Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2005)

3ο Συνέδριο Σύρου στις ΤΠΕ

Το πυθαγόρειο θεώρημα και το εμβαδό κυκλικού δίσκου μέσα από μια σειρά Java-Applets

Αθανάσιος Φουναριωτάκης

ΤΟ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΚΑΙ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟ ΚΥΚΛΙΚΟΥ ΔΙΣΚΟΥ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΜΙΑ ΣΕΙΡΑ JAVA-APPLETS

Φουναριωτάκης Αθανάσιος
Μαθηματικός Β/θμιας Εκπαίδευσης
Προσωπική ιστοσελίδα: http://users.ira.sch.gr/thafounar
E-mail: thafounar@sch.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ
Θα παρουσιασθούν μια ομάδα από Java –applets με τα οποία μπορούμε να διδάξουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου σε μαθητές της Β-Γυμνασίου .Με τα applets αυτά δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές να επανανακαλύψουν το Πυθαγόρειο θεώρημα , να διαπιστώσουν την ισχύ του σε όλα τα ορθογώνια τρίγωνα και να κατανοήσουν τον τρόπο υπολογισμού του εμβαδού του κυκλικού δίσκου ..

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Πυθαγόρειο *θεώρημα, java–applets, Bhaskara, Perigal, εμβαδόν κυκλικού δίσκου*

ΣΤΟΧΟΙ

Με τα παρακάτω applets επιδιώκουμε οι μαθητές:

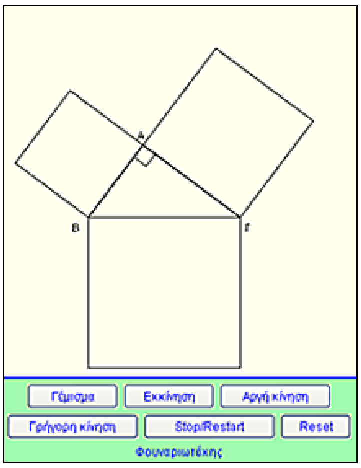
α) Να επανανακαλύψουν το Πυθαγόρειο θεώρημα.

β) Να διαπιστώσουν την ισχύ του στα ορθογώνια τρίγωνα και όχι σε άλλα.

γ) Να κατανοήσουν την απόδειξη που έδωσε ο Πυθαγόρας στο ομώνυμο θεώρημα

δ) Να διαπιστώσουν την ελκυστικότητα του θεωρήματος ερχόμενοι σε επαφή με διάφορες αποδείξεις που δόθηκαν κατά καιρούς σ' αυτό.

ε) Να κατανοήσουν τη διαδικασία τεμαχισμού ενός κυκλικού δίσκου και σύνθεσης ενός ορθογωνίου από τα κομμάτια που προκύπτουν.

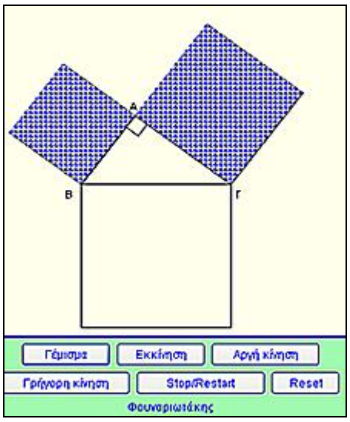


ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ

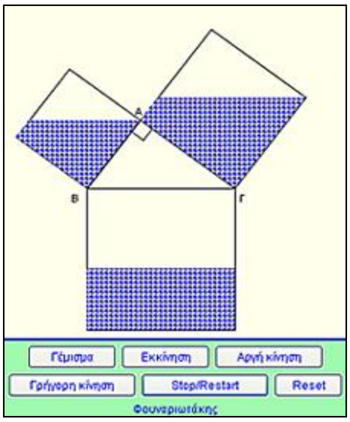
Αρχικά παρουσιάζουμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο έξω από το οποίο έχουμε σχεδιάσει τα τετράγωνα των πλευρών του.

Θέτουμε το ερώτημα: Αν γεμίσουμε τα τετράγωνα των καθέτων πλευρών με μικρά πετραδάκια και τα μεταφέρουμε στο τετράγωνο της υποτείνουσας, τι θα γίνει άραγε;

Πατάμε το πλήκτρο «Γέμισμα» και τα τετράγωνα των καθέτων πλευρών γεμίζουν με μικρά πετραδάκια .όπως φαίνεται στην επόμενη εικόνα .

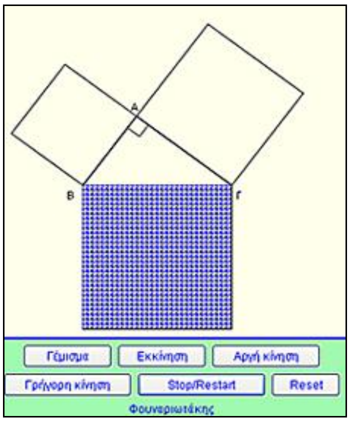


Σχήμα 1.*Τα τετράγωνα γεμάτα*



Σχήμα 2. *Η διαδικασία μεταφοράς σε εξέλιξη*

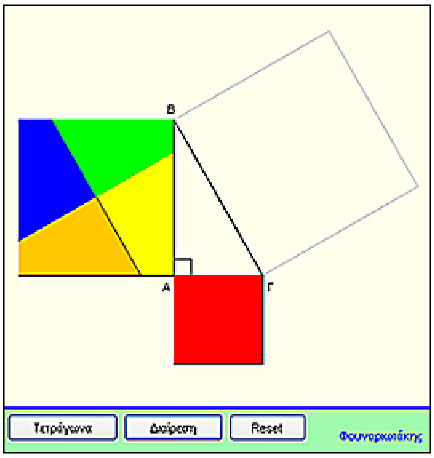
Πατάμε το πλήκτρο «Εκκίνηση» και αρχίζει η διαδικασία μεταφοράς των κομματιών από τα τετράγωνα των καθέτων πλευρών στο τετράγωνο της υποτείνουσας ,όπως φαίνεται στο σχήμα 2. Με τα σχετικά πλήκτρα μπορούμε να σταματήσουμε τη διαδικασία, να την επιταχύνουμε ή επιβραδύνουμε ενώ με το πλήκτρο “Reset ” επανερχόμαστε στην αρχική κατάσταση για επανάληψη της διαδικασίας.

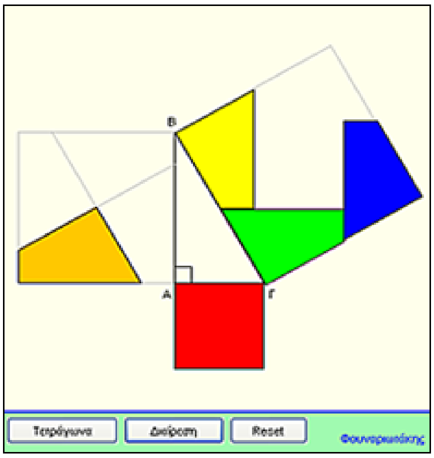


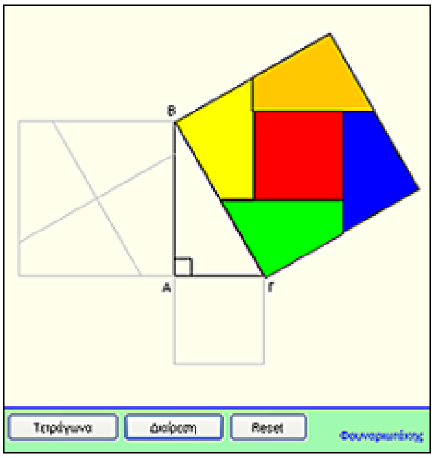
Στο τέλος το τετράγωνο της υποτείνουσας έχει καλυφθεί από τα κομμάτια και οι μαθητές αβίαστα συμπεραίνουν ότι το άθροισμα των εμβαδών των τετραγώνων των καθέτων πλευρών είναι ίσο με το εμβαδόν του τετραγώνου της υποτείνουσας .

Για να ενισχύσουμε το συμπέρασμα στο οποίο φθάσαμε χρησιμοποιούμε το επόμενο applet στο οποίο χωρίζουμε το τετράγωνο της μίας κάθετης πλευράς σε κομμάτια και μετακινώντας τα μαζί με το τετράγωνο της άλλης κάθετης πλευράς γεμίζουμε το τετράγωνο της υποτείνουσας. Η όλη διαδικασία φαίνεται στις επόμενες τρις εικόνες.

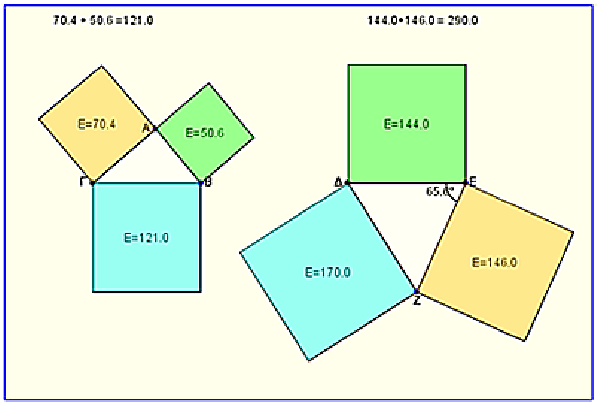
Η μετακίνηση των κομματιών γίνεται με το ποντίκι και εάν υπάρχει η σχετική υποδομή μπορούν μόνοι τους οι μαθητές να μετακινήσουν τα κομμάτια:





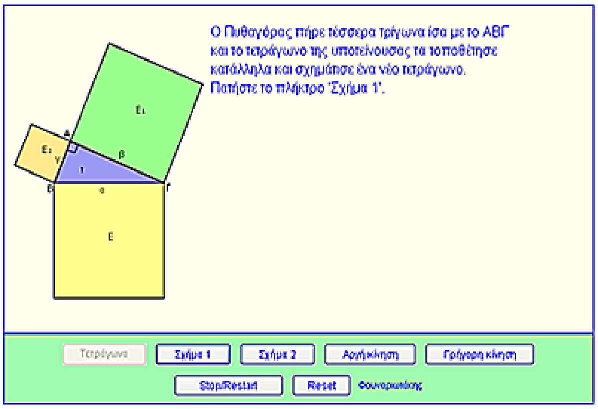


Μέχρι τώρα οι μαθητές έχουν πεισθεί για την ισχύ του Πυθαγορείου θεωρήματος μπορεί όμως κάποιος να ρωτήσει αν το θεώρημα ισχύει σε όλα τα ορθογώνια τρίγωνα ή αν ισχύει και στα τρίγωνα που δεν είναι ορθογώνια .Γι' αυτό χρησιμοποιούμε το επόμενο applet στο οποίο έχουμε ένα ορθογώνιο και ένα οξυγώνιο τρίγωνο τα οποία μπορούμε να μεταβάλλουμε και να δούμε αν ισχύει το θεώρημα

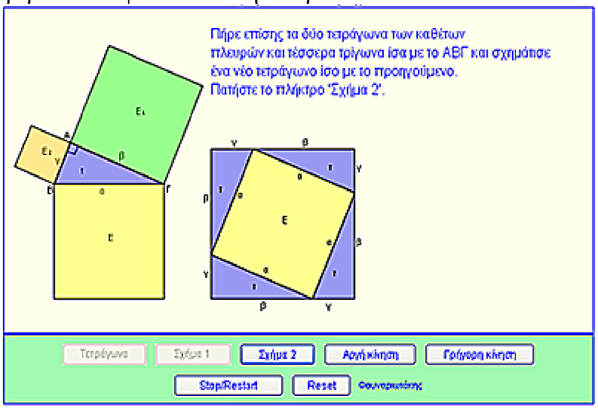


Στο παραπάνω applet πατώντας στις κορυφές Α και Β του ορθογωνίου τριγώνου αριστερά μπορούμε να μεταβάλουμε τις διαστάσεις του και να διαπιστώσουμε ότι σε όλα τα ορθογώνια τρίγωνα ισχύει το Πυθαγόρειο θεώρημα .Στο δεξιό σχήμα έχουμε ένα οξυγώνιο τρίγωνο στις πλευρές του οποίου έχουμε κατασκευάσει τετράγωνα ,παρατηρούμε ότι το θεώρημα δεν ισχύει .Μεταβάλλοντας τη γωνία Ε μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι μόνο στην περίπτωση που γίνει ορθή ισχύει το θεώρημα.

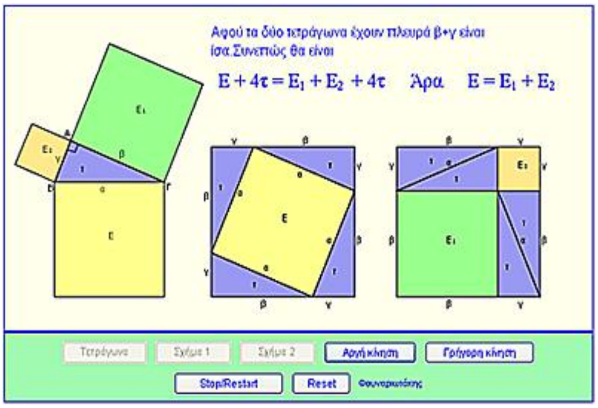
Για να παρουσιάσουμε την απόδειξη που έδωσε ο Πυθαγόρας στο θεώρημα και υπάρχει στο σχολικό βιβλίο χρησιμοποιούμε το παρακάτω applet:



Πατώντας το πλήκτρο «Σχήμα 1 » σχεδιάζεται το πρώτο τετράγωνο πλευράς β+γ που υπάρχει στο σχολικό βιβλίο και φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:

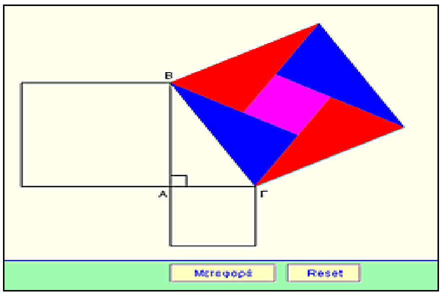


Πατώντας το πλήκτρο «Σχήμα 2», σχεδιάζεται το άλλο τετράγωνο πλευράς β+γ όπως φαίνεται παρακάτω.

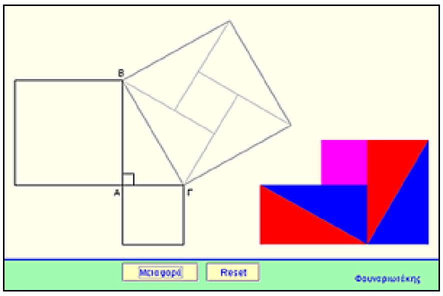


Η σχεδίαση των τετραγώνων γίνεται με ελεγχόμενη κίνηση ώστε η όλη κατασκευή να γίνει κατανοητή από τους μαθητές .Αν υπάρχει η αναγκαία υποδομή η όλη κατασκευή μπορεί να γίνει από τους ίδιους τους μαθητές χρησιμοποιώντας ειδικό applet.

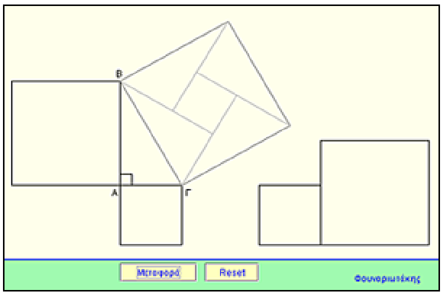
Στο ιστορικό σημείωμα του σχολικού βιβλίου αναφέρονται οι αποδείξεις που έδωσαν ο Ινδός μαθηματικός Bhaskara και ο Perigal. Τις αποδείξεις αυτές μπορούμε να παρουσιάσουμε χρησιμοποιώντας τα παρακάτω applets.



Στο applet αυτό φαίνονται τα κομμάτια στα οποία χώρισε ο Bhaskara το τετράγωνο της υποτείνουσας τα οποία αναδιατάσσοντας κατάλληλα σχηματίζουμε τα τετράγωνα των καθέτων πλευρών του ορθογωνίου τριγώνου. Πατώντας το πλήκτρο «Μεταφορά» τα κομμάτια μεταφέρονται και διατάσσονται όπως στην επόμενη εικόνα:

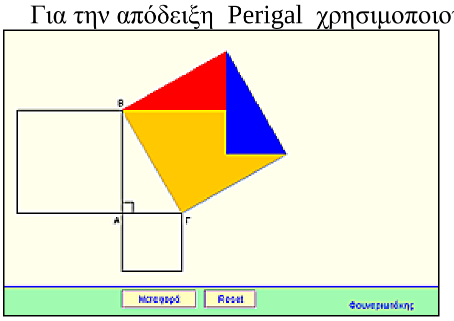


Μπορούμε τώρα να μετακινήσουμε με το ποντίκι τα τετράγωνα των καθέτων πλευρών και να καλύψουμε το νέο σχήμα που δημιουργήθηκε, όπως φαίνεται στην επόμενη εικόνα:

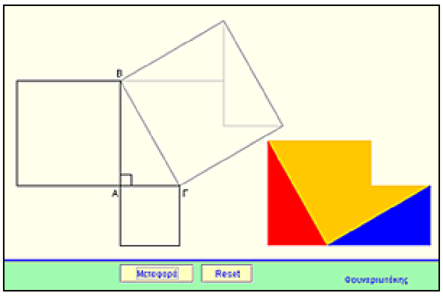


Η όλη κατασκευή μπορεί να γίνει και εδώ από τους ίδιους τους μαθητές.

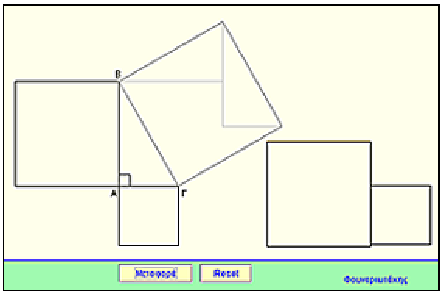
Για την απόδειξη Perigal χρησιμοποιούμε το επόμενο applet:



Στο applet αυτό φαίνονται τα κομμάτια στα οποία χώρισε ο Perigal το τετράγωνο της υποτείνουσας τα οποία αναδιατάσσοντας κατάλληλα σχηματίζουμε τα τετράγωνα των καθέτων πλευρών. Πατώντας το πλήκτρο «Μεταφορά» τα κομμάτια μεταφέρονται και διατάσσονται όπως στην επόμενη εικόνα:



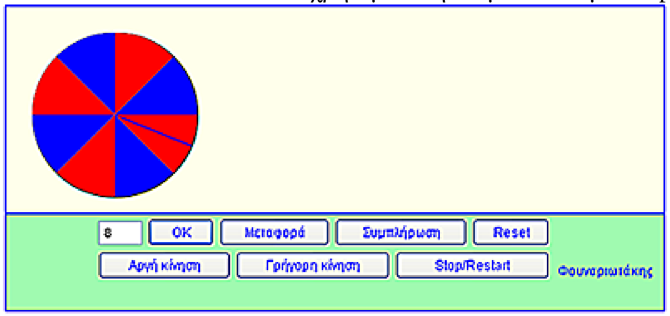
Μπορούμε τώρα να μετακινήσουμε με το ποντίκι τα τετράγωνα των καθέτων πλευρών και να καλύψουμε το νέο σχήμα που δημιουργήθηκε ,όπως φαίνεται στην επόμενη εικόνα:



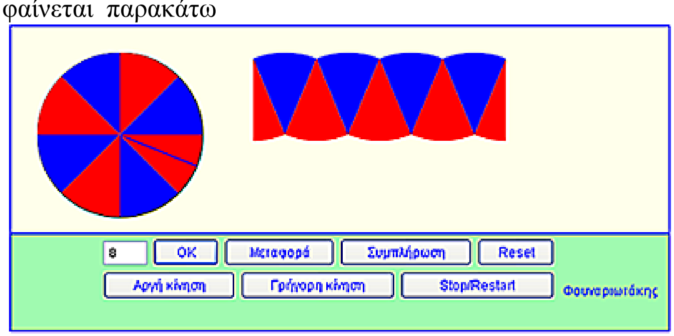
Η όλη κατασκευή μπορεί και εδώ να γίνει και εδώ από τους ίδιους τους μαθητές.

Μπορούμε επίσης να παρουσιάσουμε τις αποδείξεις που έδωσαν στο Πυθαγόρειο θεώρημα ο Ευκλείδης ,ο Κινέζος σοφός Hui και ο Λεονάρντο ντα Βίντσι χρησιμοποιώντας τα σχετικά applets τα οποία λόγω χώρου δεν παρουσιάζω εδώ.

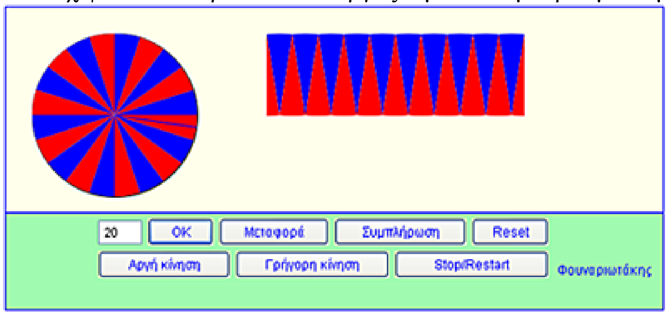
Για το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου θα χρησιμοποιήσουμε το επόμενο applet:



Στο applet αυτό μπορούμε να χωρίσουμε τον κυκλικό δίσκο σε όσα κομμάτια θέλουμε δίνοντας στο αριθμητικό πεδίο τον αριθμό που θέλουμε .Πατώντας τα πλήκτρα «Μεταφορά» και «Συμπλήρωση » μεταφέρονται τα κομμάτια και σχηματίζεται ένα σχήμα που μοιάζει με ορθογώνιο όπως φαίνεται παρακάτω



Αυξάνοντας τον αριθμό 8 βλέπουμε ότι σχήμα που προκύπτει μοιάζει όλο και περισσότερο με ορθογώνιο για 20 π.χ φαίνεται παρακάτω και βγάζουμε τα συμπεράσματα μας .



Όλα τα παραπάνω applets υπάρχουν και μπορείτε να τα δείτε στην ιστοσελίδα μου http://users.ira.sch.gr/thafounar

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Lucas N.H.Bunt- Phillip S.Jones –Jack D.Bedient (1981).Οι Ιστορικές Ρίζες των Στοιχειωδών Μαθηματικών.
2. Γιάννη Θωμαίδη –Ανδρέα Πούλου.(2000) .Διδακτική της Ευκλείδειας Γεωμετρίας
3. Μαθηματικά Β' Γυμνασίου. ΟΕΔΒ