

# Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2005)

3ο Συνέδριο Σύρου στις ΤΠΕ



Αξιοποίηση της νέας τεχνολογίας (Ν.Τ.) στη διδασκαλία των μαθηματικών (Η περίπτωση της παραβολής)

Αγγελική Μητρογιαννοπούλου

## Βιβλιογραφική αναφορά:

Μητρογιαννοπούλου Α. (2024). Αξιοποίηση της νέας τεχνολογίας (Ν.Τ.) στη διδασκαλία των μαθηματικών (Η περίπτωση της παραβολής). *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση, 1*, 203–208. ανακτήθηκε από <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/6214>

## ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΝΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ (Ν.Τ.) ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ (Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ)

*Μητρογιαννοπούλου Αγγελική*

*Αρ. Φιλοσοφικής Σχολής του Πανεπιστημίου Αθηνών – Τομέας Παιδαγωγικής  
Μαθηματικός στο Πειραματικό Γυμνάσιο της Ιωνιδείου Σχολής Πειραιά  
[mitrogh@hol.gr](mailto:mitrogh@hol.gr)*

### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η χρήση της Νέας Τεχνολογίας προσφέρει μία νέα διάσταση στη διδακτική διαδικασία των Μαθηματικών, ειδικά στις γραφικές παραστάσεις και στα γεωμετρικά σχήματα. Οι υπολογιστές βοηθούν τους μαθητές να απαλλαγούν από την προκατάληψη ότι τα Μαθηματικά είναι δύσκολα και όχι κατάλληλα για τον καθένα. Τώρα μπορούν να συνεργαστούν, έχουν χρόνο να σκεφθούν κριτικά και να αναπτύξουν εικασίες. Έτσι δεν φοβούνται να κάνουν λάθη, επειδή μπορούν να μάθουν από αυτά. Τώρα μάλιστα ο δάσκαλος έχει ένα νέο ρόλο, αυτόν του διευκολυντή-μεσολαβητή μεταξύ των μαθητών και της μαθηματικής γνώσης, ειδικά στις αφηρημένες έννοιες. Μερικές φορές μπορούν να προσεγγίσουν τις έννοιες αυτές με επανακατασκευή τους σε ένα παιδαγωγικά σχεδιασμένο περιβάλλον με τη βοήθεια κατάλληλου υλικού και μέσων. Αυτό ακριβώς εφαρμόζω εδώ και τέσσερα χρόνια με συγκεκριμένα θέματα που δίνω στους μαθητές σε φύλλα εργασίας. Ένα τέτοιο θέμα είναι και η συνάρτηση της παραβολής.

**ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:** Αφαιρετικότητα Μαθηματικών, μαθητοκεντρική προσέγγιση γνώσης, δημιουργικό περιβάλλον μάθησης, δημιουργική σκέψη, δυναμική διάσταση Μαθηματικών, πειραματισμός, εμπειρική μάθηση, ατομικές διαφορές, παιδαγωγικός – συμβουλευτικός – καθοδηγητικός ρόλος διδάσκοντα, παιδαγωγικό περιβάλλον και στρατηγικές, υπολογιστική και σχεδιαστική ταχύτητα υπολογιστών

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ενασχόλησή μου με τους Η/Υ είχε ξεκινήσει πολύ νωρίς, κατά τη διάρκεια των πανεπιστημιακών σπουδών μου. Στη συνέχεια παρακολούθησα πολλά σχετικά προγράμματα και σεμινάρια, χωρίς δυνατότητα αξιοποίησης των νέων γνώσεων μου στη σχολική πραγματικότητα.

Ο προβληματισμός μου ήταν σχετικός με τη χρήση των ηλεκτρονικών μηχανημάτων, όχι για εντυπωσιασμό, αλλά για ουσιαστική βοήθεια και μάλιστα στο σημείο που σταματούσε ‘ο πίνακας και η κμωλία’!

Ένα από τα προβλήματα στη διδασκαλία των Μαθηματικών ήταν και εξακολουθεί να είναι ο χρόνος, ο οποίος φαίνεται ότι ποτέ δεν είναι αρκετός με τα εκάστοτε αναλυτικά και ωρολόγια προγράμματα. Έτσι η Νέα Τεχνολογία (Ν.Τ.) και οι Η/Υ θα μπορούσαν να προσφέρουν την ταχύτητά τους σε θέματα υπολογιστικά και σχεδιαστικά. Ειδικά στην τελευταία περίπτωση η δυνατότητα της κίνησης προσφέρει άλλη διάσταση στην παρουσίαση ορισμένων εννοιών και μάλιστα γεωμετρικών, οπότε πλέον τα μαθηματικά παύουν να είναι ‘στατικά’ και αποκτούν μία διάσταση δυναμική.

Αυτήν ακριβώς τη δυνατότητα προσπάθησα να αξιοποιήσω τα τελευταία χρόνια (από το σχολικό έτος 2000-01), αφού το σχολείο μου διέθετε εργαστήριο κατάλληλα εξοπλισμένο, στο πλαίσιο του προγράμματος ‘Οδύσσεια’. Το πρόγραμμα έχει σταματήσει, όμως εξακολουθούν να υπάρχουν τα εκπαιδευτικά λογισμικά και έτσι η προσπάθειά μου συνεχίζεται με στόχο τη

βελτίωση του μαθήματος των Μαθηματικών, χωρίς αλλαγή του ωρολογίου ή αναλυτικού προγράμματος και σε κανονικά τμήματα των 30-31 ατόμων. Βέβαια ο περιορισμένος αριθμός των Η/Υ (9 ή 10) είχε ως αποτέλεσμα τη συνεργασία των μαθητών μεταξύ τους κατά ομάδες, οπότε ο δικός μου ρόλος ήταν καθοδηγητικός και συμβουλευτικός.

Ασχολήθηκα με θέματα από την ύλη και των τριών τάξεων του Γυμνασίου: Α', Β', Γ', και έχοντας πάντα κατά νου τους μαθητές και τις ψυχολογικές θεωρίες για τη μάθηση, αξιοποίησα με παιδαγωγικό τρόπο συγκεκριμένα εκπαιδευτικά λογισμικά, όπως:

- Ms Excel
- The Function Probe
- The Geometer's Sketschpad
- The Cabri Geometry II
- Internet Explorer

Στους μαθητές δίνεται κάθε φορά φύλλο εργασίας με συγκεκριμένες δραστηριότητες και φυσικά κατάλληλες οδηγίες. Σε όλη την πορεία της διδακτικής διαδικασίας υπάρχουν ερωτήσεις που πρέπει να απαντηθούν κατά την εκτέλεση των βημάτων του φύλλου εργασίας, καθώς και ερωτήσεις ή και ασκήσεις στο τέλος του μαθήματος ή και για το σπίτι.

Ειδικά η διδασκαλία ενός θέματος με αξιοποίηση του διαδικτύου (Internet), το οποίο προσφέρεται μάλλον ως βιβλιοθήκη, συνίσταται σε άντληση πληροφοριών, επεξεργασία τους, προβληματισμό, ανταλλαγή απόψεων, και κατόπιν συζήτηση στην τάξη την επόμενη φορά.

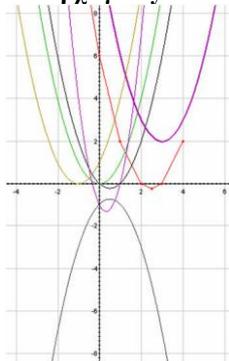
Η αξιοποίηση λοιπόν των παραπάνω λογισμικών με βοήθησε στην καλύτερη διαχείριση του χρόνου και σε καλύτερα σχεδιαστικά αποτελέσματα σε θέματα γεωμετρίας, συναρτήσεων και στατιστικής.

Την εμπειρία μου αυτή θα ήθελα να κάνω γνωστή, ώστε και άλλοι συνάδελφοι να γνωρίσουν και να αξιοποιήσουν στο μάθημά τους τον Η/Υ και τη Νέα Τεχνολογία\*.

Θα επιθυμούσα να παρουσιάσω ένα θέμα (φύλλο εργασίας μαθητή – σχέδιο διδασκαλίας καθηγητή) από τις συναρτήσεις με αξιοποίηση του λογισμικού The Function Probe, διότι αναφάνεται η υπολογιστική ταχύτητα στην εκτέλεση των πράξεων και η σχεδιαστική δυνατότητα του εν λόγω προγράμματος. Επιπλέον η ενότητα των συναρτήσεων είναι ένα θέμα που υπάρχει στην ύλη του Γυμνασίου και του Λυκείου, Γενικού και Τεχνικού.

### ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ

$$y=ax^2+bx+c \text{ \& } y=ax^2+bx$$



\* Το Δεκέμβριο του 2004 αξιοποίησα την εμπειρία μου αυτή σε νεοδιόριστους μαθηματικούς του Ν. Κυκλάδων, ως επιμορφώτρια στο ΠΕΚ Πειραιά.

## ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΠΩΝΥΜΟ: .....

ΤΑΞΗ: ..... ΤΜΗΜΑ: .....

Ημερομ.....

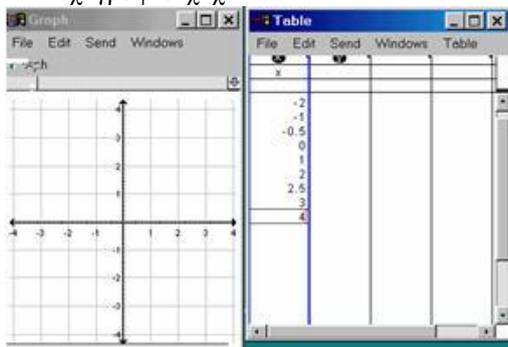
ΘΕΜΑ: ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΓΡΑΦΙΚΗΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ:  $w=x^2-5x+6$   
 ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ: THE FUNCTION PROBE

## I) Σύνταξη πίνακα τιμών

- Πληκτρολογήστε τις τιμές που βλέπετε στη στήλη του  $x$  (μετά από κάθε νούμερο πατήστε “enter” ή με τον κέρσορα / ποντίκι πηγαίνετε στην επόμενη σειρά).
- Μετά πληκτρολογήστε, στην επόμενη στήλη, στην ίδια γραμμή με το  $x$  τον τύπο της  $w$  και κάντε μόνο “κλικ” του κέρσορα στην κενή στήλη.

Σημείωση: Το  $x^2$  γράφεται με τα βήματα:  $x$ , shift πατημένο 6, 2.

Αν όχι γράψτε  $x*x$ .



## II) Μεταφορά σημείων στο Καρτεσιανό επίπεδο

i) της  $w=x^2-5x+6$ . Μαρκάρετε–μαυρίστε τις τιμές της στήλης του  $w$  και επιλέξτε από πάνω το “send” και μετά “points to graph”.

## III) Ένωση σημείων

Πηγαίνετε στον πρώτο πίνακα και επιλέξτε **Graph** και στη συνέχεια “connect points”.

Τι σχήμα είναι η γραφική παράσταση της  $w$ ;.....

Ονομασία: .....

IV) Άλλος τρόπος σχεδίασης μιας γραφικής παράστασης, έστω της  $u=3x^2-2x-1$ .

Από τον πίνακα του Graph επιλέξτε: **Graph / New Equation**. Στη συνέχεια πληκτρολογήστε τον τύπο της συνάρτησης και μετά “enter”.

Τι παρατηρείτε; .....

.....

V) Επαναλάβετε όποια διαδικασία σας φαίνεται πιο σύντομη και απλή για τις συναρτήσεις:

ii)  $q=-x^2+x-1$

iii)  $z=x^2+2x+1$

iv)  $h = x^2 - x$       v)  $f = x^2 + x$       vi)  $t = -x^2 - x$       vii)  $k = -x^2 + x$

**Προσοχή:**

- Για να επιτευχθεί η αυτόματη εύρεση των τιμών τους με τον πρώτο τρόπο απαιτείται, ως γνωστό, η μετακίνηση του  $y$  πάνω από τον τύπο της συνάρτησης που θα παρασταθεί γραφικά.
- Με το δεύτερο τρόπο δεν χρειάζεται να αλλάζουμε το γράμμα της συνάρτησης σε κάθε νέο τύπο.

Δοκιμάστε και δικά σας παραδείγματα της ίδιας μορφής.

**VI) Τι παρατηρείτε για κάποιες από τις παραστάσεις των συναρτήσεων, ως προς τη θέση τους με:**

- α) τον άξονα  $xx'$ ;
- β) τον άξονα  $yy'$ ;
- γ) την αρχή των αξόνων;

**VII) Πού πιστεύετε ότι οφείλονται οι προηγούμενες παρατηρήσεις;**

- α)
- β)
- γ)

Δώστε δικά σας παραδείγματα για κάθε μία περίπτωση.

**VIII) Σχεδιάστε τις συναρτήσεις  $r = x^2$ ,  $s = x^2 - 6x + 10$  και  $u = (x - 3)^2 + 1$**

Τι παρατηρείτε;.....

**IX) Εργασία για το σπίτι:**

- i. Να ολοκληρωθούν τα προηγούμενα βήματα VI, VII και
- ii. Να γραφούν οι τύποι των συναρτήσεων στην πρώτη από τις σελίδες που προηγούνται του φύλλου εργασίας από αριστερά προς δεξιά, πρώτα για όσες βρίσκονται πάνω από τον οριζόντιο άξονα και μετά για εκείνες που είναι κάτω από αυτόν.

## ΣΧΕΔΙΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Καθηγήτρια: Μ. Α.

Τάξη: Γ' Τμήμα:

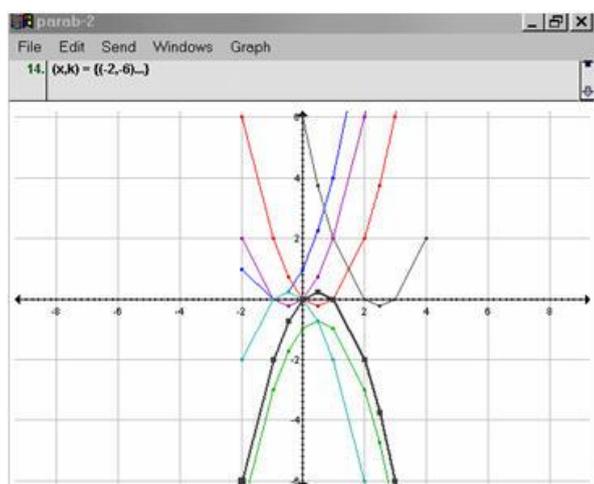
Γνωστικό αντικείμενο: Μαθηματικά

Διδακτική ενότητα: Γραφική παράσταση συνάρτησης

Ενότητα σχολικού εγχειριδίου: Η συνάρτηση  $\psi = ax^2 + bx + \gamma$  &  $\psi = ax^2 + bx$ 

Λογισμικό: The Function Probe

x	$\psi = x^2x - 5^2x + 1$	$\psi = -x^2x + x - 1$	$\psi = x^2x + 2^2x + 1$	$h = x^2x - x$	$f = x^2x + x$	$l = -x^2x - x$	$k = -x^2x + x$
-2	20	-7	1	6	2	-2	-6
-1	12	-3	0	2	0	0	-2
-0.5	8.75	-1.75	0.25	0.75	-0.25	0.25	-0.75
0	6	-1	1	0	0	0	0
0.5	3.75	-0.75	2.25	-0.25	0.75	-0.75	0.25
1	2	-1	4	0	2	-2	0
2	0	-3	9	2	6	-6	-2
2.5	-0.25	-4.75	12.25	3.75	8.75	-8.75	-3.75
3	0	-7	16	6	12	-12	-6
4	2	-13	25	12	20	-20	-12



Με τις αναλυτικές οδηγίες του φύλλου εργασίας, οι μαθητές κατασκευάζουν στιγμιότυπα όπως αυτά της προηγούμενης εικόνας, και μάλιστα εμπλουτισμένα με δικά τους παραδείγματα. Μάλιστα αν η δύναμη του τμήματος είναι μικρή, όπως στην περίπτωση των ολιγομελών τμημάτων, τότε επιτυγχάνεται εξατομικευμένη διδασκαλία. Στην αντίθετη περίπτωση επιτρέπεται και ενισχύεται η συνεργασία μεταξύ των μαθητών ανά ομάδες (3 ή 4 ατόμων).

**Κριτήρια  
επιλογής θέματος και  
λογισμικού:**

Η κατασκευή παραβολής, και μάλιστα της ανωτέρω μορφής, στον πίνακα απαιτεί πολύ χρόνο με την παραδοσιακή μορφή διδασκαλίας, οπότε δεν είναι δυνατόν να σχεδιαστούν και να παρατηρηθούν όλες οι περιπτώσεις σε μία διδακτική ώρα.

Αντίθετα με την αξιοποίηση του εν λόγω λογισμικού υπάρχει η δυνατότητα κατασκευής παραβολών, είτε μέσω πίνακα, είτε απευθείας, καθώς και μετατόπισής τους, οπότε ο χρόνος της διδακτικής ώρας επαρκεί

	για παρατήρηση, <u>επέμβαση</u> και κριτική σκέψη, μέσω κατάλληλων βέβαια ερωτημάτων.
<b>Σκοπός:</b>	Κατασκευή των ανωτέρω μορφών <u>παραβολής</u> , με τη βοήθεια του <b>H/Y</b> και του εν λόγω λογισμικού, μέσα από εφαρμογές της συγκεκριμένης διδακτικής ενότητας και διαπίστωση ορισμένων ιδιοτήτων της γραφικής της παράστασης.
<b>Στόχοι:</b>	Οι μαθητές να μπορέσουν: <ol style="list-style-type: none"> <li>α) Να συντάξουν πίνακα τιμών για συναρτήσεις της μορφής <math>\psi = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma</math> και <math>\psi = \alpha\chi^2 + \beta\chi</math>.</li> <li>β) Να κατασκευάσουν τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων αυτών στο καρτεσιανό επίπεδο, με βάση τις τιμές του πίνακα που τους έχει δοθεί, καθώς και απευθείας, δεδομένου ότι το συγκεκριμένο λογισμικό προσφέρει αυτή τη δυνατότητα.</li> <li>γ) Να εξοικονομήσουν χρόνο από εκτέλεση πράξεων και να τον διαθέσουν σε <u>ερευνητική διαδικασία</u>, καθώς και σε παράσταση άλλων όμοιων συναρτήσεων, προκειμένου να οδηγηθούν σε κάποιες διαπιστώσεις και φυσικά να απαντήσουν στα ερωτήματα που τους έχουν τεθεί.</li> <li>δ) Να αναπτύξουν πνεύμα συνεργασίας για να εργαστούν ομαδικά με αρμονικό και εποικοδομητικό τρόπο.</li> <li>ε) Να μάθουν να δουλεύουν συνεργατικά επιμερίζοντας όμως τις εργασίες τους, δηλαδή ένας διαβάζει και υπαγορεύει τα βήματα του φύλλου εργασίας, άλλος εκτελεί και άλλος κρατά σημειώσεις και συμπληρώνει τις απαντήσεις στα ερωτήματα του φύλλου ή του καθηγητή.</li> <li>στ) Να ασκηθούν στην προσοχή και την παρατήρηση, ώστε να <u>οξυνθεί η παρατηρητικότητα</u> τους και η <u>κριτική τους ικανότητα</u>.</li> <li>ζ) Να βιώσουν νέα ερεθίσματα, ώστε να κεντριθεί η περιέργειά τους, για να <u>πειραματισθούν</u>, προκειμένου να <u>καλλιεργηθεί η δημιουργική σκέψη</u> τους και έτσι να οδηγηθούν στη γνώση.</li> <li>η) Να αποκτήσουν δεξιότητες και εμπειρία στη χρήση του H/Y για θέματα μαθηματικών και ενδεχομένως περαιτέρω ενασχόλησή τους.</li> <li>ι) Να εξηκοιωθούν με μία εναλλακτική μορφή διδασκαλίας.</li> </ol>
<b>Μέθοδος:</b>	Καθοδηγούμενη διδασκαλία (με τον καθηγητή σε ρόλο κατευθυντή και διευκολυντή κατανόησης της γνώσης). Μαθητοκεντρική - ομαδοσυνεργατική - ανακαλυπτική μάθηση.
<b>Μέσα:</b>	H/Y, φύλλα εργασίας.
<b>Γνώσεις μαθητών:</b>	Απαιτείται να είναι ήδη γνωστές οι έννοιες της συνάρτησης και του πίνακα τιμών.
<b>Αξιολόγηση μαθητών ως προς τη διαπίστωση της μάθησης:</b>	Απάντηση σε ερωτήματα αναφορικά με: <ol style="list-style-type: none"> <li>α) τη μορφή των συναρτήσεων που εξετάζονται,</li> <li>β) τη θέση τους ως προς τους άξονες <math>\chi\chi'</math> και <math>\psi\psi'</math>,</li> <li>γ) τη σχέση τους με την αρχή των αξόνων <math>\chi\chi'</math> και <math>\psi\psi'</math>,</li> <li>δ) την τιμή των κορυφών τους.</li> </ol>
<b>Εργασία στο σπίτι:</b>	Ολοκλήρωση των απαντήσεων στα ερωτήματα VI, VII και VIII του σχετικού φύλλου εργασίας.