ePublishing
ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗΣ
NATIONAL DOCUMENTATION CENTRE

Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2003)

2ο Συνέδριο Σύρου στις ΤΠΕ

ΤΟ ΟΡΙΟ ΜΕ ΤΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΑ ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ.

Παναγιώτης Ζάφειρας

Βιβλιογραφική αναφορά:

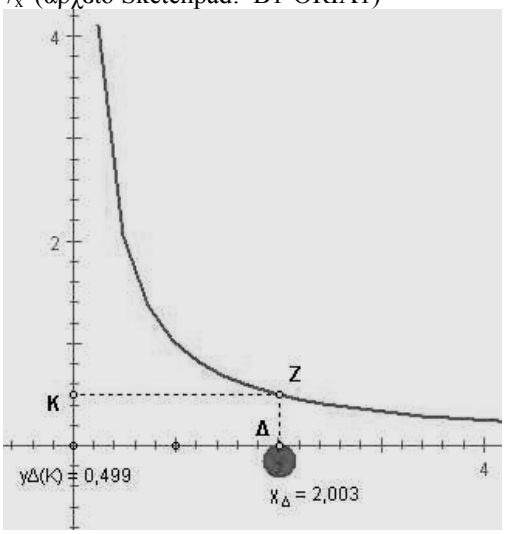
Ζάφειρας Π. (2025). ΤΟ ΟΡΙΟ ΜΕ ΤΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΑ ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ . *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, *1*, 372–377. ανακτήθηκε από https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/7039

ΤΟ ΟΡΙΟ ΜΕ ΤΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΑ ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ.

Ζάφειρας Παναγιώτης
Μαθηματικός Β΄θμιας Εκπ., Επιμορφωτής Ενδοσχολικής Επιμόρφωσης
pzafeir@sch.gr http://users.sch.gr/pzafeir

Η εισήγηση αυτή διαπραγματεύεται τη δυναμική των λογισμικών των μαθηματικών, στη διδακτική τους εφαρμογή στην τάξη, με κοινό σημείο αφετηρίας την έννοια του ορίου, (Α΄& Γ΄Λυκείου) όπως αυτό το βλέπει ο εισηγητής μέσα από μια δραστηριότητα με τρία βήματα.

Βήμα 1ο : Το ΟΡΙΟ με την βοήθεια του Geometry Sketchpad
Εδώ υπάρχει <u>*ενορατική*</u> προσέγγιση της έννοιας του ορίου στο $+\infty$, μέσω μιας γνωστής συνάρτησης, της $y={}^{1}/_{x}$ (αρχείο Sketchpad: B1-ORIA1)



Μετακινώντας το σημείο Δ (ή την πράσινη σφαίρα) συνεχώς δεξιότερα ο μαθητής μπορεί να παρατηρεί και να καταγράφει σε ένα πίνακα τις τιμές τετμημένη και τεταγμένη του σημείου Δ από τις μετρήσεις που είναι στην επιφάνεια εργασίας.

χΔ	2	3	4	5	6
yK					

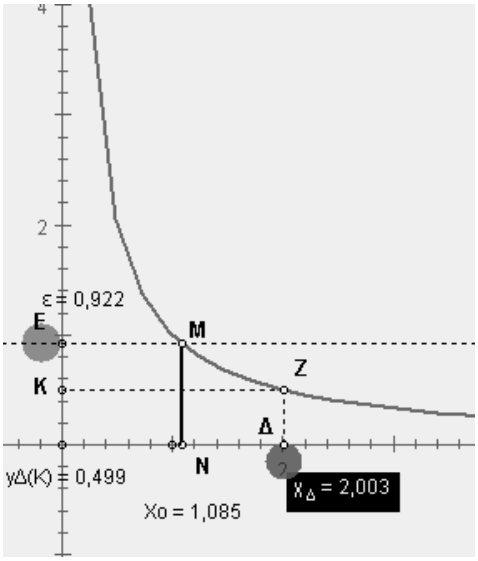
Β1-

μοβ

Ν

Τις

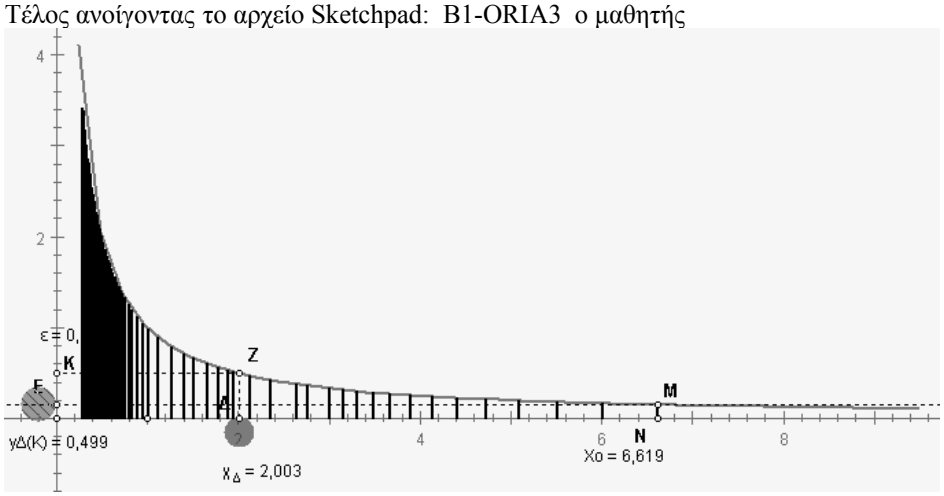
να



Ανοίγοντας το αρχείο Sketchpad: ORIA2 ο μαθητής μπορεί να μετακινήσει το σημείο Ε (ή την σφαίρα). Σε κάθε μετακίνηση στο θετικό ημιάξονα yy΄ με κατεύθυνση προς την αρχή των αξόνων (ε→0) το σημείο Ν μετακινείται σε τιμές μεγαλύτερες στον θετικό ημιάξονα xx΄ Και για κάθε τιμή της τετμημένης Χο του υπάρχουν χ> Χο ώστε y<ε παραπάνω παρατηρήσεις μπορεί κάνει ο μαθητής μέσα από έναν πίνακα.

yΔ(K) < 0,4 = ε	για χ=X_0=	
yΔ(K) < 0,3 = ε	για χ=X_0=	
yΔ(K) < 0,1 = ε	για χ=X_0=	
yΔ(K) < 0,08 = ε	για χ=X_0=	
yΔ(K) < 0,05 = ε	για χ=X_0=	

Τέλος ανοίγοντας το αρχείο Sketchpad: B1-ORIA3 ο μαθητής



μπορεί μετακινώντας το σημείο Ε (ή την μπλε σφαίρα) να δει ενορατικά διαδοχικές θέσεις του σημείου Ε (ε→0)και του Ν(Χο→∞)

Βήμα 2^{ο} : Το ΟΡΙΟ με την βοήθεια του Excel

Εδώ υπάρχει *αριθμητική* προσέγγιση της έννοιας του ορίου στο +∞, μέσω της συνάρτησης, της $y={}^{1}/_{x}$ του πρώτου βήματος (αρχείο Excel: B2-ORIA)

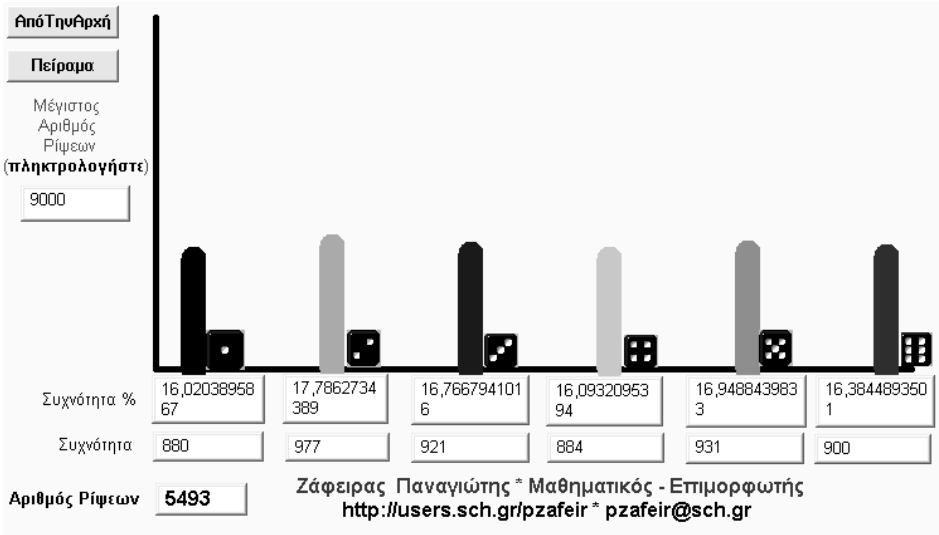
	Δώστε την τιμή του ε > > > ώστε η y=1/x < ε			0,1		
	x	1/x				
	9	0,111 111 111 111 111				
Xo =	10	0,100 000 000 000 000				
	11	0,090 909 090 909 091				
	12	0,083 333 333 333 333				
	13	0,076 923 076 923 077				
	14	0,071 428 571 428 571				
	15	0,066 666 666 666 667				
	16	0,062 500 000 000 000				
	17	0,058 823 529 411 765				
	18	0,055 555 555 555 556				
	19	0,052 631 578 947 368				
	……..	……..	<	0,100 000 000 000	=	ε
	100	0,010 000 000 000 000				
	……..	……..				
	1.000	0,001 000 000 000 000				
	……..	……..				
	10.000	0,000 100 000 000 000				
	……..	……..				
	100.000	0,000 010 000 000 000				
	……..	……..				
	1.000.000	0,000 001 000 000 000				
	……..	……..				
	10.000.000	0,000 000 100 000 000				

Εδώ μπορούμε να δώσουμε μια τιμή του ε και να δούμε την τιμή Xo και τις τιμές του y για ένα πλήθος τιμών του x>Xo

Βήμα 3^{ο} : Το ΟΡΙΟ με την βοήθεια MicroWorld Pro

Εδώ υπάρχει *πειραματική* προσέγγιση της έννοιας του ορίου στο +∞ με μια προσομοίωση ενός πειράματος τύχης για ένα πολύ μεγάλο αριθμό δοκιμών .
Ένα ζάρι ρίχνεται όσες φορές ζητήσουμε από το πρόγραμμα και μπορούμε να έχουμε τη συχνότητα (απόλυτη και σχετική) εμφάνισης ενός από τα ενδεχόμενα καθώς και το σχετικό ραβδόγραμμα .

Το πείραμα μπορεί να σταματήσει οποιαδήποτε στιγμή καταγράφοντας τον αριθμό των μέχρι τώρα δοκιμών και να συνεχιστεί αργότερα.



Οι συχνότητες και ο αριθμός επαναλήψεων μπορεί να καταγράφονται σε ένα πίνακα και να συγκρίνονται με τις θεωρητικά αναμενόμενες (1 προς 6 ή 16,666…% για κάθε ενδεχόμενο.

	100	1000	5000	10000	15000		
1	12	16	16,02	16,29	16,68	---->	16,666
2	19	15,7	18,04	17,2	16,79	---->	16,666
3	20	16,1	16,56	16,85	16,67	---->	16,666
4	16	16,3	16,02	15,97	16,05	---->	16,666
5	19	17,7	17,02	17,04	16,83	---->	16,666
6	14	18,2	16,16	16,56	16,97	---->	16,666

Επιλέγοντας μια επιθυμητή απόκλιση (ε) από το αναμενόμενο μπορούμε πειραματικά να βρούμε ένα αριθμό επαναλήψεων (Χο) του πειράματος πέραν του οποίου οι συχνότητες πλησιάζουν τις αναμενόμενες με απόκλιση μικρότερη του ε.
Στον παραπάνω πίνακα είναι καταγεγραμμένα τα στοιχεία από μια εκτέλεση του πειράματος με σημεία διακοπής εκτέλεσης 100, 1.000, 5.000, 10.000, 15.000 δοκιμές που είναι και το άνω όριο δοκιμών που έχει δοθεί κατά την δημιουργία της εφαρμογής.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ (ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΤΗ)

Βήμα 1^{ο} : Το ΟΡΙΟ με την βοήθεια του Geometry Sketchpad
Ανοίξτε το αρχείο B1-ORIA1 του Sketchpad

ΕΡΩΤΗΣΗ 1^{η}
Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα μετακινώντας το σημείο Δ ή την πράσινη σφαίρα.

χΔ	2,003	3	4	5	6
yK	0,499				

ΕΡΩΤΗΣΗ 2^{η}

Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα μετακινώντας το σημείο Δ ή την πράσινη σφαίρα. Αν χρειαστεί μετακινήστε την μπάρα στο κάτω μέρος της οθόνης σας για να μετακινηθείτε δεξιότερα.

yΔ(K) < 0,4 = ε	για χ=X_0=	
yΔ(K) < 0,3 = ε	για χ=X_0=	
yΔ(K) < 0,1 = ε	για χ=X_0=	
yΔ(K) < 0,08 = ε	για χ=X_0=	
yΔ(K) < 0,05 = ε	για χ=X_0=	

ΕΡΩΤΗΣΗ 3^{η}

Τι παρατηρείται από την συμπλήρωση του παραπάνω πίνακα ;

ΕΡΩΤΗΣΗ 4^{η}

Ανοίξτε το αρχείο B1-ORIA2 του Sketchpad

Μετακινήστε το σημείο Ε ή την μοβ σφαίρα για να δώσετε στο ε τις τιμές του πίνακα της ερώτησης 3 και προσπαθήστε να συμπληρώσετε πάλι τον πίνακα μετακινώντας το σημείο Δ ή την πράσινη σφαίρα

yΔ(K) < 0,4 = ε	για χ=X_0=	
yΔ(K) < 0,3 = ε	για χ=X_0=	
yΔ(K) < 0,1 = ε	για χ=X_0=	
yΔ(K) < 0,08 = ε	για χ=X_0=	
yΔ(K) < 0,05 = ε	για χ=X_0=	

ΕΡΩΤΗΣΗ 5^{η}

Ανοίξτε το αρχείο B1-ORIA3 του Sketchpad

Μετακινήστε το σημείο Ε ή την μοβ σφαίρα

Δείτε πάλι την απάντηση σας στην ερώτηση3

Βήμα 2^{ο} : Το ΟΡΙΟ με την βοήθεια του Excel

Ανοίξτε το αρχείο του Excel B2-ORIA

Εδώ έχουμε την συνάρτηση 1/χ Πάνω δεξιά στο βαθύ κίτρινο τετράγωνο μπορούμε να δώσουμε τιμές στο ε. Το αρχείο μας εμφανίζει την τιμή X_0 και κάποιες τιμές του χ> X_0 ώστε η $y={}^{1}/_{x}<\varepsilon$

ΕΡΩΤΗΣΗ 6^{η}

Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα δίνοντας τιμές στο ε

Για ε =	Έχουμε Χο ώστε η $y={}^{1}/_{x}<\varepsilon$
0,1	
0,01	
0,001	
0,000001	

0,0000000001	

ΕΡΩΤΗΣΗ 7^{η}

Τι παρατηρείται από την συμπλήρωση του παραπάνω πίνακα ;

Βήμα 3^{ο} : Το ΟΡΙΟ με την βοήθεια MicroWorld Pro

Ανοίξτε το αρχείο του MicroWorld Pro B3-ORIA-0 ή το html αρχείο με το ίδιο όνομα. Στο αρχείο αυτό έχουμε μια εξομοίωση ενός πειράματος τύχης. Ρίχνουμε ένα ζάρι όσες φορές πληκτρολογήσουμε στο τετράγωνο (αριστερά και στο μέσον) με μέγιστο αριθμό ρίψεων 15.000. Στην επιφάνεια εργασίας εμφανίζεται η συχνότητα και η σχετική συχνότητα κάθε ενδεχομένου και ένα ραβδόγραμμα.Το πείραμα μπορεί να διακοπεί κάνοντας κλικ στο κουμπί Πείραμα (πάνω αριστερά) και στο κάτω αριστερό παράθυρο εμφανίζεται ο μέχρι την διακοπή, αριθμός ρίψεων του ζαριού.

ΕΡΩΤΗΣΗ 8^{η}

Ποιο είναι το θεωρητικά αναμενόμενο ποσοστό για κάθε ένα από τα ενδεχόμενα;

ΕΡΩΤΗΣΗ 9^{η}

Εκτελέστε το πείραμα και συμπληρώστε τον πίνακα:

Ρήψεις >>> Ενδεχόμενα	100	1.000	5.000	10.000	15.000		Θεωρητικά Αναμενόμενα
1							
2							
3							
4							
5							
6							

ΕΡΩΤΗΣΗ 10^{η}

Τι συμπεράσματα βγάζεται από τη συμπλήρωση του παραπάνω πίνακα: