

## Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2003)

2ο Συνέδριο Σύρου στις ΤΠΕ



**ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΙΑΣ ΠΛΕΥΡΑΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ  
ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΩΝ ΑΛΛΩΝ ΠΛΕΥΡΩΝ ΤΟΥ ΚΑΙ  
ΤΩΝ ΠΡΟΒΟΛΩΝ ΤΗΣ ΣΕ ΑΥΤΕΣ**

*Ανάργυρος Μαστρογιάννης Ν.*

### Βιβλιογραφική αναφορά:

Μαστρογιάννης Ν. Α. (2025). ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΙΑΣ ΠΛΕΥΡΑΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΩΝ ΑΛΛΩΝ ΠΛΕΥΡΩΝ ΤΟΥ ΚΑΙ ΤΩΝ ΠΡΟΒΟΛΩΝ ΤΗΣ ΣΕ ΑΥΤΕΣ. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση, 1*, 363–367. ανακτήθηκε από <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/7029>

## ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΙΑΣ ΠΛΕΥΡΑΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΩΝ ΑΛΛΩΝ ΠΛΕΥΡΩΝ ΤΟΥ ΚΑΙ ΤΩΝ ΠΡΟΒΟΛΩΝ ΤΗΣ ΣΕ ΑΥΤΕΣ

**Μαστρογιάννης Ν. Ανάργυρος**  
**Μαθηματικός –Επιμορφωτής Ν.Τ.**

### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το θέμα προς διαπραγμάτευση αναφέρεται στη σχέση των εμβαδών που σχηματίζονται σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  :1) από το τετράγωνο μιας πλευράς έστω  $a$  2) το ορθογώνιο που σχηματίζεται με διαστάσεις την δεύτερη πλευρά  $\beta$  και την προβολή της πλευράς  $a$  πάνω σε αυτή και 3) το ορθογώνιο που σχηματίζεται με διαστάσεις την τρίτη πλευρά  $\gamma$  και την προβολή της  $a$  σε αυτή . Το λογισμικό που θα χρησιμοποιηθεί είναι το *sketchpad*. Οι σχέσεις των εμβαδών διαμορφώνονται ανάλογα με το είδος της κάθε γωνίας του τριγώνου . Με την κατάλληλη μετακίνηση της κορυφής  $A$  του τριγώνου και το είδος της γωνίας  $A$  το πρόβλημα εξειδικεύεται στο πυθαγόρειο θεώρημα , όπως και στη μετρική σχέση της μιας κάθετης πλευράς , με την υποτεινούσα και την προβολή της σε αυτή . Επίσης πως διαμορφώνεται η σχέση που υφίσταται μεταξύ των εμβαδών όταν οι γωνίες  $B$  ή  $\Gamma$  γίνονται αμβλείες

**ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:** *Sketchpad* , ισοδύναμα , παράλληλη μεταφορά , είδος γωνίας , εμβαδόν.

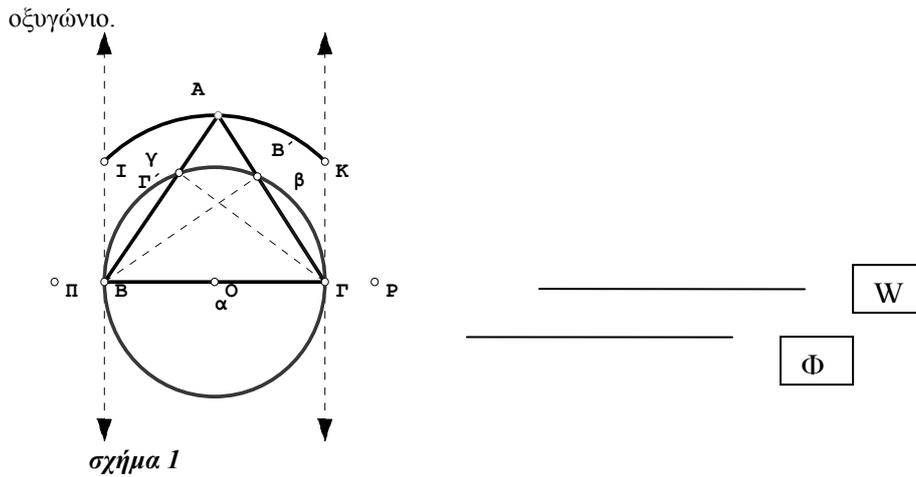
### ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Αν  $BB'$  και  $\Gamma\Gamma'$  είναι ύψη ενός οξυγώνιου τριγώνου  $AB\Gamma$  , να αποδείξετε ότι:  
1)  $a^2 = \beta \cdot \Gamma B' + \gamma \cdot B\Gamma'$  . Ισχύει η σχέση αυτή όταν η γωνία  $A$  είναι α) ορθή ; β) αμβλεία ;  
2) Πως διαμορφώνεται η παραπάνω σχέση όταν η γωνία  $B$  είναι : 1) ορθή ; 2) αμβλεία;  
Τι προτάσεις θεμελιακές συνάγεται από τα διάφορα είδη των γωνιών του τριγώνου;

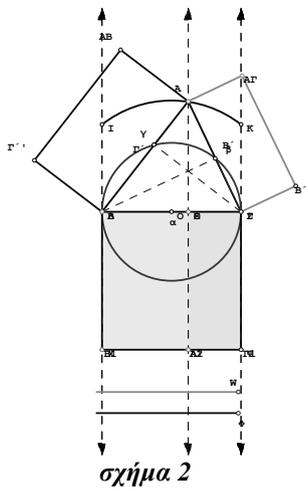
### Υπολογισμός της πλευράς $a$ σε τρίγωνο

#### ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΟΞΥΓΩΝΙΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ :

Κατασκευάζουμε τμήμα  $a = B\Gamma$  και με διάμετρο την  $a$  κατασκευάζουμε κύκλο . Στα σημεία  $A$  και  $B$  φέρουμε καθέτους που τέμνουν τον κύκλο με κέντρο το  $O$  (μέσον του  $B\Gamma$ ) και ακτίνα  $B\Gamma/2$  στα  $I, K$  . Όταν το σημείο  $A$  βρίσκεται εκτός του κύκλου ( $O, B\Gamma/2$ ) και στην ταινία των παραλλήλων το τρίγωνο  $AB\Gamma$  θα είναι

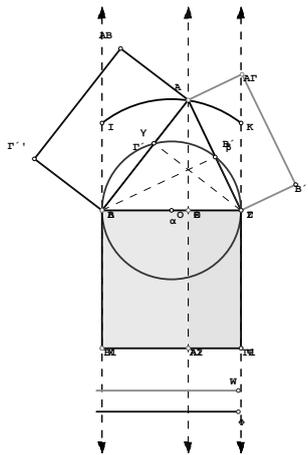


Κατασκευάζουμε εξωτερικά του τριγώνου στην πλευρά  $\beta$  ορθογώνιο με βάση το  $\beta$  και ύψος την προβολή  $\Gamma\beta'$  της  $\alpha$  στην  $\beta$ . Ομοίως στην πλευρά  $\gamma$  ορθογώνιο με βάση το  $\gamma$  και ύψος την προβολή  $\beta\Gamma'$  της  $\alpha$  στην  $\gamma$  και τέλος τετράγωνο με πλευρά την  $\alpha$ .

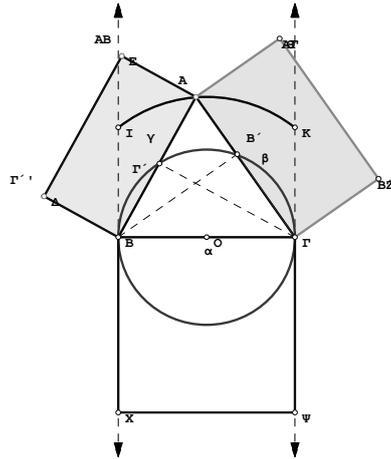


#### ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΤΗΣ ΠΛΕΥΡΑΣ $\alpha$

Μετακινώντας το W και Φ των τμημάτων μετακινούνται τα ορθογώνια έτσι ώστε τα ορθογώνια να παραμένουν ισοδύναμα των αρχικών, γιατί η κάθε πλευρά μετακινείται παράλληλα προς την απέναντι. Παρατηρούμε ότι τα δύο ορθογώνια συμπληρώνουν το τετράγωνο πλευράς  $\alpha$ .



σχήμα 3

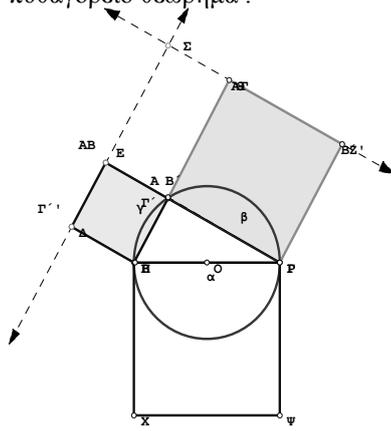


σχήμα 4

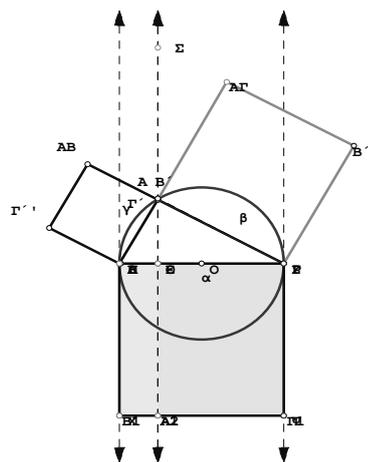
**ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΣΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ Α**

Μετακινώντας το σημείο Α ώστε να συμπέσει με τυχαίο σημείο του κύκλου, το τρίγωνο γίνεται ορθογώνιο και οι προβολές ταυτίζονται με τις πλευρές και έτσι διαμορφώνεται το Πυθαγόρειο θεώρημα.

Επαναλαμβάνοντας τις μετακινήσεις των w και Φ διαπιστώνουμε ότι ισχύει το πυθαγόρειο θεώρημα.



σχήμα 5



σχήμα 6

**ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΣΕ ΑΜΒΛΥΓΩΝΙΟ ΣΤΗΝ ΓΩΝΙΑ Α**

Μετακινώντας το σημείο Α ώστε να βρεθεί εντός του κύκλου, το τρίγωνο γίνεται αμβλυγώνιο και πάλι διαπιστώνεται ότι η πλευρά a προσδιορίζεται όπως και όταν η γωνία είναι οξεία ή αμβλεία.



