, Lahti, Pekkonen (Ed).
- DiDessa, A. (2000) *Changing minds*, M.I.T. press.
- DiSessa, A., Hoyles, C., Noss, R.. (1995). *Computers and Exploratory Learning* Springer - Verlag, Berlin Heidelberg.
- Edwards, L. (1998). Embodying mathematics and science: Microworlds as representations Journal of Mathematical Behavior 17 (1), 53 – 78.
- Harel, I. and Papert, S. (1991). *Constructionism*. US: Ablex Publishing Corporation.
- Kynigos, C., Koutlis, M. and Hadzilakos, Th. (1997). Mathematics with component - oriented exploratory software, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 2, 229-250.
- Noss, R. and Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London.