ePublishing
ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗΣ
NATIONAL DOCUMENTATION CENTRE

Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2003)

2ο Συνέδριο Σύρου στις ΤΠΕ

ΣΧΕΣΕΙΣ ΕΜΒΑΔΩΝ. Ο ΛΟΓΟΣ ΤΩΝ ΕΜΒΑΔΩΝ Α) ΔΥΟ ΟΜΟΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ Β) ΔΥΟ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΠΟΥ ΜΙΑ ΓΩΝΙΑ ΤΟΥ ΕΝΟΣ ΕΙΝΑΙ ΙΣΗ Η ΠΑΡΑΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΗ ΜΕ ΜΙΑ ΓΩΝΙΑ ΤΟΥ ΑΛΛΟΥ.

Μανόλης Νικολουδάκης, Στέλιος Ιωάννου

Βιβλιογραφική αναφορά:

Νικολουδάκης Μ., & Ιωάννου Σ. (2025). ΣΧΕΣΕΙΣ ΕΜΒΑΔΩΝ. Ο ΛΟΓΟΣ ΤΩΝ ΕΜΒΑΔΩΝ Α) ΔΥΟ ΟΜΟΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ Β) ΔΥΟ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΠΟΥ ΜΙΑ ΓΩΝΙΑ ΤΟΥ ΕΝΟΣ ΕΙΝΑΙ ΙΣΗ Η ΠΑΡΑΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΗ ΜΕ ΜΙΑ ΓΩΝΙΑ ΤΟΥ ΑΛΛΟΥ . *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, *1*, 378–385. ανακτήθηκε από https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/7040

ΣΧΕΣΕΙΣ ΕΜΒΑΔΩΝ. Ο ΛΟΓΟΣ ΤΩΝ ΕΜΒΑΔΩΝ Α) ΔΥΟ ΟΜΟΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ Β) ΔΥΟ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΠΟΥ ΜΙΑ ΓΩΝΙΑ ΤΟΥ ΕΝΟΣ ΕΙΝΑΙ ΙΣΗ Η ΠΑΡΑΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΗ ΜΕ ΜΙΑ ΓΩΝΙΑ ΤΟΥ ΑΛΛΟΥ.

Νικολουδάκης Μανόλης
Υποψήφιος διδάκτορας στον τομέα Μεθοδολογίας και Διδακτικής των Μαθηματικών – Πανεπιστήμιο Αθήνας
enikoloud@math.uoa.gr

Ιωάννου Στέλιος
Δρ., Επιμορφωτής ΤΠΕ και Εκπαιδευτικού Λογισμικού
sioannou@sch.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η δραστηριότητα έχει σκοπό την αντιμετώπιση ενός πραγματικού προβλήματος με τη βοήθεια του μαθηματικού λογισμικού "The Geometer's Sketchpad". Οι μαθητές /τριες θα οδηγηθούν μέσω του προβλήματος και με τη βοήθεια του λογισμικού να εικάσουν και στη συνέχεια να πιστοποιήσουν και να γενικεύσουν τα θεωρήματα :

1^{ο}) Ο λόγος των εμβαδών δύο ομοίων τριγώνων / πολυγώνων ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους

και

2^{ο}) Ο λόγος των εμβαδών δύο τριγώνων που μία γωνία του ενός είναι ίση ή παραπληρωματική με μία γωνία του άλλου ισούται με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: *Computer - λογισμικό - ευρετικό εργαλείο - οπτικοποίηση direct manipulation - εικασία - πιστοποίηση.*

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διδασκαλία λαμβάνει χώρα με τη βοήθεια φύλλου εργασίας, δηλαδή κατάλληλα προσχεδιασμένων διδακτικών καταστάσεων σε και για περιβάλλον του υπολογιστή.

Βασικός στόχος μας είναι μέσω ενεργητικής μάθησης να δημιουργήσουμε το κατάλληλο πλαίσιο μάθησης, στο οποίο οι μαθητές:

- να επισημάνουν το νόμο (Pattern),
- να εικάσουν (Επαγωγική Συλλογιστική),
- να διατυπώσουν
- να γενικεύσουν
- να αποδείξουν (Παραγωγική Συλλογιστική)

Στην παρούσα δραστηριότητα στο περιβάλλον του υπολογιστή, έστω και αν ακόμη ο μαθητής/τρια δεν θυμάται ή δεν γνωρίζει καθόλου να υπολογίζει το εμβαδόν

τριγώνου με τη βοήθεια τύπων, ο σκοπός του να κατανοήσει τη γνώση στόχο καθίσταται εφικτός εξ αιτίας του λογισμικού. Συγκεκριμένα η επιτυχία αυτή οφείλεται στο γεγονός, ότι μέρος των ενεργειών των μαθητών/τριών, που στοχεύουν μόνο σε επιμέρους υπολογισμούς, παρακάμπτονται μέσα από το λογισμικό, ενώ συγχρόνως δεν αλλοιώνεται η διαδικασία, που οδηγεί στην ανάπτυξη – όπως έχει προσχεδιαστεί - της εικασίας του θεωρήματος, που κατά συνέπεια οδηγεί στην μάθηση της γνώσης στόχου.

Αν και η χρήση λογισμικού απαιτεί δεξιότητες, η απόκτηση των εν λόγω γνώσεων δεν αποτελεί εν προκειμένω τουλάχιστον "μεταγνωστικό ολίσθημα". Όπως αναφέρει η A. Sierpinska, η οποία είχε προτείνει αρχικά στους φοιτητές της να εργάζονται με ανάλογο τρόπο (χρησιμοποιούσαν το Maple) και παρά το γεγονός, ότι οι φοιτητές έπρεπε να μάθουν πώς να χρησιμοποιούν το λογισμικό, πράγμα που τους δημιουργούσε πρόβλημα, η ίδια η Sierpinska διατηρεί σοβαρές επιφυλάξεις για το κατά πόσον ή όχι η απόκτηση των απαιτουμένων γνώσεων για τη χρήση του λογισμικού αποτελεί ή όχι "μεταγνωστικό ολίσθημα" (Sierpinska A.: 1999/2002).

Ακόμη πρέπει να σημειώσουμε, ότι με τη βοήθεια του υπολογιστή ο διδάσκων προχωρεί στην "παραχώρηση" της διδακτικής κατάστασης, που σημαίνει ότι προωθεί προς τον μαθητή τα αντικείμενα διδασκαλίας με τέτοιο τρόπο, ώστε ο μαθητής ενθαρρύνεται και ενεργεί μόνος του, χωρίς όμως ο ρόλος του καθηγητή να αντικαθίσταται (Σπύρου Π, 1999).

ΣΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΤΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ

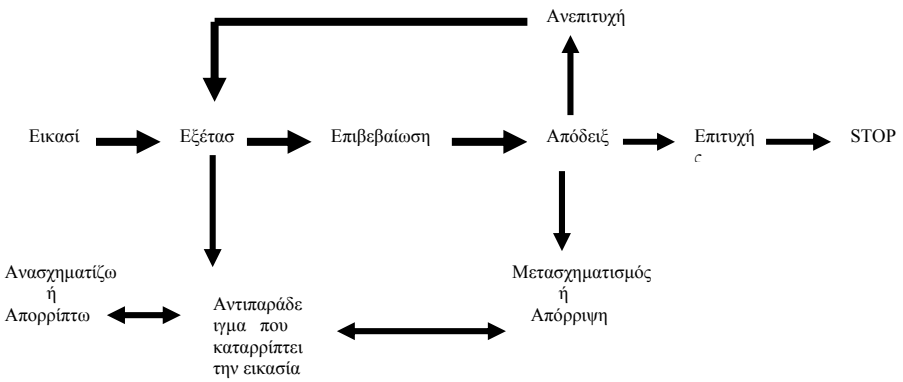
"Ο υπολογιστής είναι ο Πρωτέας των μηχανών. Η ουσία του είναι η παγκοσμιότητά του, η δύναμή του να προσομοιώνει. Επειδή μπορεί να πάρει χίλιες μορφές, να εξυπηρετήσει χίλιες λειτουργίες, μπορεί να ικανοποιήσει χίλιες προτιμήσεις"

(*Seymour Paper,1991)*

Από την κονστρουκτιβιστική και την ιντεραξιονιστική σκοπιά, δεν μπαίνει θέμα μεταβίβασης της γνώσης, διότι η γνώση δεν βρίσκεται στο κεφάλι του δασκάλου αλλά είναι κάτι που αναδύεται από την διαπραγμάτευση και αναπτύσσεται μέσα στα πολιτισμικά πλαίσια της αίθουσας διδασκαλίας, στο θεσμό του σχολείου, και στην κοινωνία γενικότερα.

Ο Papert Seymour θεωρεί, ότι οι επιστημολογικές απόψεις των σκέψεων του J.Piaget αποσιωπήθηκαν, επειδή μέχρι τώρα δεν έδιναν δυνατότητες δράσης στον κόσμο της παραδοσιακής εκπαίδευσης και θεωρεί, ότι σε ένα πλούσιο σε υπολογιστές περιβάλλον δε θα ισχύει αυτό (Papert Seymour, 1991). Αλλά ένα πλούσιο σε υπολογιστές περιβάλλον έχει ως συνέπεια την παροχή ουσιαστικής βοήθειας στη μάθηση.

Ο Michel de Villiers τονίζει, επίσης, ότι ο υπολογιστής παροτρύνει να γίνει μερικές φορές - κατ' επανάληψη - μέσω διαφορετικών κύκλων, που αναπαρίστανται στο πιο κάτω σχήμα, η διαδικασία της εικασίας, της εξέτασης, της πιστοποίησης ή της διάψευσης, της απόδειξης και του ανασχηματισμού. (Michel de Villiers, 1997).



Ο Bruner στο έργο του "Patterns of Growth", περιέγραψε τα στάδια της γνωστικής εξέλιξης του ατόμου ως μια εξελισσόμενη ικανότητα έκφρασής του μέσω τριών ειδών αναπαραστάσεων: την πραξιακή (enactive), την εικονική (iconic) και την συμβολική (symbolic) (Κολέζα Ε., 2003). Η σύνδεση μεταξύ αυτών των τριών, διαφορετικών κατά Bruner, τρόπων αναπαράστασης αποτελεί ένα από τα προβλήματα, που η διδακτική πράξη καλείται να αντιμετωπίσει συχνά.

Ένα λογισμικό πολλαπλών ταυτόχρονα αναπαραστάσεων, μέσα από το συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα στη μαθηματική του περιγραφή (αλγεβρική, γράφημα) και αντίστροφα, διευκολύνει την κατανόηση των εννοιών μέσα από μια διαδικασία διερεύνησης, ανάγνωσης και ερμηνείας τους. Είναι σημαντικό, από τη σκοπιά της εποικοδομητικής προσέγγισης, ότι ο μαθητής έχει μέσα από το περιβάλλον αυτό, τον έλεγχο των μεταβολών που επιχειρούνται στο σύστημα. Ο μαθητής αντιλαμβάνεται έτσι ότι η μαθηματική περιγραφή αποτελεί αναπόσπαστο στοιχείο του φυσικού συστήματος. Η συνάρθρωση γεωμετρικών και αλγεβρικών εννοιών επιλύει το πρόβλημα της φαινόμενης σημασιολογικής ασυμφωνίας ανάμεσα στις αφηρημένες μαθηματικές έννοιες (αναλογική σχέση, περίμετρος, εμβαδόν) και των αντίστοιχων συγκεκριμένων γεωμετρικών αποτυπώσεων (τετράγωνο). Η δυναμική διαχείριση του γεωμετρικού σχήματος επιτρέπει τη μετάβαση από τη διαίσθηση σε συγκεκριμένη μαθηματική σχέση ανάμεσα στα μεγέθη που αναπαριστώνται (Ιωάννου,2001).

Επιπλέον το λογισμικό δίνει τη δυνατότητα "αλλαγής" της γλώσσας, χρησιμοποιούμε τον όρο «μετρήστε» π.χ. μετρήστε την απόσταση ή μετρήστε το εμβαδόν κλπ. αντί του όρου «υπολογίστε» την απόσταση, που θα χρησιμοποιούσαμε χωρίς τη βοήθεια του υπολογιστή. Συνέπεια όλων όσων πιο πάνω περιγράφονται είναι ότι παρέχεται η δυνατότητα αλλαγής του τρόπου επικοινωνίας.

ΤΟ "DIRECT MANIPULATION"

Όλα πρέπει, όπου είναι δυνατόν, να παρουσιάζονται στις αισθήσεις. 'ο,τι ορατό στην όραση, ό,τι δυνατόν να ακουστεί στην ακοή, οσφραντό στην όσφρηση, γευστό στη γεύση και απτό στην αφή.

Και αν μπορεί κάτι να γίνει αντιληπτό με διαφορετικές αισθήσεις πρέπει να προβάλλεται ταυτόχρονα στις διαφορετικές αυτές αισθήσεις.
J.A.Comenius (1592-1670) Didactica Magna

Θα σταθούμε στη σημαντικότερη δυνατότητα του λογισμικού, που χρησιμοποιούμε στην παρούσα δραστηριότητα, του «The Geometer's Sketchpad» και που είναι το "direct manipulation", η δυνατότητα δηλαδή της άμεσης διαχείρισης των μαθηματικών αντικειμένων και σχημάτων και η επεξεργασία των γεωμετρικών εννοιών ολιστικά και από διαφορετικές οπτικές γωνίες. Ο καθηγητής ή ο μαθητής/τρια, αφού δημιουργήσει ένα σχήμα μπορεί να το μεγεθύνει, να το μετακινήσει, να εξετάσει αν συμπίπτει με άλλο παρόμοιο, πράγμα που βέβαια δεν μπορεί να γίνει με τους παραδοσιακούς τρόπους διδασκαλίας (Νικολουδάκης Εμμ.,2002). Η δυνατότητα της κίνησης και της ταυτόχρονης παρακολούθησης της αλλαγής των διαφόρων στοιχείων και μεγεθών του σχήματος, "ζωντανεύει" το σχήμα και δίνει τη δυνατότητα της εικασίας, της διαπίστωσης, του πειραματισμού στη διδακτική πράξη, μέσα από πολλαπλές αναπαραστάσεις. Όταν κάποιος πεισθεί για κάποια πρόταση ότι πράγματι ισχύει περνάει με άλλη διάθεση στη φάση της απόδειξης. Ο George Polya υποστηρίζει:

"… έχοντας πιστοποιήσει το θεώρημα σε αρκετές ειδικές περιπτώσεις, συγκεντρώσαμε αρκετές επαγωγικές μαρτυρίες ενδείξεις για αυτό. Η επαγωγική φάση ξεπέρασε τις αρχική μας υποψία και μας γέμισε αυτοπεποίθηση για το θεώρημα. Χωρίς αυτή την αυτοπεποίθηση μόλις και με τα βίας θα είχαμε βρει το κουράγιο να αναλάβουμε την απόδειξη για κάτι που δεν φαίνεται καθόλου μια συνηθισμένη εργασία. Όταν έχει βεβαιωθεί, ότι το θεώρημα αληθεύει, τότε αρχίζεις την απόδειξή του" (Polya G .,1954).

Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΔΑΣΚΑΛΟΥ

Η εισαγωγή των computers στην εκπαίδευση δίνει την ευκαιρία για καλύτερα αποτελέσματα ενεργητικής μάθησης, ενώ διαφοροποιεί το ρόλο του δασκάλου στην τάξη και τον οποίο ο ίδιος θα πρέπει να έχει κατανοήσει και αποδεχτεί. Ο ρόλος του δασκάλου αλλάζει.

Από εισηγητής γίνεται:

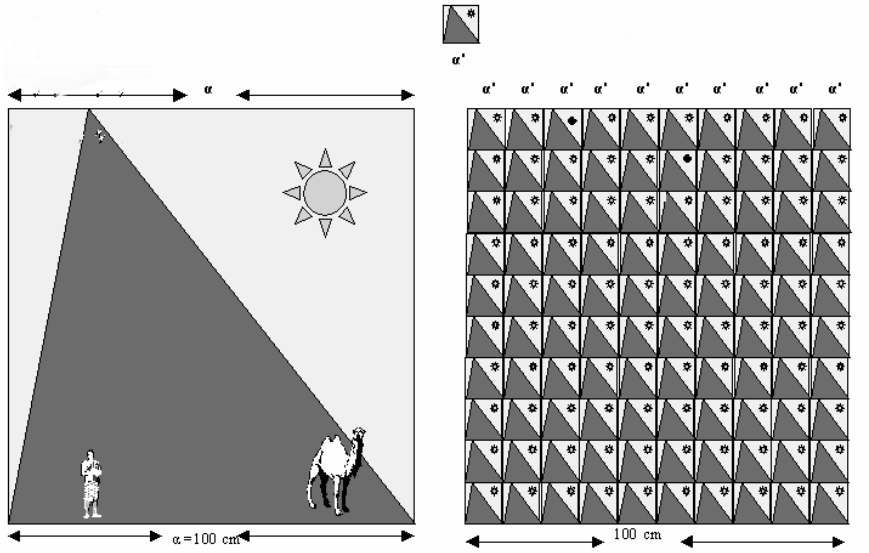
- ✓ συνεργάτης
- ✓ καθοδηγητής
- ✓ ερευνητής μαζί με τους μαθητές .

Η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Η δραστηριότητα έχει σκοπό την αντιμετώπιση - μέσω Κονστρουκτιβιστικής και Ιντεραξιονιστικής προσέγγισης - ενός πραγματικού προβλήματος, λαμβάνοντας υπόψη, ότι ο Freudenthal στο συνέδριο της Utrecht το 1967 επισημαίνει: «…*η διδασκαλία των μαθηματικών εντελώς θεωρητικά, χωρίς αναφορά και συσχέτιση με τις εφαρμογές τους αλλά με την "κρυφή ελπίδα" ότι οι μαθητές θα είναι ικανοί να τα χρησιμοποιήσουν όποτε χρειαστεί, αποδείχτηκε μάταιος κόπος*» (Κλαουδάτος Ν., 2000).

Ακόμη μέσω του προβλήματος επιχειρούμε να επισημάνουμε διαφορές μεταξύ χρήσης ή μη ενός μαθηματικού λογισμικού και συνεπώς η αιτιολόγηση υπέρ της χρήσης του υπολογιστή ως:

- ευρετικού εργαλείου
- βοήθειας στην οπτικοποίηση
- του δυναμικού μετασχηματισμού και κίνησης των σχημάτων (direct
- manipulation)
- της ανάπτυξης και πιστοποίησης εικασιών
- βοήθειας στη κατανόηση μέσω πολλαπλών αναπαραστάσεων
- βοήθειας στη γενίκευση
- παρότρυνση για την απόδειξη



Α. ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Δίνεται στους μαθητές/τριες το ακόλουθο πρόβλημα:

Μία ομάδα 100 τουριστών επισκέφτηκε τις πυραμίδες. Το τουριστικό γραφείο χρησιμοποιώντας την πυραμίδα του Χέοπος για φόντο κατασκεύασε 100 τετράγωνες φωτογραφίες, μία για κάθε επισκέπτη και κάλυψε με αυτές ένα τετράγωνο ταμπλό. Σε κάθε φωτογραφία φαινόταν καθένας τουρίστας ξεχωριστά και πίσω του η πυραμίδα σαν τρίγωνο, που λόγω των διαστάσεών της πυραμίδας, η βάση του τριγώνου κάλυπτε ακριβώς την μία πλευρά της φωτογραφίας ενώ η κορυφή του τριγώνου βρισκόταν στην απέναντι πλευρά της φωτογραφίας. Αφού οι τουρίστες πήραν τις φωτογραφίες το τουριστικό γραφείο για διαφημιστικούς λόγους μεγέθυνε και τοποθέτησε στο ίδιο ταμπλό, σαν αφίσα, μία από τις φωτογραφίες. Πόσες φορές η αφίσα δείχνει μεγαλύτερη την πυραμίδα;

Ζητάμε από τους μαθητές /τριες να απαντήσουν στα ακόλουθα ερωτήματα:

1]. Να μετρήσετε το εμβαδόν του τριγώνου της αφίσας.
2]. Να μετρήσετε το εμβαδόν του τριγώνου της φωτογραφίας.
3]. Πόσες φορές το εμβαδόν του τριγώνου της αφίσας είναι μεγαλύτερο από εμβαδόν του τριγώνου της φωτογραφίας;
4]. Να μετρήσετε τη πλευρά του τριγώνου της αφίσας και την πλευρά του τριγώνου της φωτογραφίας. Ποιος είναι ο λόγος των πλευρών των τριγώνων αφίσας - φωτογραφίας;
5]. Ποια σχέση συνδέει το λόγο των πλευρών με το λόγο των εμβαδών;

Να επαναλάβετε τη διαδικασία για ολόκληρη τη φωτογραφία.
Η φωτογραφία έχει σχήμα τετράγωνο.

6]. Να υπολογίσετε πόσο είναι το εμβαδόν της αφίσας και πόσο της φωτογραφίας;
7]. Πόσες φορές είναι μεγαλύτερο το εμβαδόν της αφίσας από το εμβαδόν κάθε φωτογραφίας;
8]. Ποιος είναι ο λόγος των πλευρών των τετραγώνων αφίσας-φωτογραφίας;
9]. Ποια σχέση συνδέει το λόγο των πλευρών και το λόγο των εμβαδών ;
10]. Να διατυπώσετε τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματά σας από τα πιο πάνω σχήματα.
11]. Άραγε συμβαίνει αυτό σε όλα τα όμοια σχήματα;

12]. Παρατηρείστε τις μεταβολές στην οθόνη και κατόπιν συμπληρώστε τον πίνακα που ακολουθεί.

Ο λόγος ομοιότητας $\frac{AB}{A\Delta}$	Το τετράγωνο του λόγου ομοιότητας $\left(\frac{AB}{\text{ΑΔ}}\right)^2$	Ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων $\frac{E_{\text{ΑΒΓ}}}{E_{\text{ΑΔΕ}}}$

13]. Παρατηρώντας τώρα τον πίνακα να διατυπώσετε το θεώρημα με λόγια και να γράψετε την αντίστοιχη σχέση.
14]. Να αποδείξετε το θεώρημα.

Β. ΤΡΙΓΩΝΑ ΜΕ ΜΙΑ ΓΩΝΙΑ ΙΣΗ Η΄ ΠΑΡΑΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΗ

Αρχικά θέτομε στους μαθητές το ερώτημα: Είδαμε ότι υπάρχει σχέση, που συνδέει το λόγο των εμβαδών με το λόγο των πλευρών δύο ομοίων τριγώνων, δηλ. δύο τριγώνων, που δύο γωνίες του ενός είναι ίσες με δύο γωνίες του άλλου. Άραγε τι συμβαίνει, όταν μόνο μία γωνία του ενός είναι ίση μόνο με μία γωνία του άλλου, όπως συμβαίνει στα παρακάτω τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ; (που παρουσιάζονται σε οθόνη).

Θέλουμε δηλαδή να βρούμε μία σχέση *εμβαδών-πλευρών*, για τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ, που έχουν $\hat{A} = \hat{\Delta}$.

Παρατηρείστε και σημειώστε τις μετρήσεις, όπως αυτές προκύπτουν από τις οθόνες: (Δίνονται 3-4 πίνακες όπως τον ακόλουθο).

Γωνία $B\hat{A}\Gamma$	Μήκος ΑΒ	Μηκος ΑΓ	Γινόμενο ΑΒ.ΑΓ	Λόγος γινομένων των πλευρών	Εμβαδόν του ΑΒΓ	Λόγος των εμβαδών
				$\frac{AB.A\Gamma}{Z\Delta.\Delta E}$	$E_{AB\Gamma} =$	$\frac{E_{AB\Gamma}}{E_{Z\Delta E}} =$
Γωνία $Z\hat{\Delta}E$	Μήκος ΖΔ	Μήκος ΔΕ	Γινόμενο ΖΔ.ΔΕ		Εμβαδόν του ΖΔΕ	
					$E_{\Delta ZE} =$	

15]. Ποια σχέση συνδέει το λόγο γινομένων των πλευρών και το λόγο των εμβαδών;

16]. Διατυπώστε με λόγια το θεώρημα.

17]. Να αποδείξετε το θεώρημα.

Οι ίδιοι με τους πιο πάνω πίνακες δίνονται και για την περίπτωση που οι γωνίες των δύο τριγώνων είναι παραπληρωματικές, ενώ λέμε στους μαθητές, ότι θέλουμε να βρούμε μία σχέση *εμβαδών-πλευρών*, για τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ, που έχουν $\hat{A} + \hat{D} = 180^{o}$.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Η διατύπωση του προβλήματος, που δίνεται στους μαθητές/τριες, αν δινόταν προς λύση χωρίς τη χρήση του υπολογιστή, προκειμένου να επιτευχθεί ο επιδιωκόμενος σκοπός θα απαιτούσε να δίνονται επιπλέον δεδομένα π.χ. το μήκος της πλευράς του ταμπλό. Έτσι

όμως χάνεται μία γενικότητα, για την οποία θα πρέπει να γίνει ιδιαίτερη μνεία κατόπιν προκειμένου να πετύχουμε γενίκευση.

2. Αλλαγή του τρόπου επικοινωνίας. Ο υπολογιστής χρησιμοποιεί τη δική του γλώσσα. Χρησιμοποιεί τον όρο «μετρήστε» αντί του όρου «υπολογίστε».
3. Οι μαθητές με τον υπολογιστή και το φύλλο εργασίας που τους δόθηκε (επαν)ανακαλύπτουν τα θεωρήματα και διαπιστώνουν ότι ισχύουν, αλλά αυτό δεν αποτελεί απόδειξη.
4. Τα προαναφερθέντα θεωρήματα προφανώς δεν αποτελούν εργασία μόνο μιας διδακτικής ώρας.
5. Τοιουτοτρόπως – λόγω των προαναφερθέντων, τα οποία γενικεύονται – στο σύγχρονο σχολείο από την άποψη της διδακτικής επιβάλλεται πλέον η χρήση του υπολογιστή.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. De Villiers, M. (1997). The role of proof in investigative, computer-based geometry: Some personal reflections. Schattschneider, D. & King, J. (Eds). Geometry Turned On! MAA. 15-24
2. Papert Seumour (1991) Νοητικές Θύελλες Αθήνα σελ. 14, 189-190. Εκδόσεις Οδυσσέας
3. Polya George (1954)Mathematics and Plausible Reasoning Induction and Analogy in Mathematics Vol I Princeton: Princeton University Press pp 83-84
4. Sierpinska, A.: 1999/2002, Lecture Notes on the Theory of Didactic Situations, Concordia University, http://alcor.concordia.ca/~sierp/.
5. Ιωάννου Στ.(2001) «Η έννοια της μεταβλητής» Πρακτικά 1^{ου} Πανελλήνιου Συνεδρίου των Εκπαιδευτικών για τις ΤΠΕ Μάιος 2001
6. Κλαουδάτος Νίκος(2000). Η Διδασκαλία των Μαθηματικών με Πραγματικά Προβλήματα και Εφαρμογές - Που φτάνουμε σήμερα. σελ. 148-157. Πρακτικά 17^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας, Αθήνα 2000.
7. Κολέζα Ευγενία (2003) Νοητικές Διεργασίες Ανάπτυξης Γεωμετρικών Εννοιών Πρακτικά 2^{ου} Συνεδρίου για τα Μαθηματικά στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση σελ.3
8. Νικολουδάκης Εμμανουήλ.(2002)Στοιχεία Διδακτικής Μαθηματικών Νέες τεχνολογίες και εκπαίδευση σελ. 149-183
9. Σπύρου Παναγιώτης. (1999) Διδακτική των μαθηματικών (Σημ. σελ. 47) Αθήνα