

Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2000)

2ο Συνέδριο ΕΤΠΕ «Οι ΤΠΕ στην Εκπαίδευση»



Έννοιες συμβολικής αναπαράστασης και συστημάτων αναφοράς σε έναν μικρόκοσμο κατασκευής και χρήσης χάρτη.

Χρόνης Κυνηγός, Νικολέτα Γιαννούτσου

Βιβλιογραφική αναφορά:

Κυνηγός Χ., & Γιαννούτσου Ν. (2025). Έννοιες συμβολικής αναπαράστασης και συστημάτων αναφοράς σε έναν μικρόκοσμο κατασκευής και χρήσης χάρτη. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, 1, 539–548. ανακτήθηκε από <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/8292>

Έννοιες συμβολικής αναπαράστασης και συστημάτων αναφοράς σε έναν μικρόκοσμο κατασκευής και χρήσης χάρτη.

***Χρόνης Κυνηγός, **Νικολέτα Γιαννούτσου**

kynigos@cti.gr

Nikoleta.Yiannoutsou@cti.gr

* Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα ΦΠΨ, Τομέας Παιδαγωγικής και Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών

** Πανεπιστήμιο Αθηνών Τμήμα ΦΠΨ, Τομέας Παιδαγωγικής

Περίληψη:

Η παρούσα έρευνα αναλύει τον τρόπο με τον οποίο δύο ομάδες μαθητών ηλικίας επτά ετών προσεγγίζουν την αναπαραστασιακή και γεωμετρική υπόσταση του χάρτη μέσα από: α) τη συμβολική αναπαράσταση των αντικειμένων που τοποθετούν σε έναν χάρτη που κατασκευάζουν οι ίδιοι και β) μέσα από τα συστήματα αναφοράς που χρησιμοποιούν για να προσδιορίσουν τόσο την κίνηση μέσα στο χώρο όσο και τη θέση ενός σημείου κατά τη χρήση αλλά και την κατασκευή του χάρτη. Η μελέτη των παραπάνω εννοιών έγινε στα πλαίσια δραστηριοτήτων που βασίζονται στην κίνηση στον πραγματικό χώρο και στην ταυτόχρονη αναπαράστασή της στο επίπεδο μέσω διασύνδεσης του λογισμικού με τεχνολογία GPS ακριβείας. Τα συμπεράσματά μας έδειξαν ότι τέτοιες δραστηριότητες έχουν τη δυνατότητα να προσφέρουν τις κατάλληλες συνθήκες α) για την ανάπτυξη συστηματικού τρόπου αναπαράστασης αντικειμένων και β) για το συνδυασμό συστημάτων αναφοράς.

Λέξεις Κλειδιά: Αναπαραστασιακή - γεωμετρική αντιστοιχία, συμβολική αναπαράσταση, συστήματα αναφοράς (τοπολογικό, προβολικό, ευκλείδειο)

Abstract:

In this paper we analyze how two groups of seven year-old students approached the representational and geometrical correspondence between the map and the actual space through: a) the symbolic representations they use when they construct a map and b) the frames of reference they choose both to describe motion in space and to specify positioning when they construct or use a map. To study the above notions we designed educational activities based on the concurrent roaming on the referent space- and the visual representation of this roaming on the plane (the computer screen). This facility was provided by a synergy between GPS technology and the software. Our findings revealed the potential of the microworld used to offer opportunities for combining frames of reference and using symbolic representations.

Εισαγωγή

Σκοπός αυτής της έρευνας είναι να εξετάσει δύο πτυχές που αφορούν τη δραστηριότητα κατασκευής και χρήσης χάρτη από μαθητές ηλικίας 7 ετών. Η πρώτη αφορά το είδος των συμβόλων που χρησιμοποιούν οι μαθητές για να αναπαραστήσουν αντικείμενα ενός οικείου χώρου προκειμένου να κατασκευάσουν το χάρτη αυτού του χώρου για συγκεκριμένο σκοπό. Η δεύτερη πτυχή αφορά το είδος των συστημάτων αναφοράς που επιλέγουν οι μαθητές, για να περιγράψουν την κίνηση ή να προσδιορίσουν τη θέση ενός αντικειμένου χώρου, όταν κατασκευάζουν ή χρησιμοποιούν ένα χάρτη αυτού του χώρου.

Θεωρητικό πλαίσιο

Η σύγχρονη εκπαιδευτική έρευνα που είναι προσανατολισμένη στη γνωστική περιοχή της γεωγραφίας και των μαθηματικών έχει δείξει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τις έννοιες του χώρου, του προσανατολισμού και του συμβολισμού όπως εμπειριέχονται σε δραστηριότητες κατασκευής και χρήσης χάρτη. Συγκεκριμένα, η πληροφορία που μεταφέρει ο χάρτης μπορεί να αναλυθεί σε δύο είδη. Το ένα είδος αφορά τα αντικείμενα και γενικότερα το περιεχόμενο

του χώρου που αναπαρίσταται και το άλλο είδος αφορά «χωρική» πληροφορία που συνδέει τα αντικείμενα που αναπαρίστανται στο χάρτη με τη θέση που κατέχουν στο χώρο.

Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία ο χάρτης συνδέεται με τον πραγματικό χώρο σε επίπεδο αναπαραστασιακής και γεωμετρικής αντιστοιχίας (Liben & Yekel, 1996). Σε αυτή την ενότητα θα αναλύσουμε κάθε μία από αυτές τις έννοιες ξεχωριστά και θα αναφέρουμε τα ερευνητικά δεδομένα που αφορούν την κατανόησή τους από παιδιά της ηλικίας που μελετάμε.

Η αναπαραστασιακή αντιστοιχία αναφέρεται στις συνδέσεις ανάμεσα σε κατηγορίες αντικειμένων (που χρησιμοποιούνται ως σημεία αναφοράς στο χάρτη) και τα σύμβολά τους (π.χ οι εκκλησίες συμβολίζονται με ένα σταυρό). Οι Liben & Yekel, 1996 αναφέρουν ότι η κατανόηση της αναπαραστασιακής αντιστοιχίας προηγείται της γεωμετρικής ενώ η J. DeLoache (1987) έδειξε ότι τα παιδιά χρησιμοποιούν χαρακτηριστικά των συμβόλων για να καταλήξουν σε συμπεράσματα που αφορούν θέση του αντικειμένου στο χώρο. Στόχος αυτής της έρευνας είναι η μελέτη της συμβολικής αναπαράστασης ως πτυχή της αναπαραστασιακής αντιστοιχίας. Αναλυτικότερα, η συμβολική αναπαράσταση έτσι όπως εξετάζεται εδώ, αφορά το είδος των συμβόλων που χρησιμοποιούν οι μαθητές για να αναπαραστήσουν στο χάρτη αντικείμενα που υπάρχουν στο χώρο καθώς και το κριτήριο επιλογής αυτών των συμβόλων.

Η γεωμετρική αντιστοιχία αναφέρεται στις συνδέσεις ανάμεσα στα «χωρικά» χαρακτηριστικά των αντικειμένων και των συμβόλων τους και προσδιορίζεται από 3 συστήματα: το Ευκλείδειο, το τοπολογικό και το προβολικό. Η επιλογή κάποιου από τα παραπάνω συστήματα εξαρτάται μεταξύ άλλων και από το περιεχόμενο (context) στα πλαίσια του οποίου γίνεται απαραίτητη η χρήση ενός συστήματος αναφοράς. (Ackermann 1991, Kynigos 1993)

Με βάση το Ευκλείδειο – Καρτεσιανό σύστημα τα σημεία και η κίνηση στο χώρο προσδιορίζονται από μετρήσεις, υπολογισμούς και συντεταγμένες. Στην ουσία πρόκειται για ένα απόλυτο σύστημα αναφοράς όπου η θέση και οι τοπολογικές σχέσεις των αντικειμένων αναπαρίστανται με λογικο-μαθηματικό τρόπο στο επίπεδο. Από την έρευνα που έχει διεξαχθεί (Lawler 1985, Kynigos 1993) προκύπτει ότι τα μικρά παιδιά συναντούν ιδιαίτερη δυσκολία στην κατανόηση εννοιών που διέπουν οργανωμένα συστήματα αναπαράστασης.

Με βάση το τοπολογικό σύστημα η θέση των αντικειμένων στο χώρο προσδιορίζεται αναφορικά με τη θέση άλλων αντικειμένων. Πρόκειται δηλαδή για ένα σχετικό σύστημα αναφοράς όπου η βάση για την περιγραφή ενός σημείου ή αντικειμένου στο χώρο είναι τα άλλα αντικείμενα. Η έρευνα έχει δείξει ότι ένα σύνολο διαισθήσεων που χρησιμοποιείται από τα παιδιά για την ερμηνεία της θέσης στο χώρο πηγάζει από τις τοπολογικές σχέσεις των αντικειμένων.

Με βάση το προβολικό σύστημα η θέση των αντικειμένων στο χώρο προσδιορίζεται από την προοπτική (την οπτική γωνία) από την οποία φαίνονται τα αντικείμενα. Περιλαμβάνει και τη διαδικασία αποκέντρωσης της σκέψης προκειμένου να επιτευχθεί ο «συντονισμός της προοπτικής» και να γίνει αντιληπτό πως φαίνονται και ποια είναι η θέση των αντικειμένων στο χώρο όταν τα βλέπει κανείς από διαφορετικές οπτικές γωνίες.

Σύμφωνα με την έρευνα, με το προβολικό σύστημα συνδέεται ένα δεύτερο είδος διαισθήσεων βάσει του οποίου η ερμηνεία της θέσης στο χώρο προκύπτει από τις κινήσεις και τη θέση του σώματος μέσα σ' αυτόν. Συγκεκριμένα το άτομο προσεγγίζει το χώρο με βάση αλλαγές στην οπτική του γωνία χρησιμοποιώντας ένα «σωματοκεντρικό» σύστημα αναφοράς (Ackermann 1991) διαδικασία, που έχει περιγραφεί από τον Papert ως «σωματικός συντονισμός» (body syntonicity).

Η έρευνα υπογραμμίζει τη δυσκολία των μικρών παιδιών να συνδυάσουν τα δύο είδη διαισθήσεων που συνδέονται με το τοπολογικό και το προβολικό σύστημα αναφοράς, προκειμένου να ερμηνεύσουν μία κατάσταση.

Ο χώρος που προσδιορίζεται από τις διαισθήσεις, τα βιώματα και τις εμπειρίες του ατόμου περιγράφεται (Nemirovsky, Tierney, Wright 1998) ως υποκειμενικός. Ο χώρος αυτός αντιπαραβάλλεται στον απόλυτο ή αντικειμενικό χώρο ο οποίος προσδιορίζεται μέσα από μετρήσεις, και τους νευτώνειους νόμους. Οι δραστηριότητες που σχεδιάστηκαν και ο μικρόκοσμος που χρησιμοποιήθηκε για την έρευνα περιλαμβάνουν την προσέγγιση του

υποκειμενικού αλλά και του απόλυτου χώρου και παρέχουν ερεθίσματα για την ανακάλυψη πιθανών τρόπων συσχετισμού τους.

Συνοψίζοντας, η αναπαραστασιακή αντιστοιχία που συνδέει το χάρτη και το χώρο περιλαμβάνει την έννοια της συμβολικής αναπαράστασης των αντικειμένων. Η προσέγγιση της έννοιας της γεωμετρικής αντιστοιχίας απαιτεί τη χρήση συστημάτων αναφοράς για τον προσδιορισμό της «χωρικής» πληροφορίας του χάρτη. Σύμφωνα με την έρευνα, ο συμβολισμός αντικειμένων και ο συνδυασμός συστημάτων αναφοράς ενέχει σημαντικές δυσκολίες για τα μικρά παιδιά. Λαμβάνοντας υπ' όψιν τα παραπάνω σχεδιάσαμε δραστηριότητες που αξιοποιούν τεχνολογία GPS η οποία επιτρέπει παράλληλη αξιοποίηση της άμεσης και της έμμεσης αντίληψης του χώρου, με στόχο την απρόσκοπτη λεκτική επικοινωνία μεταξύ των μαθητών για έννοιες του χώρου.

Περιγραφή του μικρόκοσμου της έρευνας

Πρόκειται για ένα μαθησιακό περιβάλλον –μικρόκοσμο, βασισμένο στις νέες τεχνολογίες όπου η κίνηση στο χώρο αναπαρίσταται γραφικά (με τη μορφή ίχνους διαδρομής) στην οθόνη του υπολογιστή. Από τεχνικής πλευράς, η χρήση φορητού Gps ακριβείας στον εξωτερικό χώρο και η τροφοδότηση των δεδομένων στον υπολογιστή¹ συντελεί ώστε η κίνηση μιας εξωτερικής ομάδας στο χώρο να αναπαρίσταται την ίδια στιγμή στην οθόνη του υπολογιστή με την κίνηση ενός περιπατητή² ο οποίος αποτυπώνει στο επίπεδο τη διαδρομή που ακολουθείται στο χώρο. Σε αυτή τη διαδικασία είναι δυνατή διαρκής επικοινωνία της ομάδας που κινείται στο χώρο και εκείνης που χρησιμοποιεί το μικρόκοσμο με τη χρήση συσκευών walkie - talkie.

Από παιδαγωγικής πλευράς, η αναπαράσταση της κίνησης με τη μορφή ίχνους διαδρομής στο επίπεδο ενσωματώνει σε συμβολική μορφή βασικές έννοιες του χώρου (κατεύθυνση, στροφή, προσανατολισμό απόσταση) που ήταν σχεδιασμένες να διερευνηθούν από τους μαθητές στα πλαίσια των δραστηριοτήτων που περιγράφονται παρακάτω. Υπό αυτό το πρίσμα ένα μαθησιακό, διερευνητικό περιβάλλον που ενσωματώνει μαθηματικές ή άλλες επιστημονικές έννοιες σύμφωνα με τη βιβλιογραφία (Kynigos 1992, Edwards 1998) αποτελεί μικρόκοσμο.

Σε ένα τέτοιο μαθησιακό περιβάλλον και με βάση το λειτουργικό μοντέλο της Edwards (1998) ο χρήστης αλληλεπιδρά με το μικρόκοσμο μέσα από: α) χειρισμό των αντικειμένων του μικρόκοσμου και ανακάλυψη των ιδιοτήτων τους β) ερμηνεία ανατροφοδότησης που παρέχεται από το σύστημα ως αποτέλεσμα του χειρισμού των αντικειμένων και γ) χρήση των αντικειμένων για την επίλυση προβλημάτων.

Στο μικρόκοσμο που χρησιμοποιήθηκε για την έρευνα ο χειρισμός των αντικειμένων αφορά την κίνηση του περιπατητή και τις ιδιότητες αυτής της κίνησης που δεν είναι άλλες από εκείνες της πραγματικής κίνησης στο χώρο. Πρόκειται όμως για μία έμμεση και σχετικά πολύπλοκη διαδικασία αφού η κίνηση του περιπατητή και η αποτύπωσή της στο επίπεδο αντικατοπτρίζει την κίνηση της εξωτερικής ομάδας και άρα όχι απαραίτητα τις εντολές ή τις υποθέσεις που διατυπώνει η εσωτερική ομάδα για αυτή την κίνηση. Αυτό το χαρακτηριστικό του μικρόκοσμου σχετίζεται με την ερμηνεία της ανατροφοδότησης και την επηρεάζει σε αντιληπτικό και κοινωνικό επίπεδο.

Η ερμηνεία της ανατροφοδότησης βασίζεται στη δυνατότητα “αυτό-διόρθωσης” (self correction) και ορίζεται (Groen & Kieran 1983) ως ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά των υπολογιστικών μικρόκοσμων. Έτσι αν ένα πρόγραμμα εκτελεί μία εντολή ή ένα σύνολο από

¹ Η τεχνολογία διασύνδεσης GPS ακριβείας με λογισμικό αποτέλεσε αντικείμενο επιστημονικής έρευνας από μία ερευνητική ομάδα (EM3) του Ινστιτούτου Τεχνολογίας Υπολογιστών (ITY) Ιστοσελίδα : E-slate.cti.gr

² Με τον όρο περιπατητή αναφερόμαστε σε έναν agent που παίρνει συντεταγμένες από το GPS και κινείται ανάλογα στο χάρτη.

³ Επειδή παρεμβαίνει η υποκειμενική ερμηνεία των εντολών ή της κίνησης από την εσωτερική ή εξωτερική ομάδα. (Σε αντιδιαστολή με την περίπτωση της χελώνας στη Logo που αν ο χρήστης δώσει εντολή να στρίψει αριστερά 90 δεν υπάρχει περίπτωση να κάνει το αντίθετο)

εντολές με τρόπο μη αναμενόμενο τότε γίνεται αμέσως φανερό ότι πρόκειται για κάποιο λάθος στην/στις εντολές.

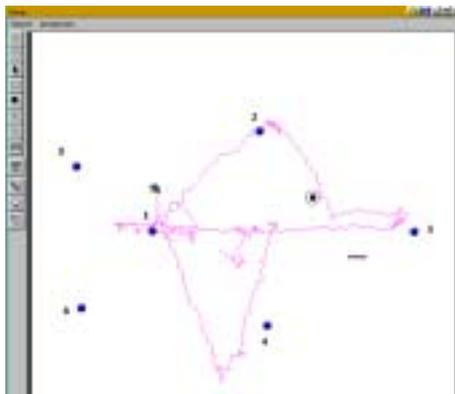
Συνεπώς, η ερμηνεία της ανατροφοδότησης βασίζεται σε μία σταθερά: το πρόγραμμα εκτελεί ακριβώς αυτό που έχει ορίσει ο χρήστης και άρα η αναζήτηση του σφάλματος κατευθύνεται στις ενέργειες του χρήστη. Στο μικρόκοσμο της έρευνας που περιγράφουμε ο χρήστης έχει δύο πεδία αναζήτησης του σφάλματος: στις εντολές που δίνει στην εξωτερική ομάδα και στον τρόπο εκτέλεσης των εντολών αυτών από την εξωτερική ομάδα και άρα η διαδικασία είναι αντιληπτικά πιο απαιτητική.

Η διαδικασία ερμηνείας της ανατροφοδότησης και ελέγχου των υποθέσεων ενθαρρύνει την ανταλλαγή, πάνω στο ίδιο θέμα, ιδεών και πληροφοριών που προέρχονται από διαφορετικές πηγές: η μία πηγή είναι η κίνηση της εξωτερικής ομάδας στο χώρο (άμεση αντίληψη) και η άλλη είναι η αναπαράσταση αυτής της κίνησης στο επίπεδο και συνδέεται με την εσωτερική ομάδα (έμμεση αντίληψη).

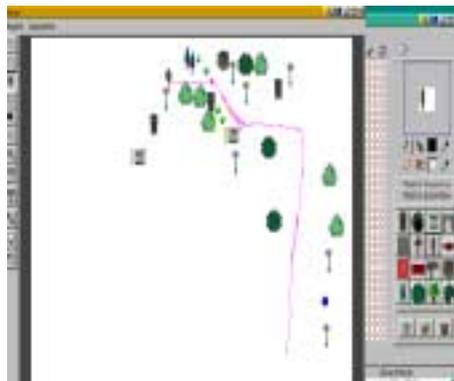
Περιγραφή των δραστηριοτήτων

Η έρευνα βασίστηκε στη διενέργεια δύο δραστηριοτήτων: pattern και κινήγι θησαυρού οι οποίες διαφοροποιήθηκαν ως προς την έμφαση που δόθηκε σχετικά α) με τη χρήση συστημάτων αναφοράς για τον προσδιορισμό της θέσης αντικειμένων και την περιγραφή της κίνησης στο χώρο και β) με τη συμβολική αναπαράσταση στο χάρτη αντικειμένων που βρίσκονταν στο χώρο. Σε κάθε δραστηριότητα συμμετείχαν δύο δυνάδες μαθητών όπου άλλαζαν ρόλους ως εξωτερική και εσωτερική ομάδα αντίστοιχα. Και στις δύο δραστηριότητες δεν υπήρχε άμεση οπτική επαφή με το χώρο και την κίνηση της εξωτερικής ομάδας.

Εικ1. Pattern, Φάση2: το σχέδιο που σχηματίστηκε χάρτη από την κίνηση της εξωτερικής ομάδας



Εικ2. Κινήγι θησαυρού: Ο χάρτης που στο έφτιαζαν οι μαθητές.



Pattern: Η πρώτη δραστηριότητα βασίστηκε στο παιχνίδι με τις αριθμημένες τελείες η ένωση των οποίων με τη σωστή σειρά οδηγεί στην εμφάνιση ενός σχεδίου. Η εσωτερική ομάδα είχε στην οθόνη του υπολογιστή ένα σχέδιο με αριθμημένες τελείες, πάνω σε λευκό χάρτη και συμφωνήθηκε ότι αντιστοιχεί στη μπροστινή αυλή του σχολείου. Η δραστηριότητα εξελίχθηκε σε δύο φάσεις οι οποίες διαφοροποιήθηκαν ως προς την ύπαρξη ή την απουσία ομοίμορφων σημείων αναφοράς στον εξωτερικό χώρο ώστε να φέρει στην επιφάνεια τυχόν διαφορές στην επιλογή των συστημάτων αναφοράς.

Συγκεκριμένα στην πρώτη φάση το σχέδιο που σχημάτιζαν οι τελείες στην οθόνη μεταφέρθηκε στην μπροστινή αυλή του σχολείου όπου στα αντίστοιχα (με τις τελείες σημεία) είχαν τοποθετηθεί κώνοι χωρίς όμως να είναι αριθμημένοι. Έτσι όταν για παράδειγμα η εξωτερική ομάδα έφτανε στον 1^ο κώνο, ο περιπατητής (agent) έφτανε στην 1^η τελεία του χάρτη. Στη δεύτερη φάση της δραστηριότητας δεν υπήρχαν κώνοι στην εξωτερική αυλή και η

εξωτερική ομάδα έπρεπε να τους τοποθετήσει με βάση τις οδηγίες της εσωτερικής. Επιπλέον οι ομάδες είχαν αλλάξει ρόλους και το σχέδιο στην οθόνη ήταν διαφορετικό. Σκοπός και στις δύο περιπτώσεις είναι η εσωτερική ομάδα να κατευθύνει την εξωτερική να κινηθεί στο χώρο ώστε να ενωθούν οι τελείες με τη σειρά για να σχηματιστεί στην οθόνη το σχέδιο.

Κυνήγι θησαυρού: Η δεύτερη δραστηριότητα ήταν βασισμένη σε ένα παιχνίδι κρυμμένου θησαυρού όπου οι δύο ομάδες χρειαζόταν να συνεργαστούν για να κατασκευάσουν το χάρτη του σχολείου τους προκειμένου να τον χρησιμοποιήσουν για να ανακαλύψουν που ήταν κρυμμένος ο θησαυρός. Εξελήχθηκε και αυτή σε δύο φάσεις: α) κατασκευή χάρτη και β) χρήση χάρτη για την αναζήτηση του θησαυρού. Σε αυτή τη δραστηριότητα εμπλέκεται τόσο η χρήση συστημάτων αναφοράς για την περιγραφή της θέσης των αντικειμένων στο χώρο όσο και η συμβολική αναπαράσταση αυτών των αντικειμένων στο χάρτη.

Για την εφαρμογή των παραπάνω δραστηριοτήτων εκπονήθηκε ένα σχέδιο παρεμβάσεων το οποίο περιγράφεται στην επόμενη ενότητα (Μεθοδολογία).

Μεθοδολογία

Η έρευνα ολοκληρώθηκε σε 16 ωριαίες συναντήσεις με δύο ομάδες μαθητών ηλικίας 7 ετών. Κάθε ομάδα αποτελούνταν από δύο μαθητές η επιλογή των οποίων έγινε σε συνεργασία με τους δασκάλους και είχε ως κριτήριο α) τη διάθεση και την ικανότητα των μαθητών για συνεργασία και β) την τοποθέτησή τους στο μέσο όρο περίπου της τάξης αναφορικά με τις γνώσεις και τις γενικότερες ικανότητές τους.

Η έρευνα πήρε τη μορφή της μελέτης μιας συγκεκριμένης περίπτωσης (case study) για λόγους κυρίως υλικο-τεχνικής υποδομής. Και οι δύο ομάδες παρατηρούνταν και βιντεοσκοπούνταν ταυτόχρονα κατά τη διάρκεια όλων των συναντήσεων. Αντικείμενο της παρατήρησης αποτέλεσαν: α) οι λεκτικές ανταλλαγές τόσο μεταξύ των ομάδων όσο και μεταξύ των μελών της κάθε ομάδας, β) οι κινήσεις των μαθητών γ) οι επεξηγηματικές χειρονομίες των μαθητών, δ) τα σχέδια στην οθόνη.

Για τους σκοπούς της παρατήρησης καταρτίστηκε ένα σχέδιο παρεμβάσεων. Το σχέδιο αυτό τροποποιήθηκε με βάση δεδομένα που προέκυψαν από δύο πιλοτικές μελέτες που διεξήχθησαν πριν την έναρξη της έρευνας, και ανατροφοδοτήθηκε πολλές φορές με βάση στοιχεία που προέκυπταν κατά τη διεξαγωγή της κυρίως έρευνας. Με βάση αυτό το σχέδιο οι παρεμβάσεις των ερευνητών είχαν τη μορφή προτάσεων, ερωτήσεων και όχι οδηγιών προς τους μαθητές και συνέβαιναν όταν: α) οι ερευνητές έκριναν ότι οι ενέργειες και τα σχόλια των μαθητών χρειάζονται επεξήγηση για να ερμηνευθούν β) οι μαθητές βρίσκονταν σε αδιέξοδο ή σε κατεύθυνση που οδηγούσε εντελώς έξω από τα πλαίσια της δραστηριότητας. Ο στόχος του σχεδίου παρεμβάσεων ήταν να ρίξει περισσότερο φως στις ενέργειες και τις αποφάσεις και τα λεγόμενα των μαθητών φέρνοντας στην επιφάνεια την ερμηνεία των ίδιων των μαθητών για αυτές, καθώς επίσης και να επαναφέρει τους μαθητές στο πλαίσιο της δραστηριότητας όταν και εάν αυτό ήταν απαραίτητο.

Τα ερευνητικά δεδομένα που συγκεντρώθηκαν αποτελούνται από τις βιντεοσκοπημένες συναντήσεις, τα αρχεία στον υπολογιστή και τις σημειώσεις των ερευνητών.

Συμβολικές αναπαραστάσεις και συστήματα αναφοράς – ανάλυση δεδομένων.

Η ανάλυση που παρουσιάζεται εδώ δεν είναι συνολική επί των ερευνητικών δεδομένων αλλά παρουσιάζει κάποια παραδείγματα που παρέχουν στοιχεία τόσο για τις συμβολικές αναπαραστάσεις των αντικειμένων που οι μαθητές επιλέγουν να τοποθετήσουν κατά τη διάρκεια κατασκευής ενός χάρτη του σχολείου τους όσο και για τα συστήματα αναφοράς που εμπλέκουν στην κατασκευή και χρήση αυτού του χάρτη.

Για την εξέταση των συστημάτων αναφοράς ως μονάδα ανάλυσης των δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν φράσεις που περιείχαν εντολές (οδηγίες κίνησης στο χώρο) καθώς επίσης ελήφθη υπ' όψιν η θέση και η κίνηση του τόσο του περιπατητή στην οθόνη όσο και της εξωτερικής ομάδας στο χώρο. Για την εξέταση των συμβολικών αναπαραστάσεων τα

δεδομένα απορρέουν από μια συζήτηση που έγινε μεταξύ του ερευνητή και των μαθητών και των δύο ομάδων ενώ η μονάδα ανάλυσης που χρησιμοποιείται είναι λεκτικά επεισόδια¹ ανάμεσα στον ερευνητή και τους μαθητές λαμβάνοντας υπ' όψιν τα σύμβολα που τοποθέτησαν οι μαθητές πάνω στο χάρτη.

Συμβολικές αναπαραστάσεις

Οι συμβολικές αναπαραστάσεις εξετάζονται εδώ ως μία πτυχή της αναπαραστασιακής αντιστοιχίας που υπάρχει ανάμεσα στο χάρτη και τον πραγματικό χώρο. Η μελέτη των συμβολικών αναπαραστάσεων αφορά α) τα χαρακτηριστικά των συμβόλων που χρησιμοποιούν οι μαθητές για να αναπαραστήσουν στο χάρτη αντικείμενα του χώρου και β) το κριτήριο επιλογής των συμβόλων όπως παρουσιάζεται μέσα από τις λεκτικές αλληλεπιδράσεις των ομάδων.

α) Χαρακτηριστικά συμβόλων

Τα χαρακτηριστικά των συμβόλων που χρησιμοποιούν οι μαθητές για την κατασκευή του χάρτη διερευνώνται με βάση την ομοιότητά τους με τα αντικείμενα που συμβολίζουν και με βάση την ομοιομορφία τους. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι μαθητές κατά την κατασκευή του χάρτη είχαν στη διάθεσή τους μία σειρά από εικονίδια που αναπαριστούσαν αντικείμενα (όχι όλα) του εξωτερικού χώρου αλλά μπορούσαν να ζωγραφίσουν και οι ίδιοι τα σύμβολα αν ήθελαν. Για κάθε αντικείμενο υπήρχαν δύο αναπαραστάσεις από διαφορετική οπτική γωνία (κάτοψη και προβολή υπό γωνία).

Από τα ερευνητικά δεδομένα και τη μελέτη του χάρτη (εικ.2) των μαθητών προκύπτει ότι τα σύμβολα που χρησιμοποιήθηκαν είναι στην πλειοψηφία τους όμοια με το αντικείμενο που συμβολίζουν (iconicity). Μόνο σε δύο περιπτώσεις (για τη σημαία του σχολείου και τα πεύκα) οι μαθητές χρησιμοποίησαν «αφηρημένα» σύμβολα (τελείες) Στο απόσπασμα που ακολουθεί οι μαθητές συζητούν για το σύμβολο της σημαίας που έχουν τοποθετήσει στο χάρτη.

E1 Γιατί βάλαμε μία τελεία αντί για σημαία;

M2 Είχατε σημαία;

M4 Όχι δεν είχε σημαία.

E1 Γιατί βάλαμε την μπλε τελεία;

M3 Γιατί δεν προλαβαίναμε να την ζωγραφίσουμε.

E1 Ωραία, και γιατί βάλαμε μπλε τελεία και δεν βάλαμε πράσινη ας πούμε.

M3 Γιατί η σημαία είναι μπλε και άσπρο.

M4 Αλλά δεν είχε άσπρο και τη βάλαμε μπλε.

Από αυτό το παράδειγμα προκύπτει ότι η μία περίπτωση χρήσης αφηρημένου συμβόλου μοιάζει να οφείλεται σε «τεχνικούς λόγους» «δεν είχε σημαία ...δεν προλαβαίναμε να την ζωγραφίσουμε». Ακόμη και τότε όμως οι μαθητές φαίνεται ότι φροντίζουν να μεταφέρουν κάποιο από τα χαρακτηριστικά του αντικειμένου (χρώμα) στο σύμβολο «Γιατί βάλαμε την μπλε τελεία; ... Γιατί η σημαία είναι μπλε και άσπρο.»

Στοιχεία για την ομοιογένεια των συμβολικών αναπαραστάσεων προκύπτουν μόνο από το χάρτη που κατασκεύασαν οι μαθητές και φαίνεται ότι: α) χρησιμοποιούν το ίδιο σύμβολο για τα ίδια αντικείμενα β) δεν χρησιμοποιούν το ίδιο σύμβολο για κατηγορίες αντικειμένων, για παράδειγμα χρησιμοποιούν τυχαία 3 διαφορετικά εικονίδια για να συμβολίσουν τους θάμνους. και γ) δεν επιδιώκουν ομοιομορφία ως προς την οπτική γωνία έτσι, κάποια αντικείμενα αναπαραστάθηκαν με κατόψεις και άλλα με προβολές υπό γωνία.

β) Κριτήριο επιλογής συμβόλων

Μετά την παρουσίαση των χαρακτηριστικών των συμβόλων που χρησιμοποίησαν οι μαθητές στην κατασκευή του χάρτη είναι ενδιαφέρον να προσπαθήσουμε να μελετήσουμε το κριτήριο επιλογής τους.

¹ Ως λεκτικό επεισόδιο ορίζουμε μια σειρά από λεκτικές ανταλλαγές με βάση ένα συγκεκριμένο θέμα. Αλλαγή θέματος αποτελεί νέο επεισόδιο.

E1 Επομένως πως διαλέγεις τι αντικείμενα, τι ζωγραφιά θα βάλεις πάνω στο χάρτη για να δείξεις ότι αυτό για παράδειγμα είναι ένα δέντρο, αυτό είναι ένας σκουπιδοτενεκές. Τι σε βοηθάει περισσότερο να διαλέξεις;

M2 Ό,τι είναι το πράγμα βάζεις.

E1 Ό,τι μοιάζει εννοείς πιο πολύ. Γιατί;

M2 Για να το καταλαβαίνουν και οι άλλοι

E1 Μμ, για να το καταλαβαίνουν και οι άλλοι λες. Εδώ δεν μετράει πιο πολύ αν φτιάχνεις κάτοψη ή αν φτιάχνεις ένα χάρτη που δεν είναι κάτοψη; Δεν μετράει πιο πολύ ότι κάποια αντικείμενα, ας πούμε τη βρύση την έχουμε φτιάξει κάτοψη, αλλά τα δέντρα πάλι όχι;

M2 Ναι, δεν έχει σημασία γιατί και πάλι σημασία έχει να το καταλαβαίνει ο άλλος, τι νοιάζει να είναι ωραίο;

Στο παραπάνω απόσπασμα η επιλογή των συμβόλων φαίνεται να βασίζεται στην ομοιότητά τους με το αντικείμενο που αναπαριστούν (iconicity) «Ό,τι είναι το πράγμα βάζεις». Ο σκοπός ωστόσο αυτής της επιλογής μοιάζει να είναι λειτουργικός αφού σύμφωνα με το *M2* «και πάλι σημασία έχει να το καταλαβαίνει ο άλλος». Η χρήση ενός τέτοιου κριτηρίου θα μπορούσε ως ένα βαθμό να ερμηνεύσει την ανομοιομορφία του χάρτη ως προς την οπτική γωνία των συμβόλων που περιέχει.

E1: Να μας πουν η Βέρα με την Αναστασία γιατί διάλεξαν αυτή την εικόνα της βρύσης [δείχνει την κάτοψη] και όχι αυτή ή αυτή [δείχνει τις εικόνες που είναι προβολές από γωνία]; ...

M3 Ας πούμε από στην αρχή νόμιζα πως ήτανε τραπέζι. [Δείχνει την εικόνα της βρύσης όπως φαίνεται από γωνία] ...

E1 Γιατί δεν χρησιμοποιήσατε αυτή την εικόνα [δείχνει την κάτοψη] αλλά αυτή [δείχνει την προβολή υπό γωνία] για σκουπιδοτενεκέ;

M3 Γιατί δεν μοιάζει

Στο απόσπασμα αυτό διακρίνονται δύο περιπτώσεις, στη μία έχει χρησιμοποιηθεί εικονίδιο της κάτοψης ενός αντικειμένου, και στην άλλη εικονίδιο προβολής υπό γωνία. Και στις δύο περιπτώσεις όμως το κριτήριο φαίνεται να είναι το ίδιο: να μοιάζει με το αντικείμενο και να μην αφήνει περιθώρια για λάθη: «νόμιζα πως ήταν τραπέζι». Η συμβολική αναπαράσταση των αντικειμένων παρουσιάζει κάποια συστηματικότητα η οποία φαίνεται να βασίζεται σε λειτουργικά κριτήρια (:κατανόηση συμβολιζομένου).

Συστήματα αναφοράς

Ένας από τους στόχους της αυτής της έρευνας είναι να ανιχνεύσει το είδος των συστημάτων αναφοράς που χρησιμοποιούν οι μαθητές για να περιγράψουν τη θέση ενός σημείου στο χώρο ή την κίνηση προς συγκεκριμένο σημείο.

α) Τοπολογικό σύστημα αναφοράς

Το παρακάτω απόσπασμα προέρχεται από τη φάση κατασκευής χάρτη κατά τη δραστηριότητα Κυνήγι θησαυρού. Η εξωτερική ομάδα προσπαθεί να περιγράψει τη θέση αντικειμένων στο χώρο για να τα τοποθετήσει η εσωτερική ομάδα στο χάρτη.

M2: ... πιο μπροστά από τη βρύση είναι ένας σκουπιδοτενεκές, και πιο μπροστά είναι μία λάμπα.

Ο *M2* φαίνεται να χρησιμοποιεί τη βρύση ως σημείο αναφοράς για να προσδιορίσει τη θέση ενός άλλου αντικειμένου. Από τη διατύπωση όμως της πρότασης που ακολουθεί «και πιο μπροστά είναι μία λάμπα» δεν είναι ξεκάθαρο αν το σημείο αναφοράς εξακολουθεί να είναι η βρύση ή αλλάζει (ο σκουπιδοτενεκές). Ανεξάρτητα όμως από αυτό ο μαθητής χρησιμοποιώντας τη θέση ενός αντικειμένου (βρύση) για να προσδιορίσει τη θέση ενός άλλου («πιο μπροστά μία λάμπα») δείχνει να λαμβάνει υπ' όψιν του τις χωρικές σχέσεις των αντικειμένων και άρα φαίνεται να χρησιμοποιεί τοπολογικό σύστημα αναφοράς βασιζόμενος στις διαισθήσεις που πηγάζουν απ' αυτό.

β) Προβολικό σύστημα αναφοράς

Το απόσπασμα που ακολουθεί προέρχεται από τη 2^η φάση της δραστηριότητας pattern όπου αρχικά δεν υπήρχαν κώνοι στο χώρο (ομοιόμορφα σημεία αναφοράς). Η εσωτερική ομάδα προσπαθεί να οδηγήσει την εξωτερική προς τη «σωστή» κατεύθυνση ώστε να φτάσει στο σημείο της αυλής που αντιστοιχεί στην αριθμημένη τελεία και εκεί να τοποθετήσει έναν κώνο.

M2

Να πάτε προς τα αριστερά διαγώνια Over

E2

Να κοιτάζετε και το ανθρωπάκι έτσι; Να κοιτάζετε και το ανθρωπάκι.

M3

Αριστερά διαγώνια. Δεν κατάλαβα τίποτα.

Εδώ η εσωτερική ομάδα προσδιορίζει την κίνηση της εξωτερικής με τη σύνθεση δύο κινήσεων: «αριστερά διαγώνια». Η εντολή «αριστερά» σχετίζεται άμεσα με τη θέση κάποιου στο χώρο, από το διάλογο όμως δεν προκύπτει αν οι μαθητές λέγοντας «αριστερά» εννοούν αριστερά με βάση τη θέση του περιπατητή στην οθόνη. Το πρώτο μέρος της εντολής συνεπώς, μοιάζει να βασίζεται σε διαισθήσεις που προκύπτουν από τη θέση και την κίνηση του σώματος στο χώρο και σχετίζεται με το προβολικό σύστημα αναφοράς. Το διαγώνια χρησιμοποιείται από την εσωτερική ομάδα για να κατευθύνει την εξωτερική λοξά προς μία κατεύθυνση. Η παρατήρηση αυτή προκύπτει από τη θέση του περιπατητή στην οθόνη ως προς την αριθμημένη τελεία που αποτελεί και το στόχο της κίνησής του. Μία εναλλακτική διατύπωση της ίδιας εντολής θα μπορούσε να αφορά στροφή αριστερά και απόλυτο-μετρικό ή σχετικό προσδιορισμό της ποσότητας στροφής στη συγκεκριμένη περίπτωση όμως αυτή η διατύπωση δεν αποτέλεσε επιλογή των μαθητών.

γ) Συνδυασμός τοπολογικού και προβολικού συστήματος αναφοράς

Στο παρακάτω απόσπασμα και κατά την διεξαγωγή της δραστηριότητας pattern η εσωτερική ομάδα δίνει οδηγίες στην εξωτερική με δεδομένο ότι στην αυλή του σχολείου είναι τοποθετημένοι κώνοι (δες 1^η φάση δραστηριότητα pattern).

M3

Πηγαίνετε αριστερά όχι στον πρώτο – στο 2^ο κώνο

|

|

M2

Αριστερά από κει δηλαδή [δείχνει]

Αν και το πρώτο μέρος της εντολής είναι «πηγαίνετε αριστερά» δεν υπάρχουν στο απόσπασμα στοιχεία που να αποδεικνύουν ότι με την εντολή «πηγαίνετε αριστερά» η μία ομάδα λείπει στην άλλη να κινηθεί προς τα αριστερά της. Ωστόσο από την βιντεοσκόπηση προκύπτει ότι α) ο περιπατητής «κοιτάζει» αντίθετα από την κατεύθυνση που κοιτάζει η εσωτερική ομάδα και β) το σημείο στο οποίο θέλει η ομάδα να κατευθύνει τον περιπατητή βρίσκεται στα αριστερά του περιπατητή και δεξιά της ομάδας. Κατά συνέπεια, η εντολή «πηγαίνετε αριστερά» φαίνεται να δίνεται με σημείο αναφοράς τη θέση και την κατεύθυνση του περιπατητή η οποία όπως έχει εξηγηθεί στους μαθητές ταυτίζεται με τη θέση και την κατεύθυνση της εξωτερικής ομάδας. Αν είναι έτσι τα πράγματα τότε διαφαίνεται μία αποκεντρωτική¹ διαδικασία όπου η εσωτερική ομάδα περιγράφει τις οδηγίες για την κίνηση της εξωτερικής ομάδας με σημείο αναφοράς τη θέση του περιπατητή στο επίπεδο. Φαίνεται δηλαδή ότι πρόκειται για μία εντολή που προέκυψε από διαισθήσεις σωματικού συντονισμού.

Το 2^ο μέρος της εντολής «όχι στον πρώτο στο 2^ο κώνο» δείχνει ότι οι μαθητές χρησιμοποιούν το δεδομένο πως οι τελείες που βλέπουν στην οθόνη αντιστοιχούν σε κώνους στην εξωτερική αυλή, και πως χρησιμοποιούν αυτά τα αντικείμενα (η θέση των οποίων αναπαρίσταται συμβολικά πάνω στο χάρτη που βλέπουν) για να προσδιορίσουν το ακριβές σημείο προορισμού της εξωτερικής ομάδας. Ολόκληρη η εντολή παρουσιάζεται ως σύνθεση των δύο πηγών διαισθήσεων (θέσεις αντικειμένων και θέση σώματος στο χώρο) που αναφέραμε στο θεωρητικό πλαίσιο και φαίνεται να εφαρμόζει τόσο το τοπολογικό σύστημα αναφοράς, όσο και το προβολικό (από το συντονισμό της οπτικής της εσωτερικής ομάδας με εκείνη του περιπατητή).

¹ Ο όρος όπως περιγράφεται από τον Piaget

δ)Ευκλείδειο Σύστημα αναφοράς

Το απόσπασμα που ακολουθεί προέρχεται από τη 2^η φάση της δραστηριότητας pattern όπου αρχικά δεν είναι τοποθετημένοι κώνοι στην εξωτερική αυλή.

M1προχωρήστε πέντε βήματα.

M2 Όχι 5 βήματα γιατί άμα, άμα φτάσουμε σε κάποιο σημείο θα τους λέμε stop γιατί αν τους λέμε 5 βήματα μπορεί να είναι περισσότερο ή λιγότερο.

Με την εντολή «προχωρήστε 5 βήματα» διαφαίνεται μία προσπάθεια εκτίμησης της απόστασης και χρήσης απόλυτων σημείων αναφοράς. Ο M2 ωστόσο φαίνεται να εκτιμά ότι είναι πιο λειτουργικό στη συγκεκριμένη περίπτωση να ζητήσουν από την εξωτερική ομάδα να σταματήσει όταν έχει φτάσει στο σημείο που θέλουν παρά να προσπαθούν να εκτιμήσουν την απόσταση που πρέπει να διανύσουν. Εδώ φαίνεται ότι το περιεχόμενο (context) μοιάζει να επηρεάζει την επιλογή του συστήματος αναφοράς. (Ackermann 1991, Kynigos 1993)

Συμπεράσματα

Η χρήση του gps ως βασικό στοιχείο του μικρόκοσμου κατέστησε εφικτή την κίνηση στο χώρο και τη σύγχρονη αναπαράστασή της στο επίπεδο. Αυτό, με δεδομένη την απουσία άμεσης οπτικής επαφής με τον εξωτερικό χώρο, είχε ως αποτέλεσμα τη χρήση και ανταλλαγή πληροφοριών που προέρχονταν από δύο διαφορετικά είδη εμπειρίας. Το ένα είδος ήταν η άμεση εμπειρία του πραγματικού χώρου και της κίνησης σε αυτόν (εξωτερική ομάδα). Το άλλο είδος ήταν η έμμεση εμπειρία που προέκυψε από την συμβολική αναπαράσταση της κίνησης στο χάρτη (εσωτερική ομάδα). Οι παραπάνω συνθήκες συντέλεσαν ώστε να έρθει στην επιφάνεια η ανάγκη χρήσης συστημάτων αναφοράς ως ένας κοινός κώδικας μεταξύ των ομάδων προκειμένου να γίνει δυνατή η επικοινωνία για τη θέση και την κίνηση στο χώρο.

Συγκεκριμένα, τα συστήματα αναφοράς που χρησιμοποιήσαν οι μαθητές που συμμετείχαν στην έρευνα ήταν κυρίως τοπολογικά, προβολικά αλλά περιλάμβαναν και αναφορές στο Ευκλείδειο σύστημα. Το στοιχείο που καταδεικνύει αυτή η έρευνα είναι ότι οι μαθητές στο συγκεκριμένο μαθησιακό περιβάλλον κατάφεραν να συνδυάσουν και να χρησιμοποιήσουν περισσότερα από ένα συστήματα αναφοράς για να προσδιορίσουν ένα σημείο στο χώρο, παρόλο που η βιβλιογραφία σημειώνει την δυσκολία συνδυασμού τους από μαθητές της ηλικίας που μελετάμε.

Από τη μελέτη των συμβολικών αναπαραστάσεων ως πτυχή της αναπαραστασιακής αντιστοιχίας ανάμεσα στο χάρτη και τον πραγματικό χώρο προέκυψε ότι οι μαθητές: α) δεν προχώρησαν σε γενικεύσεις σε κατηγορίες αντικειμένων όπως φαίνεται από τα σύμβολα που χρησιμοποίησαν για να αναπαραστήσουν τα αντικείμενα στο χάρτη β) χρησιμοποίησαν σύμβολα που δεν είναι ομοιόμορφα ως προς την οπτική γωνία αλλά μοιάζουν με το αντικείμενο που συμβολίζουν (iconicity) γ) συστηματοποίησαν την επιλογή των συμβόλων με βάση λειτουργικά κριτήρια.

Η σημασία των ευρημάτων που παρουσιάσαμε αφορά κυρίως την παιδαγωγική αξία του μικρόκοσμου που χρησιμοποιήθηκε και των δραστηριοτήτων που σχεδιάστηκαν. Συγκεκριμένα, ο μικρόσκοπος κατασκευής και χρήσης χάρτη στα πλαίσια δραστηριοτήτων όπως αυτές που περιγράψαμε, μοιάζει να προσφέρει σε μικρούς μαθητές το κατάλληλο έδαφος όχι μόνο για να συνδυάσουν διαισθήσεις και συστήματα αναφοράς αλλά και για να αρχίσουν να αναπτύσσουν ένα συστηματικό τρόπο συμβολικής αναπαράστασης αντικειμένων.

Ειδικές Αναφορές: Η έρευνα αυτή πραγματοποιήθηκε στο Κολλέγιο Ψυχικού και στα πλαίσια του χρηματοδοτούμενου από την Ευρωπαϊκή επιτροπή έργου, με τίτλο *Children in Choros and Chronos*, European Commission, *Espirit LTR, Experimental School Environments #29346,1999-2000* και με φορείς: Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών (ITY, Υπεύθυνος: Μανώλης Κουτλής), Πανεπιστήμιο Αθηνών (Υπεύθυνος: Επικ. Καθηγητής Χρόνης Κυνηγός), Πανεπιστήμιο Αιγαίου (Υπεύθυνη: Επικ. Καθηγήτρια Αγγελική Δημητρακοπούλου) και *Fraunhofer-Institute* (Υπεύθυνος: Michael Krieger).

Ευχαριστούμε την κ. Ευαγγελία Δημαράκη για τις συμβουλές και τις ιδέες που μοιράστηκε μαζί μας σε θέματα μεθοδολογίας καθώς και τα μέλη της ερευνητικής ομάδας Ιωαννίδου Ειρήνη, Δεκόλη Μαργαρίτα, και Ρίγγα Δημήτρη για την υποστήριξη και τη συμβολή τους στην διεξαγωγή της έρευνας. Ευχαριστούμε επίσης τη διεύθυνση του Κολλεγίου Ψυχικού για την συνεργασία, τους δασκάλους κ.Τσούρμα και κ. Νικολοπούλου για τη συνδρομή τους στις προσπάθειές μας και τους μαθητές της Δευτέρας τάξης για τη συμμετοχή τους.

Βιβλιογραφία

- Ackermann, E. (1991) *From decontextualized to situated knowledge: Revisiting Piaget's water level experiment*. In I.Harel and S.Papert (Eds), *Constructionism* (pp 269 -294), Ablex publishing corporation Norwood.
- DeLoache, J.S (1989) Rapid change in the symbolic functioning of very young children. *Science*, 238, 1556 – 1557
- DeLoache, J.S (1989) Advances in child development and behavior In H.W.Reese (Ed), *The development of representation in young children* (Vol 22, pp 1- 39).San Diego Academic Press
- Donaldson, M (1978) *Children's minds*, Fontana Paperbacks, London U.K
- Edwards, L (1998) *Embodying mathematics and science: Microworlds as representations* Journal of Mathematical Behavior 17 (1) 53 – 78
- Groen ,G & Kieran, K. (1983) *In search of Piagetian mathematics* In H. Ginsburg (Ed), *The development of mathematical thinking* (pp 352 - 375). *New York Academic Press*.
- Johnson, M.(1987) *The body in the mind: the bodily basis of meaning: imagination and reason* Chicago: University of Chicago Press
- Kynigos, C. (1992), *The Turtle Metaphor as a Tool for Children's Geometry*.In C.Hoyles and R.Noss (Eds) *Learning Mathematics and Logo* (pp 97 - 126) MIT Press
- Lakoff, G (1987) *Women fire and dangerous things: What categories reveal about the mind* Chicago: University of Chicago Press
- Lawler, R.W. (1985) *Computer Experience and Cognitive Development. A child's Learning in a Computer Culture*.Chicester, UK: Horwood.
- Liben, L. S. & Downs R.M (1992) *Developing an understanding of graphic representations in children and adults: the case of GEOgraphics*. *Cognitive Development* (7) 331 -349
- Liben, L. S. & Yekel, C. A. (1996) *Preschoolers' Understanding of plan and oblique maps: The role of Geometric and Representational Correspondence* *Child Development* 67, 2780 - 2796
- Nemirovsky, R. Tierney, C. Wright, T. (1998) *Body Motion and graphing*. *Cognition and Instruction* 16 (2), 119 –172
- Piaget, J & Inhelder B (1967) *The child's conception of space*. WW Norton &Company, New York
- Papert, S. (1980) *Mindstorms.Children, Computers and Powerful Ideas*. Hassocks, UK: Harvester
- Strohecher, C. (1991) *Elucidating Styles of Thinking about Topology Through Thinking About Knots*. In I.Harel and S.Papert (Eds), *Constructionism* (pp 269 -294) Ablex publishing corporation Norwood.