

# Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2005)

3ο Συνέδριο Σύρου στις ΤΠΕ



Η διαθεματική προσέγγιση της έννοιας της κλίμακας με το λογισμικό «Κλιμακούπολη» - Μαθηματικές δραστηριότητες με το Sketchpad

Ειρήνη Λυκοσκούφη

## Βιβλιογραφική αναφορά:

Λυκοσκούφη Ε. (2024). Η διαθεματική προσέγγιση της έννοιας της κλίμακας με το λογισμικό «Κλιμακούπολη» - Μαθηματικές δραστηριότητες με το Sketchpad. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, 1, 422–428. ανακτήθηκε από <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/6303>

## Η ΔΙΑΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ ΜΕ ΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ «ΚΛΙΜΑΚΟΥΠΟΛΗ» - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΜΕ ΤΟ SKETCHPAD

*Λυκοσκούφη Ειρήνη*  
*Καθηγήτρια Πληροφορικής*  
*Υποψήφια Διδάκτωρ Π.Τ.Δ.Ε*  
*pasifai@yahoo.com*

### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το εκπαιδευτικό λογισμικό «Κλιμακούπολη» αποτελεί μια διαφορετική προσέγγιση της μαθηματικής έννοιας της κλίμακας, διαθεματικά. Απευθύνεται σε μαθητές Ε' και Στ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου και σκοπός του είναι αφενός τα παιδιά να κατανοήσουν την έννοια της κλίμακας και των συναφών εννοιών (του λόγου και της αναλογίας) στα Μαθηματικά και αφετέρου, να ερμηνεύσουν σχετικές παραγόμενες εκφράσεις της καθημερινής ζωής στη γλώσσα μας, να συνδέσουν την κλίμακα με άλλα μαθήματα (π.χ. όπως η Φυσική, η Γεωγραφία, η Μουσική και η Ζωγραφική) μέσα από δραστηριότητες πειραματικές, συνεργατικές και δημιουργικές, καλλιεργώντας την κριτική σκέψη τους. Υπάρχουν διαθεματικές δραστηριότητες που αφορούν τα μαθήματα που προαναφέρθηκαν καθώς και μαθηματικές δραστηριότητες που έχουν σχεδιαστεί κυρίως με το λογισμικό Sketchpad. Υπάρχουν τρεις μαθηματικές δραστηριότητες με στόχο οι μαθητές μέσα από τον πειραματισμό, να κατανοήσουν την έννοια της κλίμακας και να περάσουν από το γεωμετρικό μοντέλο στη σκέψη με το περισσότερο αφαιρετικό -γραμμικό μοντέλο του λογισμικού. Παράλληλα γίνεται αναφορά και αποσαφηνίσεις για διάφορες άλλες μαθηματικές έννοιες που σχετίζονται με την έννοια της κλίμακας, όπως: τι μεταβολή δημιουργεί στο εμβαδόν και στη περίμετρο γνωστών γεωμετρικών σχημάτων (στο τετράγωνο, στο τρίγωνο, στο κύκλο) η αλλαγή της κλίμακας.

**ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:** εκπαιδευτικό λογισμικό, διαθεματική προσέγγιση, δυναμική γεωμετρία, Geometer sketchpad, κλίμακα.

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι αλλαγές στο **Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών** και η διαμόρφωση του **Διαθεματικού Ενιαίου Πλαισίου Προγράμματος Σπουδών** για τα Μαθηματικά (Δ.Ε.Ε.Π.Σ, 2001), δημιούργησαν ευκαιρίες και απαίτηση για εφαρμογή νέων **προτεραιοτήτων και αναγκών στο εκπαιδευτικό σύστημα** (π.χ. ανάπτυξη κριτικής σκέψης, αυτονομία μάθησης, βελτίωση της επίδοσης, παροχή ίσων ευκαιριών στους μαθητές διαφορετικής ικανότητας, καλλιέργεια κοινωνικής συμπεριφοράς, διαχείριση της ετερογένειας της τάξης, κλπ). Επίσης, σύμφωνα με τη διεθνή και επιστημονική βιβλιογραφία, η διδασκαλία που υποστηρίζεται από τις **Νέες Τεχνολογίες (Ν.Τ.)** και το δημιουργικό σχεδιασμό και το κατάλληλο λογισμικό, διευκολύνει την κατανόηση δύσκολων ή αφηρημένων εννοιών και την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης (Noss & Hoyles, 1996).

Η δημιουργία του λογισμικού «Κλιμακούπολη» αποτελεί μια διδακτική πρόταση στις νέες συνθήκες της σχολικής πραγματικότητας για τα Μαθηματικά. Η ενεργός συμμετοχή των μαθητών στη διαδικασία της μάθησης, η δυνατότητα κριτικής και δημιουργικής σκέψης, μέσα από διαθεματικές δραστηριότητες και ανοιχτά προβλήματα, είναι μερικοί από τους στόχους που μπορούν να υποστηριχτούν.

## ΑΡΧΕΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

Το εκπαιδευτικό λογισμικό «Κλιμακούπολη» σχεδιάστηκε μετά από μελέτη των εννοιολογικών και γνωστικών δομών των μαθητών. Ο σχεδιασμός του στηρίζεται στη θεωρία του δομητισμού, σύμφωνα με την οποία οι μαθητές χτίζουν την γνώση με την ενεργή και βαθμιαία συσσώρευση των νέων πληροφοριών πάνω στις υπάρχουσες γνωσιακές δομές (Sinatra, 2000). Το λογισμικό σχεδιάστηκε για ομαδοσυνεργατική διδασκαλία ενώ η χρήση των ανοιχτών προβλημάτων το κάνει ερευνητικά γόνιμο (Κόσσυβας, 1996), αναδεικνύοντας τη χρησιμότητα των εργαλείων του υπολογιστή και ευνοώντας παράλληλα την ανάπτυξη μιας άλλης σχέσης του μαθητή με τη γνώση και με τη γνώση του εαυτού του. Οι δραστηριότητες του λογισμικού συνοδεύονται από φύλλα εργασίας που προσφέρουν διακριτικά καθοδηγούμενη ανακάλυψη και επιτρέπουν μια περισσότερο δομητιστική προσέγγιση και βαθύτερη κατανόηση των εκάστοτε εννοιών.

## ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ

Το λογισμικό «Κλιμακούπολη» είναι μια πολυμεσική εφαρμογή που υλοποιήθηκε με τη χρήση του προγράμματος multimedia builder ενώ οι μαθηματικές δραστηριότητες δημιουργήθηκαν με το geometer sketchpad και το excel. Η διαθεματική προσέγγιση της έννοιας της κλίμακας γίνεται μέσα από ένα παραμύθι όπου η έννοια της κλίμακας προσεγγίζεται διαθεματικά.



Εικόνα 1. Ο χάρτης της Κλιμακούπολης

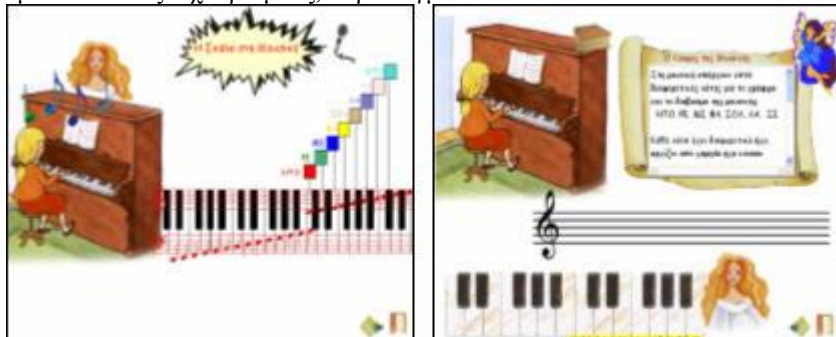
Το λογισμικό είναι χωρισμένο σε 3 ενότητες :

- «**Η νεράιδα Σκαλότα και η ζωή στην Κλιμακούπολη**» για τη διαθεματική προσέγγιση της έννοιας «κλίμακα».
- «**Το Μαθηματικό Εργαστήρι**», για τη μαθηματική κατανόηση της έννοιας «κλίμακα» και των σχετικών μ' αυτή εννοιών (λόγου, αναλογίας).
- «**Η Βιβλιοθήκη**», για την παράλληλη και υποστηρικτική χρήση των παραπάνω εννοιών.

Το λογισμικό ξεκινάει με το παραμύθι «Η νεράιδα Σκαλότα και η ζωή στην Κλιμακούπολη» και εισάγει τους μαθητές στην έννοια της κλίμακας μέσα από τη γλώσσα. Γενικότερος στόχος της επιλογής, είναι οι μαθητές να προβληματιστούν για έννοιες που χρησιμοποιούνται στα μαθηματικά αλλά και στην καθημερινή ζωή με άλλες διαστάσεις και σημασία, να δοθεί χώρος και χρόνος για δημιουργική σκέψη και συζήτηση, αναδεικνύοντας τη δυνατότητα της πρακτικής χρήσης των Μαθηματικών.

Ειδικότερα στη **Γλώσσα** οι μαθητές:

- Βρίσκουν την ερμηνεία της λέξης στο λεξικό που υπάρχει στο λογισμικό. Υπάρχει η δυνατότητα on-line σύνδεσης με το Internet και αναζήτηση ερμηνείας λέξεων σε αυτό. Επιπλέον καταγράφουν και ερμηνεύουν σχετικές παραγόμενες εκφράσεις από την λέξη κλίμακα που μπορούν να συναντήσουν στην καθημερινή τους ζωή ή στον τύπο π.χ. κλιμάκωση των κινητοποιήσεων, φορολογική κλίμακα, χρωματική κλίμακα κ.λπ. Υπάρχει δυνατότητα δημιουργίας του δικού τους σημειωματάριου, «του Θησαυρού». Εκεί οι μαθητές μπορούν με δικά τους λόγια να κρατούν τις πληροφορίες που θέλουν να θυμούνται όπως π.χ. ορισμούς, παραδείγματα κ.λπ



Εικόνα 2: Η Σκάλα στη Μουσική

Στη **Μουσική** οι μαθητές:

- Μαθαίνουν για τις μουσικές κλίμακες
- Πειραματίζονται με το εικονικό πιάνο. Δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές να πατήσουν τα πλήκτρα του εικονικού πιάνου που σχεδιάστηκε για την εφαρμογή και να έχουν πολλαπλή και ταυτόχρονη αναπαράσταση:
  - του ονόματος της νότας,
    - της θέσης της στο μουσικό πεντάγραμμο,
    - του ήχου της νότας.

Στη Φυσική πειραματίζονται με τις κλίμακες θερμοκρασίας και τις μετατροπές τους με τη βοήθεια του excel. Οι μαθητές έχουν να λύσουν το πρόβλημα «Κάνει κρύο ή ζέστη όταν το θερμομέτρο δείχνει 27 βαθμούς Φαρενάιτ;». Το λογισμικό παραπέμπει τους μαθητές να πειραματιστούν με μια εφαρμογή στο excel και να παρατηρήσουν διάφορες αντιστοιχίες θερμοκρασιών στις 2 κλίμακες. Ο μαθητής έχει μια πολλαπλή αναπαράσταση της πληροφορίας, αριθμητική και γραφική, μέσω της γραφικής παράστασης.

Στη **Γεωγραφία** συζητούν για τη μεγέθυνση του χάρτη και παίζουν παιχνίδι αντιστοίχισης «Ποιος είναι ο χάρτης με τη μεγαλύτερη κλίμακα».

Στη **Ζωγραφική** πειραματίζονται με μεγεθύνσεις /σμικρύνσεις φωτογραφιών αλλά και συζητούν τη διαφορά της αναλογίας από την παραμόρφωση.

## ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΔΙΑΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

### 1. ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ

- Επισκεφτείτε την βιβλιοθήκη, ή συνδεθείτε με το internet. Στην επιλογή «το λεξικό», αναζητήστε τι μπορεί να σημαίνει η λέξη «κλίμακα»;
- Γράψτε εκφράσεις που χρησιμοποιούμε στην καθημερινή ζωή σχετικές με τη λέξη κλίμακα.

- Μπορείτε να εξηγήσετε, τι σημαίνει:
- έγινε κλιμάκωση των κινητοποιήσεων
  - πριν τους Ολυμπιακούς αγώνες στην Αθήνα, έγιναν **έργα σε μεγάλη κλίμακα**, κ.λπ.
- Επισκεφτείτε την επιλογή του λογισμικού «καθημερινές εκφράσεις». Γνωρίζετε τη σημασία των καθημερινών εκφράσεων των σχετικών με την έννοια της κλίμακας που αναφέρονται εκεί; Πώς τις χρησιμοποιούμε; Γράψτε δικές σας προτάσεις κάνοντας χρήση των σχετικών εκφράσεων και αποθηκεύστε τις στο «θησαυρό» σας (επιλογή του λογισμικού).

## 2. ΜΟΥΣΙΚΗ

- Επισκεφτείτε το σπίτι της Μουσικής. Εξηγήστε : Τι σημαίνει «κλίμακα στη μουσική»;
- Πειραματιστείτε με το πιάνο.
- Πατήστε τα πλήκτρα του.
  - Ποιο πλήκτρο αν πατήσω θα ακουστεί η νότα «σολ»;
  - Που γράφεται η νότα σι (αλλά και κάθε νότα) στο πεντάγραμμο;
  - Ο ήχος που ακούστηκε σε ποια νότα αντιστοιχεί; Μπορείτε να τον αναγνωρίσετε;
- Παίξτε τη κλίμακα του ντο στο πιάνο.

## 3. ΦΥΣΙΚΗ

- Πειραματιστείτε στο λογιστικό φύλλο με το έτοιμο μοντέλο μετατροπής των θερμοκρασιών.
- Δώστε διάφορες τιμές θερμοκρασίας σε βαθμούς Κελσίου. Παρατηρήστε σε ποια θερμοκρασία αντιστοιχεί κάθε φορά στην κλίμακα Φαρενάιτ.
  - Παρατηρήστε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις (διαγράμματα) για την αναπαράσταση της θερμοκρασίας σε βαθμούς Κελσίου και Φαρενάιτ..
  - Συζητήστε, τότε θα πείτε ότι κάνει ζέστη (κλίμακα θερμοκρασίας).
  - Αναφέρατε χαρακτηριστικές θερμοκρασίες και απαντήστε π.χ. τότε το νερό γίνεται πάγος; Εκφράστε τη θερμοκρασία αυτή στην κλίμακα Φαρενάιτ.

## 4. ΓΕΩΓΡΑΦΙΑ

- Αντιστοιχίστε τους χάρτες με τις κλίμακες που δίνονται. (παιχνίδι)
- Πού βρίσκεται μια πραγματική «πόλη σε κλίμακα 1:25»; Μάθετε για την Λιλιπούπολη της Χάγης.
- Τι ήταν η σκάλα του Μιλάνου; Δείτε φωτογραφίες και λίγα λόγια για την ιστορία.

## 5. ΖΩΓΡΑΦΙΚΗ

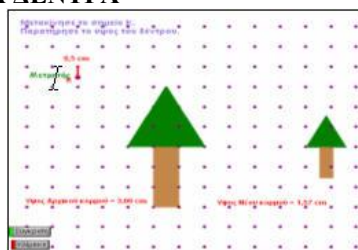
- Πειραματιστείτε με τις φωτογραφίες
  - Αλλάξτε και τις δύο διαστάσεις μιας φωτογραφίας; Τι παρατηρείτε; Πώς λέγεται αυτό το φαινόμενο;
  - Αλλάξτε μόνο τη μια διάσταση (μόνο το ύψος ή μόνο το πλάτος μιας εικόνας). Τι παρατηρείτε; Πώς λέγεται αυτό το φαινόμενο;
  - Πως μπορώ να πετύχω παραμόρφωση μιας εικόνας; Γιατί την τεχνική αυτή την συναντάμε στα περιοδικά και γενικά στον τύπο;

## ΤΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΛΙΜΑΚΑ

Σε κάθε δραστηριότητα τοποθετήθηκαν τα εξής αντικείμενα:

- Το **αρχικό αντικείμενο**: αντιπροσωπεύει το πραγματικό αντικείμενο (στις φυσικές του διαστάσεις). Στην εφαρμογή τα αντικείμενα που χρησιμοποιήθηκαν αρχικά, προσπαθήσαμε να είναι ρεαλιστικά (π.χ. τα δέντρα, ο αμφορέας), ενώ σε επόμενη φάση οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να δουλέψουν περισσότερο αφαιρετικά π.χ. με τον αμφορέα (δηλ. με το μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος που αναπαριστά το ύψος του αμφορέα).
- Ο **μετρητής**: Είναι μια μεταβλητή που αναπαριστά την κλίμακα. Μπορεί να μεταβληθεί παίρνοντας τιμές  $<1$  (οπότε και δημιουργεί σμικρύνσεις) ή  $>1$  (οπότε δημιουργεί μεγεθύνσεις των αντικειμένων).
- Το **νέο αντικείμενο**: Είναι το υπό κλίμακα αντικείμενο. Οι διαστάσεις του αλλάζουν ανάλογα με την τιμή της κλίμακας
- **Διάφορα Κουμπιά (π.χ. Σύγκριση, κλίμακα, μετρήσεις, κλπ)**: Η επιλογή τους δημιουργεί εμφάνιση / απόκρυψη των τιμών των αντίστοιχων στοιχείων που αναφέρουν.
- Με το χειρισμό του μοντέλου, διερευνάται η σμίκρυνση /μεγέθυνση των αντικειμένων ξεκινώντας με συγκεκριμένα παραδείγματα και συνεχίζοντας με περισσότερα αφαιρετικά. Η μοντελοποίηση αποτελεί το ερέθισμα για μια πιο συνειδητοποιημένη γνωστική λειτουργία, μέσω της οποίας γίνεται ευκολότερη η ανακάλυψη σχέσεων και η παραγωγή νέας γνώσης. Τέλος η μοντελοποίηση κάνει τα μαθηματικά πιο ελκυστικά και ενδιαφέροντα, προκαλώντας πιθανή αλλαγή στην νοοτροπία των μαθητών ως προς την αντιμετώπιση των μαθηματικών.

### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1- ΤΑ ΔΕΝΤΡΑ



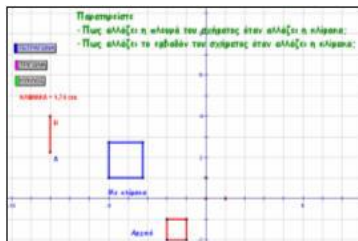
Εικόνα 3. Δραστηριότητα τα Δέντρα

Οι μαθητές καλούνται να παρατηρήσουν τα δύο δέντρα και να καταγράψουν τις διαστάσεις τους (π.χ. το ύψος του κορμού τους, το πλάτος τους, το συνολικό ύψος). Μετακινούν το σημείο K και παρατηρούν το ύψος του νέου δέντρου. Καταγράφουν τις τιμές του ύψους του νέου δέντρου για τις διάφορες τιμές του μετρητή. Παρατηρούν τις τιμές του μετρητή καθώς το δέντρο μεγαλώνει /μικραίνει ή γίνεται ίσο με το αρχικό. Αναμένεται οι μαθητές να παρατηρήσουν ότι:

- όταν ο μετρητής παίρνει τιμές μεγαλύτερες από το 1, το νέο δέντρο μεγαλώνει (αντίθετα όταν ο μετρητής παίρνει τιμές μικρότερες του 1, μικραίνει).
- Ο μετρητής παίρνει την ίδια τιμή με το κλάσμα: ύψος νέου κορμού /ύψος αρχικού κορμού.
- Ο μετρητής δείχνει τη σχέση του αρχικού και του υπό κλίμακα σχήματος (βρίσκουν πόσες φορές μικρότερο /μεγαλύτερο είναι το νέο (το υπό κλίμακα) σε σχέση με το αρχικό).

Με παρέμβαση του δασκάλου ο μετρητής «βαφτίζεται» κλίμακα και οι μαθητές καταλήγουν σε ορισμό του πως υπολογίζεται η κλίμακα όταν είναι γνωστές οι διαστάσεις του αρχικού και του υπό κλίμακα αντικειμένου.

### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2-ΤΑ ΣΧΗΜΑΤΑ



Εικόνα 4. Δραστηριότητα τα Σχήματα

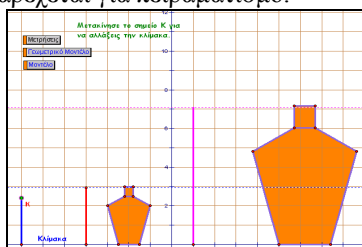
Οι μαθητές καλούνται να πειραματιστούν με τις αλλαγές που προκαλεί η αλλαγή της κλίμακας στη περίμετρο και στο εμβαδόν γνωστών γεωμετρικών σχημάτων (στο τετράγωνο, στο τρίγωνο, στο κύκλο).

Στόχος της δραστηριότητας είναι:

- Οι μαθητές να καταλάβουν ότι η αλλαγή στην κλίμακα ενός χάρτη έχει ως αποτέλεσμα να επηρεάζει κατά ανάλογο τρόπο τις αποστάσεις π.χ. μεταξύ των πόλεων, όχι όμως το εμβαδόν.
- Οι μαθητές αναφέρονται και συζητούν παράλληλα διαφορετικές γεωμετρικές έννοιες όπως το μήκος, η περίμετρος και το εμβαδόν παρατηρώντας ομοιότητες και διαφορές καθώς και τη συμμεταβολή τους με την αλλαγή της κλίμακας.

### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3 –Ο ΑΜΦΟΡΕΑΣ

Στους μαθητές δίνεται το πρόβλημα «Να υπολογίσετε τη κλίμακα της φωτογραφίας, αν γνωρίζετε ότι το ύψος του αμφορέα είναι 3 εκατοστά και σε μια φωτογραφία το ύψος του ήταν 12 εκατοστά.». Οι μαθητές αξιοποιούν τις εμπειρίες τους από τα προηγούμενα μοντέλα και τις δραστηριότητες και υπολογίζουν την κλίμακα. Έχουν την δυνατότητα αρχικά να χειριστούν το γεωμετρικό μοντέλο που τους παρέχεται για πειραματισμό.



Εικόνα 5. Δραστηριότητα ο Αμφορέας

Παρατηρούν τι αλλαγές δημιουργεί στο υπό κλίμακα σχήμα η αλλαγή της κλίμακας (του μετρητή). Στη συνέχεια οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να σκεφτούν περισσότερο αφαιρετικά με το γραμμικό μοντέλο του λογισμικού όπου το ύψος του υπό κλίμακα σχήματος παριστάνεται με ένα ευθύγραμμο σχήμα. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει ο διάλογος των μαθητών κατά την επίλυση του προβλήματος και η διαφοροποίηση επίλυσης της ίδιας άσκησης χωρίς λογισμικό.

### ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Το ανωτέρω λογισμικό μπορεί να χρησιμοποιηθεί στα πλαίσια της Ευέλικτης Ζώνης ή εντάσσοντάς το στο Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών για την Ε΄και ΣΤ΄ τάξη του Δημοτικού. Κατά τη διάρκεια της υλοποίησής του λήφθηκαν υπόψη τα αποτελέσματα της διαμορφωτικής αξιολόγησης που πραγματοποιήθηκε με μαθητές της Ε και ΣΤ τάξης. Οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες βασίστηκαν σε σύγχρονες θεωρίες μάθησης, με τους μαθητές να έχουν ενεργητικό ρόλο στην αναδιοργάνωση των γνώσεών τους. Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης των εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων είναι ενθαρρυντικά όσον αφορά την ενίσχυση του μαθησιακού αποτελέσματος.

### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Hoyles, C, Noss, R., 1996, Windows on mathematical meanings, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London
2. Δ.Ε.Π.Π.Σ, (2001), ΦΕΚ 1366,1374,1376, τ.Β΄ 18-10-2001 (/www.pi-schools.gr)
3. Κόσσυβας, Γ., (1996), Η Πρακτική του Ανοιχτού Προβλήματος στο Δημοτικό Σχολείο, εκδ. Gutenberg.