

# Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2000)

2ο Συνέδριο ΕΤΠΕ «Οι ΤΠΕ στην Εκπαίδευση»



**Εκπαιδευτική καθοδήγηση και συγκρότηση γεωμετρικών εννοιών στην πρώτη σχολική ηλικία: η περίπτωση της γωνίας**

*Νίκη Φιλιππάκη*

## Βιβλιογραφική αναφορά:

Φιλιππάκη Ν. (2025). Εκπαιδευτική καθοδήγηση και συγκρότηση γεωμετρικών εννοιών στην πρώτη σχολική ηλικία: η περίπτωση της γωνίας. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, 1, 520–528. ανακτήθηκε από <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/8289>

## Εκπαιδευτική καθοδήγηση και συγκρότηση γεωμετρικών εννοιών στην πρώτη σχολική ηλικία: η περίπτωση της γωνίας

**Φιλιππάκη Νίκη**

Διδάκτωρ του Παν/μίου της Προβηγκίας

Σιβόρων 97, 111 42 Αθήνα

Τηλ: 2525 845

### Περίληψη

Σύγχρονες έρευνες που αφορούν την κατανόηση γεωμετρικών εννοιών, τέτοιων όπως η έννοια της γωνίας, δείχνουν ότι ως προς το πρόβλημα της σύγκρισης γωνιών, τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας συστηματικά επικεντρώνονται σε οπτικού τύπου διαδικασίες σύγκρισης.

Σύμφωνα με την υπόθεσή μας, η κοινωνική αλληλεπίδραση του μικρού παιδιού, που έχει τον ρόλο του «δασκάλου-καθοδηγητή», σε ποικίλα περιβάλλοντα καθοδήγησης, θα μπορούσε να επιτρέψει την συγκρότηση της έννοιας αυτής, με στρατηγικές που συγκροτήθηκαν σε φυσικά πλαίσια.

Εξήντα τέσσερα [64] υποκείμενα έλαβαν μέρος σε δύο πειραματικές συνθήκες καθοδήγησης ίσης χρονικής διάρκειας, σύμφωνα με τις επιδόσεις τους σε ένα τεστ σύγκρισης γωνιών. Στην πρώτη πειραματική συνθήκη, ο κώδικας της καθοδήγησης είναι αποκλειστικά και μόνον προφορικός. Στην δεύτερη συνθήκη, ο συμβολικός κώδικας του περιβάλλοντος της Logo διαδέχεται αυτόν της προφορικής επικοινωνίας.

Τα αποτελέσματα δείχνουν μια συστηματική βελτίωση των επιδόσεων των υποκειμένων κατά τη χρήση διαφορετικών διαδοχικών περιβαλλόντων καθοδήγησης. Παράλληλα, στην πειραματική συνθήκη της προφορικής αποκλειστικά καθοδήγησης, οι σωστές απαντήσεις των υποκειμένων δείχνουν μια χαρακτηριστική πρόοδο στο επίπεδο της τελικής βελτίωσης των επιδόσεών τους.

**Λέξεις κλειδιά:** Γωνία, Logo, συγκρότηση εννοιών, προσχολική εκπαίδευση, εκπαιδευτική καθοδήγηση

### Summary

Researches related to the understanding of geometrical concepts such as the angle's concept, have shown that children of preschool age focus on visual comparative procedures as far as it concerns problems of angle comparison.

We propose, though, that social interaction of children having the role of tutor in various guided environments, could let the construction of this concept in nursery school on strategies that have formed in natural settings.

Sixty-four subjects were accessed according to their performance in a test of angle comparison. They were introduced for an equal period to two experimental guidance conditions. In the first one, the code of guidance is exclusively verbal, and in the second one the symbolic code of Logo environment succeeds the verbal communication.

Results have shown much more systematic improvement in a subject's performance where a variety of contexts of guidance were used. Moreover, in the verbal guidance experimental condition, children's correct answers showed a distinct progress to the stage of finally advancing their performance.

### Εισαγωγή

Στόχος της μελέτης αυτής είναι, αφενός να διερευνήσει τη μεταγνωστικού τύπου δυναμική που έχει, για το μικρό μαθητή, η απόδοση σε αυτόν ενός καθοδηγητικού ρόλου που τον υποχρεώνει να "εξηγήσει" να κατευθύνει ή να προγραμματίσει την επίλυση ενός γεωμετρικού προβλήματος και αφετέρου η διαμόρφωση μιας πρότασης διδακτικού μετασχηματισμού ορισμένων εννοιών της γεωμετρίας, όπως η γωνία, η οποία να στηρίζεται και να απορρέει από τα διαισθητικά και πραγματιστικού τύπου σχήματα που διαθέτει το μικρό παιδί για το χώρο.

Πιστεύουμε ότι οι προβληματισμοί αυτοί αποτελούν εν δυνάμει συνδετικούς κρίκους μεταξύ διαφόρων τομέων της διεπιστημονικής έρευνας που αφορούν τη μάθηση, την εκπαίδευση και τη γνωστική ανάπτυξη. Ιδιαίτερα, στο χώρο των αυθόρμητων ιδεών των μικρών παιδιών για τα φυσικά φαινόμενα, όπως και στο πεδίο της οικοδόμησης των λογικο-μαθηματικής φύσης χειρισμών (Resnick, 1986; Mc Closkey & Kargon, 1988; Vosniadou, 1994), οι

προβληματισμοί αυτοί επιτρέπουν τη διερεύνηση της Ζώνης Εγγύτερης Ανάπτυξης στα πλαίσια της εκπαιδευτικής διαδικασίας.

Γνωρίζουμε ότι από πολύ νωρίς, τα παιδιά έχουν ήδη διαμορφώσει εμπειρικά σχήματα που αφορούν τη σχέση του σώματός τους και των κινήσεων του με τον χώρο (Resnick, 1986). Επίσης γνωρίζουν την αθροιστική δυνατότητα των ποσοτήτων (και συνεπώς είναι ικανά να κάνουν κρίσεις για τις σχέσεις ανάμεσα στο μέρος και στο όλο). Η συσχέτιση αυτή που συνδέεται με την ανακάλυψη από τον ίδιο το μαθητή του επιχειρησιακού χαρακτήρα των συμβολικών συστημάτων, εξακολουθεί εντούτοις να αποτελεί ένα από τα μεγαλύτερα προβλήματα της προσχολικής εκπαίδευσης (Rogoff, & Lave, 1984; Schoenfeld, 1986).

Ωστόσο, όπως δείχνουν ορισμένες έρευνες με μαθητές προσχολικής ηλικίας (3-5 ετών), τα υποκείμενα αυτής της ηλικίας είναι ικανά να διαπιστώσουν αναλογίες μεταξύ της δομής και του σχήματος επίλυσης παρεμφερών προβλημάτων (Brown et al., 1988). Παράλληλα, η μεταγνωστικής φύσης δυναμική του ρόλου της καθοδήγησης που αποδίδεται στο μαθητή στα πλαίσια στα πλαίσια μιας εκπαιδευτικής αλληλεπίδρασης είναι ήδη γνωστή (Wood, et al., 1976; Corriveau, et al., 1988; Barnier, 1994).

Στο πεδίο του προγραμματισμού, αυτή η προοπτική χαρακτηρίζει την γεωμετρία της χελώνας, όπως την τεκμηρίωσε ο Papert (1981). Είναι συνεπώς θεμιτό να συμπεράνουμε ότι ο διαδοχικός μετασχηματισμός των πλαισίων επικοινωνίας μεταξύ του μαθητή που έχει αναλάβει τον ρόλο του «καθοδηγητή» και του καθοδηγούμενου ατόμου ή αντικειμένου, είναι δυνατόν να επιτρέψει στον μαθητή της προσχολικής ηλικίας να επεξεργαστεί γενικότερα πλαίσια και σχήματα διατύπωσης μιας έννοιας, καθώς και την επίλυση προβλημάτων σύγκρισης μεγεθών, που συνεπάγονται και απαιτούν τον χειρισμό της.

Μια τέτοια έννοια, για τα υποκείμενα της προσχολικής ηλικίας, είναι εκείνη της γωνίας. Όσον αφορά τις διαδικασίες της οικοδόμησης της έννοιας αυτής, σύμφωνα με τους Piaget, et al. (1973), τα γεωμετρικής φύσης μοντέλα που συνδέονται με την επεξεργασία της έννοιας, δεν γίνονται κατανοητά ως σύστημα γωνιών μέχρι την ηλικία των 8-9 ετών, ακόμα δηλαδή και σε μια ηλικία όπου οι συμπεριφορές της μέτρησης των ευθειών είναι ήδη παρούσες. Κατά τις συγκρίσεις ομοίων τριγώνων, τα υποκείμενα επικεντρώνονται στο μήκος των πλευρών και όχι στην ισότητα των γωνιών και αντιλαμβάνονται τα γεωμετρικά σχήματα που περιέχουν γωνίες ως συγκροτούμενα «από πλάγιες γραμμές», των οποίων η μια άκρη συμπίπτει με ένα δεδομένο σημείο μιας οριζόντιας ευθείας

Η γωνία ως έννοια, εμπεριέχει από μαθηματικής άποψης περισσότερες από μια προσεγγίσεις. Ο Freudenthal (1973), διακρίνει τρεις προσεγγίσεις της γωνίας: α) εκείνη, η Ευκλείδεια, της στοιχειώδους γεωμετρίας, β) η γωνιομετρική προσέγγιση, που προέρχεται από την τριγωνομετρία, γ) η αναλυτική προσέγγιση.

Σε ότι αφορά στις διαφορές ανάμεσα στις δύο πρώτες προσεγγίσεις, παρατηρούμε ότι στην Ευκλείδεια προσέγγιση, η γωνία ορίζεται από ένα μη διαδοχικό ζεύγος ημιευθειών και τοποθετείται σε ένα επίπεδο χωρίς προσανατολισμό, μεταξύ  $0^\circ$  και  $180^\circ$ . Αντίθετα, στη τριγωνομετρία, η έννοια αυτή προβάλλεται ως γωνία του κέντρου ενός κύκλου. Η μέτρηση των γωνιών συμβαδίζει συνεπώς με εκείνη των αντίστοιχων άξεων. Αντίθετα λοιπόν από τα ευθύγραμμα τμήματα, υπάρχει για την γωνία ένα "φυσικό" μέτρο μέτρησης: ο ολοκληρωμένος κύκλος, ή η περιστροφή των  $360^\circ$ .

Η διάκριση λοιπόν της έννοιας της γωνίας στις δύο αυτές προσεγγίσεις είναι προφανής, αφού η έλλειψη προσανατολισμού του επιπέδου προσδίδει στον Ευκλείδειο ορισμό της γωνίας μια στατική μορφή, περιορισμένη μεταξύ  $0^\circ$  και  $180^\circ$ . Η σημασία του προσανατολισμού, αναφορικά με τη θεώρηση των γωνιών στο επίπεδο ή στο χώρο είναι προφανής. Ο γωνιομετρικός ορισμός της γωνίας ενέχει ένα δυναμικό χαρακτήρα που εντοπίζεται στην περιστροφική κίνηση η οποία προκαλεί τη διαμόρφωσή της. Αυτή η περιστροφική κίνηση -και ο ανάλογος προσανατολισμός χαρακτηρίζει άλλωστε την "γεωμετρία χελώνας" της LOGO και τη διάκριση μεταξύ δύο πιθανών γωνιών, της εσωτερικής και της εξωτερικής. Ταυτόχρονα μέσω της Logo μπορούμε να προτείνουμε νέες κατηγοριοποιήσεις, όπως λόγου χάρη το να

θεωρήσουμε ότι η ευθεία γραμμή αποτελεί ένα συγκεκριμένο τύπο γωνίας (γωνία  $180^\circ =$  γωνία  $0^\circ$ ).

Ωστόσο, πρέπει να υπογραμμιστεί ότι σε έρευνες που έχουν διεξαχθεί σε αυτό το πληροφορικό περιβάλλον σχετικά με τη γωνία (Simmons & Core, 1993), έχει δειχθεί η δυσκολία των παιδιών να κατανοήσουν την έννοια της γωνίας χειριζόμενα αποκλειστικά τους μικρόκοσμους LOGO, όσον αφορά στην αναγνώριση άλλων γωνιών πέραν εκείνων των  $90^\circ$ . Για την αποτελεσματικότερη συγκρότηση της έννοιας της γωνίας θεωρείται αναγκαία η έμφαση στην εξωτερική γωνία της διαδρομής της χελώνας, ή η αποκλειστική χρήση της χελώνας εδάφους πριν από τη χρήση του προγράμματος για το σχεδιασμό σχημάτων.

Αν, λοιπόν, εκλάβουμε την διαμόρφωση της έννοιας της γωνίας μέσα από μια τριγωνομετρική προσέγγιση, η οποία θα μπορούσε να αποτελεί μια «διαδικαστικού» τύπου διευκόλυνση, για τα παιδιά προσχολικής ηλικίας, και στη βάση των παραπάνω προβληματισμών, υποθέτουμε λοιπόν ότι η καθοδήγηση και η αλληλεπίδραση μέσα από ποικίλα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα επηρεάζει την διανοητική ανάπτυξη σε εννοιολογικούς τομείς που σχετίζονται με αυτές τις αλληλεπιδράσεις. Αυτή η επιρροή απορρέει από την σύνδεση μεταξύ τόσο των λογικών, χωρικών, σωματο-κινητικών επιπέδων των γνώσεων του «καθοδηγητή» [τη δυνατότητα, δηλαδή, ελέγχου της δράσης του ίδιου του σώματος του] όσο και των διαπροσωπικών επιπέδων των γνώσεων του, που αφορούν στους εξαναγκασμούς της «καθοδηγητικής επικοινωνίας» [να αντιλαμβάνεται τις προθέσεις του άλλου και να τις καθοδηγεί στο επιθυμητό αποτέλεσμα], πειραματικά καθορισμένες από την κατάσταση, στις λογικές και μαθηματικοποιημένες απόψεις της έννοιας της γωνίας.

### Το πειραματικό σχέδιο

Σε συνάρτηση με τα προηγούμενα, μπορούμε λοιπόν να υποθέσουμε:

1. Ότι η διαπροσωπική σχέση μεταξύ του μαθητή που έχει τον ρόλο του «δασκάλου-καθοδηγητή» και ενός καθοδηγούμενου "τυφλού" ατόμου, σε μια διαδρομή συγκροτούμενη από τεθλασμένες γραμμές ("λαβύρινθο"), αποτελεί μια προϋπόθεση για την κατανόηση και οικοδόμηση από τον μαθητή της προσχολικής ηλικίας των πρώτων, ποιοτικής φύσης, χαρακτηριστικών της γωνίας.

2. Ότι ο προοδευτικός μετασχηματισμός αυτού του πλαισίου αλληλεπίδρασης μεταξύ του μαθητή «καθοδηγητή» και του καθοδηγούμενου ατόμου ή αντικείμενου, η μετάβαση, δηλαδή, από έναν προφορικό σε έναν πιο αφηρημένο συμβολικό κώδικα επικοινωνίας [όπως αυτός της γλώσσας προγραμματισμού Logo], θα επιτρέψει στον μαθητή την αναγνώριση της εμπέλειας των σχημάτων ενός μοντέλου που βασίζεται στη γνώση που διαθέτει σε μια διευρυμένη κατηγορία προβλημάτων σχετικών με την εκτίμηση και τη σύγκριση γωνιών.

Οι δύο αυτές εκφράσεις της ανεξάρτητης μεταβλητής (η μεταγνωστικής φύσης δυναμική του ρόλου της καθοδήγησης που αποδίδεται στο υποκείμενο στα πλαίσια μιας πειραματικά σχεδιασμένης εκπαιδευτικής κατάστασης), μπορούν συνεπώς να διαμορφώνονται από:

α) την σταδιακή μετάβαση των μορφών της καθοδήγησης, από τη προφορική μορφή επικοινωνίας στον στοιχειώδη προγραμματισμό σε γλώσσα Logo,

β) την ισόχρονη εξάσκηση του «καθοδηγητικού ρόλου» από τον μαθητή στα πλαίσια μιας κατάστασης αλληλεπίδρασης, που κάνει έκκληση **αποκλειστικά και μόνον** στο προφορικό κώδικα επικοινωνίας.

Καθίσταται συνεπώς αναγκαία η αντίστοιχη διαμόρφωση δύο πειραματικών συνθηκών ελέγχου των υποθέσεων μας:

α) συνθήκη της **σύνθετης καθοδήγησης** [1. προφορική καθοδήγηση, 2. καθοδήγηση χελώνας εδάφους, 3. καθοδήγηση χελώνας οθόνης-Logo-explorer],

β) συνθήκη της προφορικής καθοδήγησης [προφορική καθοδήγηση ενός άλλου ατόμου].

Οι πειραματικές αυτές συνθήκες χαρακτηρίζονται τόσο από την ένταξη των υποκειμένων σε καταστάσεις αλληλεπίδρασης όσο και από την ισόχρονη εξάσκηση του καθοδηγητικού τους ρόλου σε ένα χωρικό έργο, σε όλες τις πειραματικές καταστάσεις.



Δίνεται συνεπώς και στις δύο καταστάσεις η δυνατότητα στο παιδί να επιλέξει το μέγεθος της γωνίας που θεωρεί κατάλληλο, καθώς ο πειραματιστής, σε κάθε αλλαγή προσανατολισμού, απευθύνει στο υποκείμενο την ερώτηση "τι να της πω;" "θέλεις να στρίψει λίγο ή πολύ;". Επειδή βέβαια δεν είναι δυνατόν να ζητηθεί ο ποσοτικός προσδιορισμός της περιστροφής, οι οδηγίες του "λίγο" ή του "πολύ" ορίζονται με ένα συγκεκριμένο μέγεθος αναφοράς ( $30^\circ$  για τη μικρή και  $60^\circ$  για την μεγάλη γωνία).

Δεδομένου του πλάτους της χελώνας (35 εκ.) και το πλάτος του διαδρόμου (40 εκ.) έχουν μικρή διαφορά, τα εμπόδια που περικλείουν τους διαδρόμους καθιστούν αναγκαία την στροφή. Στην κίνηση σε ευθεία γραμμή, ο πειραματιστής απευθύνει στο μαθητή την ίδια ερώτηση ("να προχωρήσει λίγο ή πολύ;"). Τα μεγέθη σε αυτή την περίπτωση αντιστοιχούν σε ένα ή δύο "βήματα" της χελώνας.

Ο ισομορφισμός μεταξύ της χελώνας εδάφους και της χελώνας οθόνης αποδίδει συνεπώς στην πρώτη ένα ρόλο ενδιάμεσου αντικειμένου, τοποθετώντας την, στην έρευνα αυτή, μεταξύ του καθοδηγούμενου ατόμου και της χελώνας οθόνης.

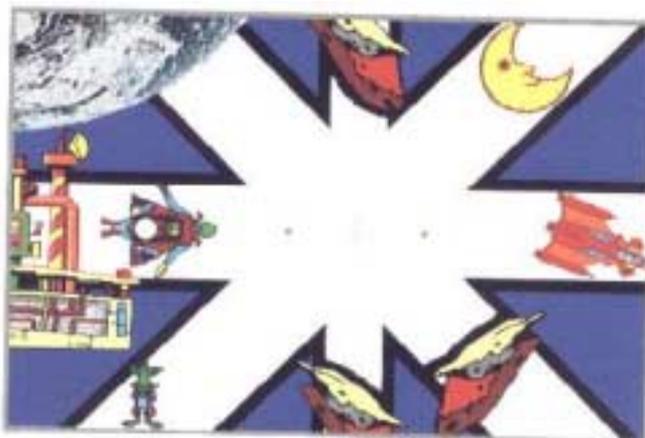
### Γ. Καθοδήγηση του Logo-Explorer.

Η καθοδήγηση και ο χειρισμός των κινήσεων του logo-explorer διαμέσου των ίδιων πλήκτρων κίνησης και προσανατολισμού εξαρτώνται σε αυτή την κατάσταση αποκλειστικά από τον ίδιο τον μαθητή. Πρόκειται για το ίδιο ουσιαστικά πρόβλημα καθοδήγησης, προσαρμοσμένο σε μια παρόμοιων χαρακτηριστικών διαδρομή.

Ο ρόλος των πειραματιστών περιορίζεται στην ενίσχυση της διερευνητικής συμπεριφοράς των υποκειμένων, στις περιπτώσεις που υποβάλλονται ερωτήσεις.

Για αυτή την πειραματική κατάσταση, επεξεργαστήκαμε ένα εκπαιδευτικό λογισμικό, όπου θέτουμε ένα προς επίλυση πρόβλημα με δύο μέρη, που αφορά την επιλογή της κατάλληλης γωνίας. Και στις δύο σελίδες του προγράμματος, που απεικονίζει μια διαδρομή, την οποία οφείλει να πραγματοποιήσει η χελώνα, οι δυνατότητες της ευθύγραμμης κίνησης είναι κοινές έτσι ώστε η διανύμενη απόσταση σε κάθε μετατόπιση, προς τα μπροστά ή προς τα πίσω, να παραμένει σταθερή.

### Σχήμα 2: Πρόγραμμα καθοδήγησης χελώνας οθόνης



Τα δύο μέρη του προγράμματος διαφοροποιούνται όσον αφορά τις δυνατότητες αλλαγής προσανατολισμού: για το πρώτο μέρος (εκκίνηση από αριστερά-διαστημούπολη), τόσο η προς τα δεξιά όσο και η προς τα αριστερά στροφή είναι  $45^\circ$ , ενώ για το δεύτερο, η μεν δεξιά είναι

90°, η δε αριστερή 45°. Το πρόγραμμα έχει κατασκευαστεί με τρόπο που ο explorer να μη μπορεί να κινηθεί εκτός των ορίων του δρόμου.

Στόχος του πρώτου μέρους του προγράμματος είναι να καταστήσει στα υποκείμενα φανερή τη σύνδεση της γωνίας με την περιστροφή και την ανάγκη επιλογής μιας συγκεκριμένης αλλαγής προσανατολισμού του logo-explorer, κατά 45°, είτε προς τα αριστερά, είτε προς τα δεξιά, έτσι ώστε να γίνει αντιληπτός ο χαρακτήρας της ορθής γωνίας των τριγώνων φεγγάρι – σταυροδρόμι – γη / γη – σταυροδρόμι – εξωγήινος.

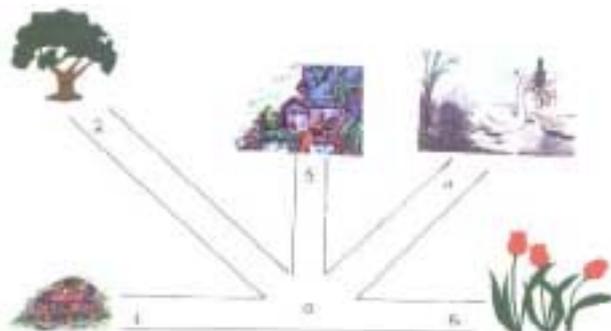
Η επίλυση του δεύτερου μέρους (εκκίνηση από τα δεξιά, διαστημόπλοιο) προϋποθέτει τον έλεγχο της συνάφειας μεταξύ δεξιάς και αριστερής περιστροφής, αφού σε δύο σημεία της διαδρομής, η προς τα δεξιά κλίση (45° ή 135°) του "δρόμου" δεν συμβαδίζει με την προγραμματισμένη προς τα δεξιά στροφή των 90°. Απαιτείται λοιπόν από τον χρήστη για τη μεν διαδρομή διαστημόπλοιο -φεγγάρι η πρόσθεση δύο στροφών σε ορθή γωνία προς τα δεξιά (180°) και στη συνέχεια, η διορθωτική προς τα αριστερά (45°) παρέμβαση για να επανέλθει, μετά την αφαίρεση, ο logo-explorer στην καθορισμένη του πορεία, για τη δε διαδρομή διαστημόπλοιο-γη, η παράθεση μιας προς τα δεξιά (90°) στροφής και μιας προς τα αριστερά (45°).

Η διάκριση της εξάσκησης του κάθε υποκειμένου στις δύο πειραματικές συνθήκες ήταν 60' (1 ώρα). Στην συνθήκη της σύνθετης καθοδήγησης (μετάβαση των υποκειμένων από την μια πειραματική κατάσταση στην άλλη διαδοχικά), ο συνολικός χρόνος εξάσκησης του κάθε μαθητή είναι ισότιμος και στα τρία μαθησιακά περιβάλλοντα (20' στην κάθε μία). Στα πλαίσια της τρίτης πειραματικής κατάστασης (καθοδήγηση χελώνας οθόνης), η εξάσκηση του κάθε μαθητή είναι εξίσου ισότιμη (10') στα δύο μέρη του προγράμματος.

### Συλλογή δεδομένων και συγκρότηση του δείγματος

Τα υποκείμενα της έρευνας είχαν ήδη διδαχθεί τις έννοιες του "αριστερά" και του "δεξιά", χωρίς ωστόσο να έχουν κατανοήσει επαρκώς την έννοια της γωνίας. Για την επιλογή τους χρησιμοποιήσαμε ένα τεστ σύγκρισης πέντε ίσων ή άνισων γωνιών μεταξύ τους (3,5-3,4, 3,5-3,1, 3,5-3,2, 3,5-2,4, βλέπε σχήμα 3).

**Σχήμα 3:** Ο πειραματικό υλικό για το προ-τεστ και το μετατέστ



Οι ερωτήσεις ήταν διατυπωμένες, στα πλαίσια μιας ατομικής συνέντευξης, με τρόπο που να είναι κατανοητές από τα παιδιά αυτής της ηλικίας (π.χ.: η στροφή αυτή -3,5-, είναι το ίδιο μεγάλη, πιο μεγάλη ή πιο μικρή από αυτή εδώ την στροφή -3,4-;). Την στροφή, πάνω στη μακέτα του σχήματος 3, την πραγματοποιεί μια κούκλα, που χειρίζεται, στη βάση της εντολής του πειραματιστή, το ίδιο το υποκείμενο (π.χ.: "στρίψε την κούκλα για να κοιτάει προς τα

λουλούδια και δεξ πόσο μεγάλη είναι αυτή η στροφή. Είναι το ίδιο μεγάλη με την προηγούμενη, προς την λίμνη;"

Οι τέσσερις ερωτήσεις σύγκρισης γωνιών αφορούν δύο σχέσεις ισότητας (3,5-3,1 και 3,5-2,4) και δύο σχέσεις ανισότητας (3,5-3,4 και 3,5-3,2). Επαρκείς θεωρήθηκαν οι σωστές απαντήσεις που αποτελούνται από τον συνδυασμό της αναγνώρισης μιας ισότητας και μιας ανισότητας τουλάχιστον.

Τα υποκείμενα που, στο διάστημα του προ-τεστ, έδωσαν τέτοιες απαντήσεις, δεν συμπεριλήφθηκαν στο δείγμα της έρευνας. Μετά μια πρώτη πιλοτική φάση, εξετάστηκαν με αυτό το προ-τέστ 123 μαθητές ηλικίας 5,1 έως 6,1 ετών δύο πειραματικών νηπιαγωγείων της περιοχής Αθηνών και επελέγησαν τελικά 64. Τα υποκείμενα κατανεμήθηκαν στις δύο πειραματικές συνθήκες (N=32 για την κάθε ομάδα), μετά την εξίσωση των δύο ομάδων ως προς την ηλικία (5,6 ετών), το φύλο και το μορφωτικό επίπεδο της οικογένειας.

Με την προσθήκη δύο νέων ερωτήσεων (μιας που αφορά ισότητα: 1,2-4,5 και μιας που αφορά ανισότητα: 4,5-2,4), το ίδιο αυτό ατομικό τέστ σύγκρισης γωνιών χρησιμοποιήθηκε, 15 μέρες μετά το πέρας της πειραματικής διαδικασίας, με σκοπό τον έλεγχο των υποθέσεών μας. Συνολικά το μετατέστ περιλαμβάνει 6 ερωτήσεις: 3 ερωτήσεις που αφορούν ίσες μεταξύ τους γωνίες και 3 ερωτήσεις που αφορούν άνισες μεταξύ τους γωνίες. Στα πλαίσια αυτού του μετατέστ -και σύμφωνα με τα κριτήρια που ήδη ορίσαμε για την ταξινόμηση των απαντήσεων των υποκειμένων στο προτέστ, μπορούμε να διακρίνουμε 2 επίπεδα βελτίωσης:

1. Μερική βελτίωση: 3-4 ορθές εκτιμήσεις (αναγνώριση δύο ισοτήτων και μιας ανισότητας ή δύο ή τριών ισοτήτων και μιας ανισότητας ή το αντίστροφο)
2. Απόλυτη βελτίωση: 5-6 ορθές εκτιμήσεις (αναγνώριση δύο ή τριών ισοτήτων και δύο ή τριών ανισοτήτων).

Στις μη επαρκείς απαντήσεις ταξινομήσαμε τις επιδόσεις που χαρακτηρίζονται είτε από στασιμότητα, είτε από οπισθοδρόμηση, σε σχέση με τις αντίστοιχες επιδόσεις του ίδιου μαθητή στο προτέστ.

### Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα σε ότι αφορά στις επιδόσεις του «δασκάλου» στα πλαίσια της κοινωνικής αλληλεπίδρασης δείχνουν την ουσιαστική επίδραση πάνω του της σχέσης ανάμεσα στην αλληλεπίδραση μεταξύ παιδιών και την γνωστική ανάπτυξη. Όσον αφορά την εξέλιξη των επιδόσεων μεταξύ προ και μετα-τέστ, για τις δύο πειραματικές συνθήκες, η περιγραφή των αποτελεσμάτων, (πίνακας 1), δείχνει σαφώς την ανωτερότητα της σύνθετης πειραματικής συνθήκης.

Πίνακας 1

*Κατανομή των υποκειμένων των δύο πειραματικών συνθηκών ανάλογα με την επίδοσή τους στο μετατέστ συγκριτικά με το προ-τεστ.*

Πειραματική συνθήκη N=32	στασιμότητα	πρόοδος	
Σύνθετη καθοδήγηση	12	20	32
Προφορική καθοδήγηση	20	12	32

Η μετάβαση από τη μια στην άλλη μορφή συμβολικής δράσης στο πεδίο της καθοδήγησης ενός άλλου ατόμου ή ενός αντικειμένου από τον μαθητή της προσχολικής ηλικίας φαίνεται σαφώς πιο αποτελεσματική από την πολλαπλή εξάσκηση της καθοδήγησης διαμέσου μιας μόνον μεταβλητής, της προφορικής ( $\chi^2= 22, p< .001$ ).

Ωστόσο, είναι αξιοπρόσεκτο ότι η ιεράρχηση των απαντήσεων των υποκειμένων που εμφανίζουν και στις δύο συνθήκες μια βελτίωση των επιδόσεων τους τείνει να δείξει ότι η συνθήκη προφορικής καθοδήγησης οδηγεί ποιοτικά αυτή τη φορά σε βελτιωμένες απαντήσεις ( $\chi^2= 6,23, p< .02$ ).

Πίνακας 2

Κατανομή των υποκειμένων των δύο πειραματικών συνθηκών ανάλογα με τον αριθμό των ορθών εκτιμήσεων κατά το μετα-τέστ

Πειραματική συνθήκη \ Αριθμός ορθών εκτιμήσεων	0-2	3	4	5	6
Σύνθετη καθοδήγηση	12	11	5	4	-
Προφορική καθοδήγηση	20	3	1	5	3

Σύμφωνα με τα κριτήρια μερικής ή απόλυτης βελτίωσης που έχουμε ορίσει, η κατανομή αυτή δείχνει μια σημαντική ανωτερότητα των υποκειμένων της σύνθετης προφορικής καθοδήγησης στο πεδίο της προόδου που έχει πραγματοποιηθεί μεταξύ του προ-τεστ και του μετατέστ ( $\chi^2=6,62$ ,  $p < .02$ , πίνακας3).

Πίνακας 3

Κατανομή των υποκειμένων των δύο πειραματικών συνθηκών ανάλογα με το επίπεδο της βελτίωσης τους στο μετα-τέστ

Πειραματική συνθήκη \ Επίπεδα βελτίωσης	Μερική (3-4 σωστές απαντήσεις)	Απόλυτη (5-6 σωστές απαντήσεις)	
Σύνθετη καθοδήγηση N=32	53	20	73
προφορική καθοδήγηση N=32	13	43	56

Η μετάβαση του «δασκάλου» από διαφορετικά συμβολικά συστήματα καθοδήγησης [γλώσσα, εικόνες, γραφικά που παριστούν χωρικές πληροφορίες] σε ένα χωρικό έργο, καθώς και το πέρασμα από ποικίλους τρόπους των ίδιων των απαντήσεων [γλώσσα, χειρονομίες, προγραμματισμός], επιτρέπουν στο παιδί να ανακαλύψει αναλογίες μεταξύ αυτών των συστημάτων και απαντήσεις ή εξηγήσεις της κατάστασης.

Παράλληλα, η εκπαιδευτική καθοδήγηση γεννά μια αποσταθεροποίηση στον «δάσκαλο», ως αποτέλεσμα της προσπάθειας του να αφομοιώσει την άποψη του άλλου στο δικό του σύστημα καθοδήγησης. Από αυτή την άποψη το όφελος της κοινωνικής αλληλεπίδρασης στο δάσκαλο δείχνει ότι σε ένα δεδομένο εννοιολογικό τομέα η εκπαιδευτική καθοδήγηση έχει μια μεταγνωστικού τύπου δυναμική αφού μοιάζει να λειτουργεί ως πηγή γνωστικών συγκρούσεων

Παρόλα αυτά και όσον αφορά τους σωστούς υπολογισμούς των υποκειμένων και στις δύο συνθήκες, οι επιδόσεις τείνουν να δείξουν ότι η προφορική καθοδήγηση οδηγεί σε ποιοτικού τύπου βελτιωμένες απαντήσεις

### Συζήτηση

Τα αποτελέσματα αυτής της έρευνας δείχνουν ότι η γνωστική επίδοση των παιδιών προσχολικής ηλικίας σε ένα έργο σύγκρισης όμοιων ή ανόμοιων γωνιών, βελτιώνεται σημαντικά όταν τα υποκειμένα εξασκούνται διαδοχικά στον χειρισμό πολλών διαφορετικών κωδίκων επικοινωνίας με ένα άλλο άτομο ή αντικείμενο, κατά την καθοδήγησή τους σε ένα λαβύρινθο.

Παράλληλα η επικοινωνία γύρω από το ζητούμενο έργο που καθίσταται δυνατή από τη σύνδεση της έννοιας της γωνίας με τη περιστροφή δείχνει το ενδιαφέρον που παρουσιάζει η τριγωνομετρική θεώρηση της γωνίας για την κατανόηση της ποιοτικής φύσης χαρακτηριστικών της από μαθητές της προσχολικής ηλικίας. Γενικότερα ακόμα, δείχνει το ενδιαφέρον που παρουσιάζει η έρευνα της γνωστικής δυναμικής των πραγματιστικών

σχημάτων συλλογισμού για τον διδακτικό μετασχηματισμό των λογικο-μαθηματικών εννοιών που απευθύνεται σε παιδιά πρώτης σχολικής ηλικίας.

Ωστόσο, ο μηχανισμός, που από ψυχολογικής άποψης, δημιουργεί αυτή τη γνωστική δυναμική στη τριγωνομετρική θεώρηση της γωνίας, απαιτεί μια πιο συστηματική διευκρίνιση, θα ήταν πράγματι λίγο πρόχειρο να ισχυριστεί κανείς, ότι η ταύτιση του παιδιού με τον καθοδηγούμενο (πειραματιστή ή χελώνα), οδηγεί αυτομάτως στη γενίκευση των πρώτων, αισθησιοκινητικής φύσης σχημάτων κίνησης και προσανατολισμού στο χώρο που διαθέτει το παιδί, σε μια ευρύτερη κατηγορία προβλημάτων προς επίλυση.

Όμως είναι ακριβώς η επικοινωνία με κάποιον άλλο, υπό την ιδιότητα του καθοδηγητή που οδηγεί το υποκείμενο σε παρόμοιες συσχετίσεις και εξαναγκάζει σε πιο αναλυτικές εκτιμήσεις των μεγεθών. Σε αυτή τη περίπτωση -και στο μέτρο ιδίως που ο προφορικός κώδικας της επικοινωνίας συσχετίζεται με τη σειρά του με άλλα συμβολικά συστήματα καθοδήγησης, τα υποκείμενα παρουσιάζουν πιο συστηματικά μια σημαντική πρόοδο, που αφορά την επεξεργασία σχημάτων γενικότερης εμβέλειας τα οποία προετοιμάζουν την ανάπτυξη της ποσοτικής φύσης συστημάτων των συντεταγμένων: η πρόοδος αυτή γίνεται εμφανής με τις βελτιωμένες εκτιμήσεις των κλίσεων και των γωνιών από τα υποκείμενα της σύνθετης ιδίως καθοδήγησης.

Τα θεωρητικά πλαίσια που προτείνει αυτή η εργασία εστιάζονται στη θεώρηση ότι συγκεκριμένοι τύποι κοινωνικής αλληλεπίδρασης όπως η εκπαιδευτική καθοδήγηση στην τάξη, σε ένα δεδομένο εννοιολογικό τομέα γνώσεων, μπορεί να επηρεάσει τις ικανότητες του «δασκάλου» σε αυτόν τον τομέα, με πολλαπλούς και ποικίλους τρόπους.

## Βιβλιογραφικές αναφορές

- Barnier, G. (1994). L'effet-tuteur dans une tâche spatiale chez des enfants d'âge scolaire. *Thèse pour le doctorat de 3<sup>ème</sup> cycle*. Université de Provence, Aix en Provence.
- Brown, A.L., & Kane, M.D. (1988). Preschool children can learn to transfer: Learning to learn and learning from example. *Cognitive Psychology*, 20, 493-523.
- Corriveau, D., Vitaro, F., Cochrane, R., & Côté, R. (1988). Efficacité relative de deux modalités d'apprentissage : Le tutorat et la co-construction. *Revue des Sciences de l'Éducation*, 14, 69-81.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel Publishers.
- Mc Closkey, M., & Kargon, R. (1988). The meaning and use of historical models in the study of intuitive physics. In S. Strauss (Ed.), *Ontogeny, phylogeny and historical development (49-67)*. Norwood: Ablex.
- Papert, S. (1981). *Jaillissement de l'esprit. Ordinateurs et apprentissage*. Paris : Flammarion.
- Piaget, J., Inhelder, B., Szeminska, A. (1973). *La géométrie spontanée de l'enfant*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Resnick, L.B. (1986). The development of mathematical intuition. In M. Perlmutter (Ed.), *Perspectives on Intellectual development: The Minnesota Symposia on Child Psychology (Vol. 19, 159-194)*. Hillsdale: N.J.: Erlbaum.
- Rogoff, B., & Lave, J. (1984). *Every day cognition. Its development in social context*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Schoenfeld, A. (1986). On having and using geometric knowledge. In J. Hiebert [ed.] *Conceptual and procedural Knowledge: The case of mathematics (225-265)*. Hillsdale: N.J. Lawrence Erlbaum
- Simmons, M. & Cope, D. (1993). Angle and rotation : effects of different types of feedbacks on the quality of response. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 163-176.
- Vosniadou, S. (1994). Universal and culture-specific properties of childrens mental models of the earth. In L.A. Hirschfeld & S.A. Gelman (Eds.), *Mapping the mind (412-430)*. Cambridge University press.
- Wood, D., Bruner, J., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17, 89-105.