**Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση**

Τόμ. 1 (2009)

1ο Εκπαιδευτικό Συνέδριο «Ένταξη και χρήση των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία»


## Σενάριο για την διδασκαλία κανονικών πολυγώνων και περιγεγραμμένων κύκλων

*Αιμίλιος Βλάστος*

# Σενάριο για την διδασκαλία κανονικών πολυγώνων και περιγεγραμμένων κύκλων

**Βλάστος Αιμίλιος**
Εκπαιδευτικός Β/θμιας Εκπ/σης- Επιμορφωτής στις ΤΠΕ
aistos@sch.gr

**Περίληψη**

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται μια διδακτική προσέγγιση του μαθήματος «κανονικά πολύγωνα και περιγεγραμμένοι κύκλοι», που διδάσκεται σε μαθητές της Β τάξης του Γενικού Λυκείου. Δουλεύοντας με το περιβάλλον του χελωνόκοσμου, οι μαθητές προσπαθούν να «διορθώσουν» με δυναμικό τρόπο, πολύγωνα, που δεν κλείνουν, που μεταμορφώνονται ή μεταλλάσσονται σε επίσημα ή όχι σχήματα Με αυτόν τον τρόπο οι μαθητές διαμορφώνουν μόνοι τους άποψη για την έννοια και το σχήμα του κανονικού πολυγώνου, ενώ αποσαφηνίζουν τα στοιχεία που τα καθορίζουν (π.χ. η εσωτερική, η εξωτερική γωνία και η σχέση τους με τον αριθμό των πλευρών ). Ένα άλλο δυνατό σημείο, είναι, ότι οι μαθητές διερευνούν δυναμικά το σχεδιασμό του κύκλου, εικάζοντας με ποια εντολή κάνουμε κύκλο με δεδομένη ακτίνα. Μετά, η γνώση αυτή θα φέρει άλλες εικασίες, πώς θα μπορούσαμε να κατασκευάσουμε κύκλο που να είναι περιγεγραμμένος σε κανονικό πολύγωνο. Έτσι, θα αναδυθεί η προσπάθεια σύνδεσης της ακτίνας με την πλευρά του κανονικού πολυγώνου. Επίσης, οι μαθητές, αφού κατακτήσουν γνώσεις και κατασκευές, θα δουν οπτικά ότι αν μεγαλώσουν τον αριθμό των πλευρών του κανονικού πολυγώνου, αυτό τείνει να γίνει κύκλος. Αποκτούν έτσι την αίσθηση του ορίου.

***Λέξεις Κλειδιά:*** *Κανονικό πολύγωνο, περιγεγραμμένος κύκλος, πλευρά κανονικού πολυγώνου, ακτίνα περιγεγραμμένου κύκλου.*

## 1. Εισαγωγή

Το περιβάλλον του χελωνόκοσμου, επειδή διαθέτει εργαλεία πειραματισμού, προσφέρει τη δυνατότητα στους μαθητές να κατασκευάσουν αρχικά τους «σωστούς» κανόνες δόμησης κανονικού πολυγώνου και κύκλου. Στη συνέχεια να τους αμφισβητήσουν – κάτι που γίνεται μέσα από το διάλογο στις ομάδες- και τελικά, να διακρίνουν τα απαραίτητα και διορθωτικά στοιχεία στην κατασκευή. Μέσα από αυτή τη διαδικασία αναστοχασμού και διαλόγου, δημιουργούνται βαθιές πεποιθήσεις για το κανονικό πολυγώνου, τον κύκλο και την άρρηκτη σχέση τους όταν ο κύκλος περιγράφεται σε αυτό. Το περιβάλλον του χελωνόκοσμου επίσης δίνει μια αφορμή για την γνώση που έρχεται αναπόφευκτα (όριο). Τέλος, η καλή κατάκτηση κατασκευών και εννοιών, αποτυπώνεται στις εικαστικές δημιουργίες των μαθητών/τριών.

## 2. Γνωστικά – διδακτικά προβλήματα

Οι συσχετιζόμενες έννοιες κύκλου και κανονικού πολυγώνου είναι ιδιαίτερα δύσκολες στους μαθητές, εφόσον, εκτός των άλλων απαιτούν επιδεξιότητα να κατασκευαστούν με παραδοσιακούς τρόπους (διαβήτης) που μάλλον αποτρέπουν τους μαθητές. Εδώ εκτός της χαράς της κατασκευής, οι μαθητές ανακαλύπτουν την σύνδεση της δομικής κατασκευής με μαθηματικούς κανόνες οι οποίοι κυριαρχούν και είναι τα βασικά δομικά εργαλεία που κινούν την χελώνα. Είναι σημαντικό επομένως, οι μαθητές να εμπλακούν ενεργά στη διαμόρφωση της έννοιας, να έρθουν σε επαφή με όλα αυτά τα αδιόρατα και λεπτά ζητήματα που την περιβάλλουν, να διατυπώσουν ερωτήματα και να αναζητήσουν τις απαντήσεις, με ερευνητικό και βιωματικό τρόπο που προσφέρει το κατασκευαστικό περιβάλλον του χελωνόκοσμου.

## 3. Ανάλυση δραστηριότητας

### *3.1 Διερεύνηση, ανακάλυψη κρυμμένων σχημάτων*

Στους μαθητές δίνεται να εκτελεστεί, στο περιβάλλον του χελωνόκοσμου, η παρακάτω διαδικασία: <u>για μυστήριο :ν :κ :φ δ 90 επαναλαβε :ν [μ :κ α :φ ] τελος μυστήριο 5 23 56</u>

### *3.2 Διατυπώσεις εικασιών – συμπερασμάτων*

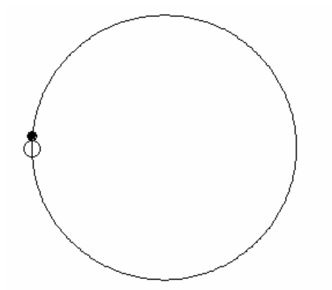
Αναμένουμε να εικάσουν οι μαθητές ότι οι τιμές του φ είναι το στρίψιμο της χελώνας άρα και η εξωτερική γωνία του κ_πολυγώνου, οπότε η γωνία του κ_πολυγώνου είναι η παραπληρωματική της. Δίνουμε κατόπιν στους μαθητές την δυνατότητα να συσχετίσουν την εντολή: <u>επαναλαβε ν [μ :κ α :φ ]</u> με την κυκλική κίνηση της χελώνας. Αναμένουμε να καταλάβουν ότι 6 επί φ ή 4 επί φ ή ν επί φ δίνει $360^o$ . Γενικά, λοιπόν ν επί βήμα= περίμετρος και ν επί στροφή =$360^o$ ,οπότε να συμπεράνουν ότι, αφού όλες μαζί οι στροφές της χελώνας ήταν $360^o$ τότε και το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός κ_πολυγώνου είναι $360^o$ και αυτό φυσικά ισχύει και για τυχαία πολύγωνα. Οπότε για την κατασκευή ενός κ_πολυγώνου αναμενόμενες εντολές είναι: <u>επαναλαβε 4 [μ :κ α :90 ]</u> , <u>επαναλαβε 12 [μ :κ α :30 ]</u> κτλ. Για την κατασκευή τώρα ενός γενικευμένου κανονικού ν-γώνου που να μη «χαλάει» και να έχει δύο παραμέτρους, αναμένεται, μάλλον εύκολα οι μαθητές να καταλήξουν στην εντολή : <u>επαναλαβε ν [μ :κ α 360/ :ν ]</u>

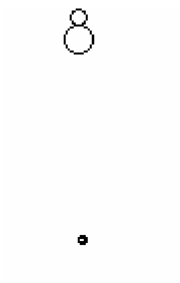
### *3.3 Μελέτη κύκλου*

Είναι σημαντικό οι μαθητές να διερευνήσουν την κατασκευή του κύκλου ώστε στη συνέχεια να τον εντάξουν σαν περιγεγραμμένο στο κανονικό πολύγωνο. Τους ζητείται να κατασκευάσουν δύο κύκλους:

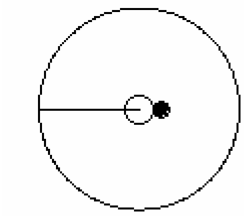
| | |
|---|---|
| για κυκλο1 :ρ<br>επαναλαβε 360[μ :ρ δ 1]<br>τελος | για κυκλο :ρ<br>επαναλαβε 360 [μ 2*πι* :ρ/360 δ 1]<br>τελος |

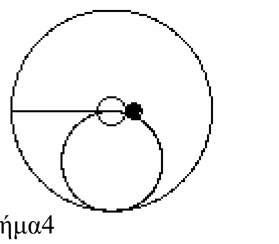
Προτρέπουμε τους μαθητές να εκτελέσουν τις διαδικασίες και περιμένουμε να δώσουν την ίδια τιμή στο ρ. Στον κυκλο1 για ρ>2 ο κύκλος είναι τεράστιος οπότε η σύγκριση των δύο κύκλων θα γίνει για μικρές τιμές του ρ.


Σχήμα1 με εντολή κύκλο1 2


Σχήμα2 με εντολή κύκλο 2

Ρωτάμε τους μαθητές, αν στον κύκλο1 το 2 είναι η ακτίνα του. Και, πως μπορούν να το διαπιστώσουν. Αναμενόμενο είναι να δώσουν εντολή: δ 90 μ :ρ ώστε να οδηγήσουν τη χελώνα στο κέντρο, το οποίο δεν συμβαίνει. Με την συζήτηση, οι μαθητές πρέπει να στραφούν τώρα να δοκιμάσουν στον άλλο κύκλο μεγαλύτερη τιμή για το ρ και να διερευνήσουν αν είναι η ακτίνα του. Έτσι, με μια εντολή: κυκλο 50 δ 90 μ 50 θα πάρουμε το παρακάτω σχήμα3 όπου φαίνεται το 50 να είναι η ακτίνα του.

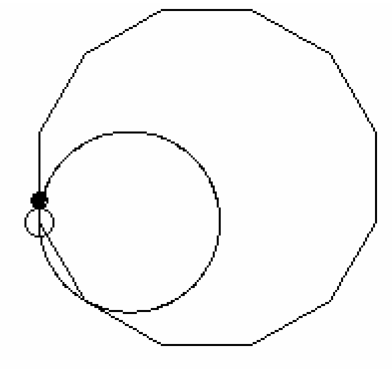

Σχήμα3


Σχήμα4

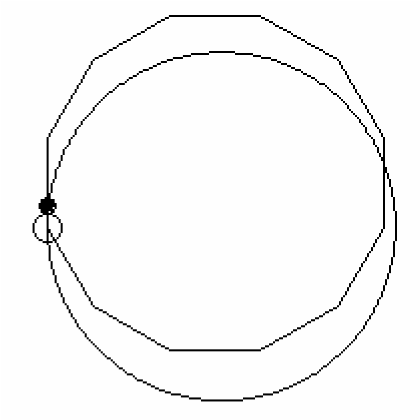
Αν τώρα αυτό αμφισβητηθεί, καλούμε να το επιβεβαιώσουν, δίνοντας αμέσως μετά την εντολή: κυκλο 25 ώστε να πάρουν τον εσωτερικό που εφάπτεται ή δίνοντας την εντολή: κυκλο 50 ώστε να σχηματιστεί η διάμετρος. Τελικά θέλουμε οι μαθητές να ερμηνεύσουν ότι το πρώτο γινόμενο 360 * βήμα χελώνας δίνει την περίμετρο του κύκλου που είναι 2πρ, άρα έχουμε την εξίσωση 360 * βήμα χελώνας =2πρ και βρίσκουμε ότι, βήμα χελώνας = 2πρ/360. Αυτή η διαπίστωση χρησιμοποιείται, όποτε θέλουμε να κατασκευάζουμε κύκλο με δεδομένη ακτίνα, βάζοντας σαν όρισμα, στην διαδικασία κυκλο ,την ακτίνα του.

### *3.4 Κατασκευή περιγεγραμμένου κύκλου*

Οι μαθητές θα κάνουν ένα κανονικό 12-γωνο δίνοντας την εντολή: κπολυγωνο 12 45 και θα αναρωτηθούν, τι ακτίνα θα έχει ο κύκλος που θα δοκιμάζουν. Αν δώσουν ρ=45 δεν θα έχουμε αποτέλεσμα. (Σχήμα5)



Σχήμα5



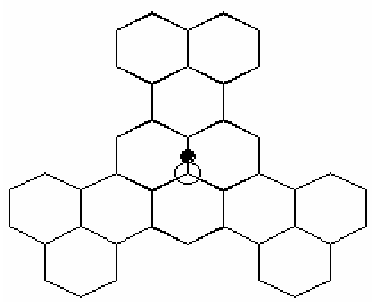
Σχήμα6

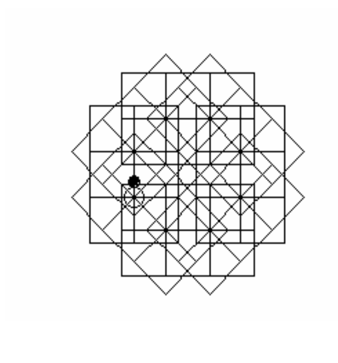
Θα γίνουν και άλλες προσεγγίσεις οπότε θα υπάρξει η ανάγκη συσχέτισης της ακτίνας ρ σε σχέση με την πλευρά κ του πολυγώνου. Ζητείται από τους μαθητές στο σημειωματάριό τους, να εργαστούν με σχήμα και να βρουν μια σχέση που να συνδέει το R και το λ. Αναμένεται να χρησιμοποιήσουν Πυθαγόρειο θεώρημα, συνημίτονο οξείας γωνίας και τον τύπο ω=360/ν. Ο αναμενόμενος τύπος είναι λ=2R.ημ ω/2 Οπότε R=λ/2.ημ(ω/2), άρα θα πρέπει οι μαθητές να δώσουν ρ= 45/2. ημ((360/12))/2. Βέβαια, οι μαθητές θα κατασκευάσουν ένα σχήμα , που ο κύκλος είναι με την σωστή ακτίνα , αλλά δεν είναι στη σωστή θέση (Σχήμα6). Αναμένεται να πειραματιστούν με την στροφή της χελώνας με πολλές προσπάθειες. Η εντολή που πρέπει να δοθεί ώστε να πάρουν το κανονικό 12γωνο με τον περιγεγραμμένο του κύκλο είναι: α (360/12)/2. Αυτό εξηγείται, αφού, αν η χελώνα θέλουμε να κινηθεί μπροστά διαγράφοντας ευθεία, τότε αυτή είναι η εφαπτομένη. Η γωνία που ζητάμε να στρίψει είναι από χορδή και εφαπτομένη που ισούται με την αντίστοιχη εγγεγραμμένη, δηλαδή, με το μισό της επίκεντρης.

### *3.5 Κατασκευή και χρήση γενικευμένου κανονικού ν-γώνου, ιδιότητα κανονικού εξαγώνου*

Συζητώντας οι μαθητές μέσα στην ομάδα τους, βιώνοντας και διερευνώντας τις προηγούμενες κατασκευές και ελέγχοντας το παράθυρο εντολών της Logo είναι αναμενόμενο να δώσουν τις εντολές: για περιπολυγωνο :ν :κ κπολυγωνο :ν :κ δ (360/:ν)/2 κυκλο :κ/(2*ημ((360/:ν)/2)) τέλος. Θέλουμε κατόπιν, οι μαθητές να αποδείξουν ότι, η πλευρά κανονικού εξαγώνου είναι ίση με την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου. Αναμένεται να σχεδιάσουν ένα κανονικό εξάγωνο δίνοντας εντολή: περιπολυγωνο 6 54. Όλες μαζί οι εντολές που δίνουν την απόδειξη της «χελώνας» είναι: περιπολυγωνο 6 100 δ (360/6)/2 μ 54/(2*ημ((360/6)/2)). Είτε λοιπόν παραδοσιακά, είτε κινητικά και οπτικά, οι μαθητές συμπεραίνουν ότι, η πλευρά κανονικού εξαγώνου είναι ίση με την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου.

## 4. Οι μαθητές παίζουν και δημιουργούν με τη χελώνα





Κάποια από τα δυνατά σχήματα που μπορούν οι μαθητές να κατασκευάσουν.

## Βιβλιογραφία

Κυνηγός, Χ., (2006). «Εγχειρίδιο Χρήσης του Χελωνόκοσμου», Εργαστήριο Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας.

ΟΕΔΒ (2008 ). «Γεωμετρία Α΄-Β΄ Γενικού Λυκείου».

Γαβρίλης, Κ.& Πολύζος, Γ. & Τουμάσης, Χ. κ.α.(2007) «Επιμορφωτικό υλικό-Ειδικό μέρος ΠΕ03». Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.