

# Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2001)

1ο Συνέδριο Σύρου στις ΤΠΕ



**e-ΛΥΣΑΡΙ: ΠΡΟΣΔΙΔΟΝΤΑΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΑΞΙΑ ΣΕ ΠΕΡΙΘΩΡΙΑΚΟ ΥΛΙΚΟ**

*Βασίλειος Δαγδιλέλης , Δημήτριος Καστανιώτης ,  
Αναστάσιος Παπαδόπουλος , Αριστοτέλης Μακρίδης ,  
Κωνσταντίνος Βαλσαμάς*

## **e-ΛΥΣΑΡΙ: ΠΡΟΣΔΙΔΟΝΤΑΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΑΞΙΑ ΣΕ ΠΕΡΙΘΩΡΙΑΚΟ ΥΛΙΚΟ**

*Δαγδιλέλης Βασίλειος<sup>(1)</sup>, Καστανιώτης Δημήτριος<sup>(2)</sup>, Παπαδόπουλος Αναστάσιος<sup>(2)</sup>,  
Βαλσαμάς Κωνσταντίνος<sup>(2)</sup>, Μακρίδης Αριστοτέλης<sup>(2)</sup>*

<sup>(1)</sup> Επίκουρος Καθηγητής, Πανεπιστήμιο Μακεδονίας

<sup>(2)</sup> Καθηγητής Μαθηματικών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης

dagdil@macedonia.uom.gr, kastaniotis@macedonia.uom.gr ,  
papadan@macedonia.uom.gr , valsam@macedonia.uom.gr ,  
makrid@macedonia.uom.gr

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**  
*έργο ΕΠΕΝΔΥΣΗ (ε42)*  
*Εγνατίας 156, 54006, Θεσσαλονίκη*

### **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται το **e-λυσάρι**, ένα σύστημα που στοχεύει κυρίως στην παροχή βοήθειας στους μαθητές του Λυκείου, για τη λύση προβλημάτων γεωμετρίας.

Το σύστημα παρέχει τη βοήθεια μέσω του Διαδικτύου και αναπτύσσεται από την ομάδα Μαθηματικών επιμορφούμενων του προγράμματος ε42 στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας με τη συνεργασία ενός επιμορφωτή. Η ανάπτυξη του συστήματος πραγματοποιείται στα πλαίσια της πρακτικής άσκησης των επιμορφούμενων.

### **Εισαγωγή**

Ο σκοπός της εργασίας είναι να παρουσιάσει τη σχεδίαση και τη μερική υλοποίηση ενός συστήματος για την λύση προβλημάτων γεωμετρίας που προτείνονται από τα σχολικά βιβλία και είναι προσπελάσιμες ηλεκτρονικά. Το σύστημα που περιγράφεται ονομάζεται *e-λύσεις*, καθώς αποτελεί μια ψηφιακή έκδοση των κλασσικών βιβλίων λύσεων που διανέμονται στους μαθητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στα πλαίσια των μαθημάτων θετικών επιστημών (μαθηματικών, φυσικής, χημείας και ενδεχομένως άλλων). Οι e-λύσεις είναι ελεύθερα διαθέσιμες στο Διαδίκτυο (<http://195.251.221.217>).

Οι e-λύσεις θέλουν να αποτελέσουν ένα διευρυμένο σύστημα για λύση των σχολικών ασκήσεων. Η διεύρυνση αυτή, όπως λεπτομερειακά θα περιγραφεί παρακάτω, υφίσταται σε πολλά επίπεδα:

- Στο επίπεδο περιγραφής της λύσης οι e-λύσεις λειτουργούν σε ένα διαδραστικό περιβάλλον (προσωρινά, για λόγους copyright, περιορισμένης διαδραστικότητας) το οποίο επιτρέπει την έκφραση και παρουσίαση των λύσεων με δυναμικό τρόπο. Το περιβάλλον αυτό είναι παράγωγο του λογισμικού Γεωμετρίας Cabri-Γεωμέτρης, ονομάζεται *JavaCabri* και επιτρέπει την αυτόματη έκδοση σε Java

σχημάτων που κατασκευάζονται με το Cabri. Τα σχήματα που κατασκευάζονται κατά τον τρόπο αυτό, διατηρούν τη δυναμική τους υπόσταση και δημιουργούν έτσι τις συνθήκες για μια αναδιαπράγμάτευση του *διδακτικού συμβολαίου*. Ενώ το λογισμικό Cabri προστατεύεται από copyright, τα σχήματα που κατασκευάζονται με JavaCabri είναι ελεύθερα από οιονδήποτε περιορισμό.

- Η χρήση της τεχνολογίας Java επιτρέπει την έκδοση των σχημάτων στο Διαδίκτυο: έτσι τα σχήματα είναι προσβάσιμα από οιονδήποτε (καθηγητή, μαθητή). Επιπλέον, η αντικατάσταση μιας λύσης, ενός σχήματος ή μιας περιγραφής είναι πολύ απλή, αφού πραγματοποιείται στο server και στη συνέχεια αναδιανέμεται με τον ορθό τρόπο. Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, η ενδεχόμενη, μελλοντική αντικατάσταση των Java applets από τα κανονικά σχήματα Cabri, θα μπορεί να πραγματοποιηθεί με την καταβολή ελάχιστου κόπου και σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα.
- Οι e-λύσεις, με τη χρήση της τετριμμένης πλέον τεχνολογίας των υπερδεσμών, επιτρέπουν την διασύνδεση και επεξήγηση όλων των σημείων μιας λύσης που θα μπορούσαν να αποτελέσουν πηγές αμφιβολίας για το μαθητή.
- Ένας βασικός στόχος των e-λύσεων, είναι ωστόσο η διδακτική διεύρυνση των λύσεων των σχολικών ασκήσεων: από αντικείμενα με κύρια λειτουργία την αξιολόγηση των μαθητών, να μετατραπούν σε αντικείμενα με γνήσια διδακτική λειτουργία, δηλαδή σε αντικείμενα τα οποία συντελούν στη μάθηση.

Στις παραγράφους που ακολουθούν πραγματοποιείται μια λεπτομερής περιγραφή και ανάλυση του συστήματος των e-λύσεων. Ιδιαίτερο ωστόσο ενδιαφέρον παρουσιάζει και ένα *μετα-χαρακτηριστικό* των e-λύσεων: ο τρόπος με τον οποίο οι e-λύσεις δημιουργήθηκαν και αναπτύσσονται. Οι e-λύσεις αποτελούν, τουλάχιστον για την ώρα, ένα κοινό δημιούργημα επιμορφωμένων Μαθηματικών στο πρόγραμμα επιμόρφωσης e42 στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας και ενός επιμορφωτή. Η ανάπτυξη τους πραγματοποιείται στα πλαίσια της δεύτερης φάσης της πρακτικής άσκησης των επιμορφωμένων. Η κατασκευή και ανάπτυξη των e-λύσεων αποτελεί λοιπόν μια κοινή δραστηριότητα ανάπτυξης διδακτικού υλικού για τη διδασκαλία των Μαθηματικών και λειτουργεί ως υπόστρωμα μιας learning community, μιας *κοινότητας μάθησης*. Στη συνέχεια της εργασίας πραγματοποιείται μια περιγραφή και ανάλυση του διδακτικού υλικού των e-λύσεων. Στη συνέχεια αναπτύσσεται η ιδέα μιας κοινότητας μάθησης η οποία στηρίζεται πάνω στην ανάπτυξη διδακτικού υλικού. Το τελευταίο τμήμα της εργασίας πραγματεύεται τις ενδεχόμενες επεκτάσεις των e-λύσεων.

### **Οι λύσεις των σχολικών βιβλίων και ο περιθωριακός τους ρόλος**

Τα καθαυτό αντικείμενα της γνώσης στο σχολικό περιβάλλον έχουν αναλυθεί με μεγάλη ακρίβεια από θεωρητικούς της Διδακτικής και μάλιστα της Διδακτικής των Μαθηματικών. Η έννοια της *διδακτικής μετατόπισης* ή *διδακτικής ανάπλασης* (transposition didactique) είναι η κεντρική έννοια σε ένα θεωρητικό πλαίσιο που επιχειρεί να αναλύσει την ιδιαίτερη οικολογία και τον κύκλο ζωής των σχολικών γνώσεων. Γνωρίζουμε σήμερα καλά ότι η μαθηματική γνώση υφίσταται μια σειρά μετασηματισμών όταν *σχολιοποιείται* και επί πλέον μας είναι γνωστό ότι οι μαθηματικές έννοιες και μέθοδοι έχουν έναν κύκλο ζωής: ενσωματώνονται στο πρόγραμμα σπουδών, αλλά, κατά κάποιο τρόπο, γερνούν και περιθωριοποιούνται ή

εξαφανίζονται. Ένα κλασικό παράδειγμα αποτελεί η άλλοτε πασίγνωστη μέθοδος των τριών για την επίλυση προβλημάτων με ποσά ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα. Μέσα στην οικολογία των σχολικών μαθηματικών υπάρχουν ορισμένα όργανα και μέσα τα οποία επίσης έχουν ένα κύκλο ζωής και πολλές φορές ένα ιδιόμορφο status. Για παράδειγμα όργανα όπως ο λογαριθμικός κανόνας έχουν ήδη εκλείψει, ενώ είναι πιθανόν να περιοριστεί και ο ρόλος των γεωμετρικών οργάνων με τη γενίκευση της χρήσης ΗΥ στην εκπαίδευση. Αντίστοιχα έχει περιθωριοποιηθεί και ρόλος των διαφόρων πινάκων όπως οι τριγωνομετρικοί και λογαριθμικοί. Μέσα στο σύνολο των μέσων αυτών, οι λύσεις παίζουν έναν ιδιαίτερο ρόλο.

Οι λύσεις των προβλημάτων των σχολικών βιβλίων αποτελούν ένα ιδιόμορφο υλικό στην ελληνική σχολική πραγματικότητα. Την ιδιομορφία τους τη μοιραζόταν, τουλάχιστον μέχρι πριν μερικά χρόνια με τις λεγόμενες μεταφράσεις. Η ιδιομορφία τους έγκειται στο γεγονός ότι ενώ οι λύσεις, από πολλούς αποκαλούμενους υποτιμητικά *λυσάρι*, ήταν και είναι ένα από τα πλέον χρηστικά βιβλία για τους μαθητές, ωστόσο στην επίσημη παιδεία αποτελούν ένα περιθωριακό υλικό, το οποίο δεν έχει σαφή και διακριτή διδακτική χρήση. Όπως είναι γνωστό, οι λύσεις αποτελούσαν, μέχρι πριν μια δεκαετία, απαγορευμένο υλικό, δηλαδή το οποίο δεν επιτρεπόταν να κυκλοφορεί στα σχολεία και δεν αναφερόταν επίσημα στη σχολική τάξη. Η νομιμοποίησή τους και η δωρεάν διανομή τους στους μαθητές μαζί με το σχολικό βιβλίο, θεωρήθηκε ως μια πρωτοποριακή κίνηση, αν και στην πραγματικότητα νομιμοποιούσε μια πραγματικότητα η οποία υφίστατο ούτως ή άλλως.

Ωστόσο, η νομιμοποίησή των λύσεων δεν εσήμανε και την απο-περιθωριοποίησή τους, δηλαδή την ένταξή τους στα κοινωνικά αποδεκτά μέσα μάθησης στο μικρόκοσμο του σχολείου. Η χρήση λύσεων από τους μαθητές είναι νόμιμη μεν, αλλά όχι επιθυμητή – εκτός και αν αποτελεί έσχατο καταφύγιο ενός μαθητή που αφού προσπάθησε και αφού συμβουλευτήκε ενδεχομένως τις υποδείξεις στο τέλος του σχολικού βιβλίου, χρησιμοποιεί τις λύσεις.

Οι σχολικές λύσεις λοιπόν αποτελούν στην πραγματικότητα ένα μέσον για την εκπλήρωση ενός *ιδιόμορφου διδακτικού συμβολαίου*: ο μαθητής συνήθως αντιγράφει τις λύσεις για να μην πάει στο σχολείο την επομένη με άλυτες ασκήσεις – σπάνια τις μελετά για να κατανοήσει τη λύση μιας άσκησης. Η χρήση των λύσεων είναι εξάλλου ουσιαστικά αδύνατη για τον καθηγητή – ο οποίος θα θεωρηθεί τουλάχιστον ανορθόδοξος, αν κάνει χρήση των λύσεων στη διάρκεια του μαθήματος. Το ιδιαίτερο αυτό status της ημιπαρανομίας ερμηνεύει και την ιδιόμορφη αισθητική λιτότητα των λύσεων: είναι όσο γίνεται πιο λακωνικές και χωρίς καμιά πρόσθετη πληροφορία – ούτε καν χρωματικές εναλλαγές – πέραν των απολύτως απαραίτητων.

Στη δική μας αντίληψη ωστόσο, οι λύσεις μπορούν να παίζουν έναν ρόλο πέρα από αυτόν της εκπλήρωσης του διδακτικού συμβολαίου: μπορούν να συνεισφέρουν κατά τρόπο ουσιαστικό στη δημιουργία μιας γνώσης, αυτής του μαθητή. Στην πραγματικότητα θεωρούμε πως είναι δυνατόν οι λύσεις να αποτελέσουν ένα διδακτικό χρήσιμο και ενεργό τμήμα των μαθημάτων.

#### **Σύγχρονα περιβάλλοντα γεωμετρίας**

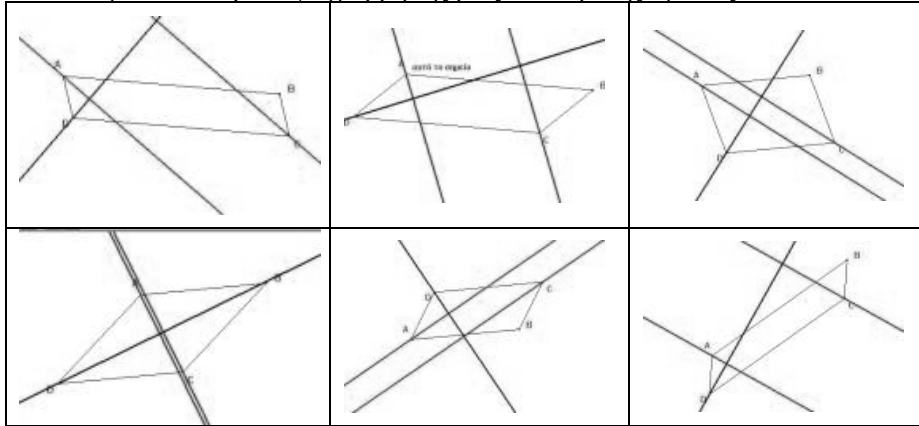
Τα σύγχρονα περιβάλλοντα για τη μελέτη της γεωμετρίας (όπως το *Cabri-γεωμέτρης*, αλλά και το *Geometer Sketchpad*, το *Cinderella*, ακόμη και το ελληνικό *Ισόπτικον*)

χαρακτηρίζονται από το γεγονός ότι επιτρέπουν την κατασκευή σχημάτων με *δυναμική υπόσταση*: τα σχήματα μπορούν να μετασχηματισθούν κατά τρόπο «ελεύθερο», απλώς με την κίνηση του ποντικού.

Η ιδιότητα αυτή δεν συναντάται μόνο στους γεωμετρικούς αλλά και σε αριθμητικούς ή αλγεβρικούς μικρόκοσμους (όπως το *Excel*). Στη γεωμετρία είναι γνωστό πως το σχήμα, η εποπτεία δηλαδή, παίζει έναν ουσιαστικό ρόλο στη διαδικασία επίλυσης των προβλημάτων. Έτσι, η δυνατότητα αυτή φαίνεται να παίζει έναν ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο, καθώς η κίνηση των σχημάτων καθιστά φανερές ορισμένες ιδιότητες των σχημάτων, που εμφανίζονται υπό μορφή *αναλλοίωτων ιδιοτήτων* στην ελεύθερη κίνηση. Το γεγονός αυτό είναι ουσιαστικής σημασίας για την επαναδιαπραγματεύση του διδακτικού συμβολαίου στη γεωμετρία<sup>1</sup>.

Θα προσπαθήσουμε να δώσουμε ένα παράδειγμα για να καταστήσουμε πιο σαφή την άποψή μας.

Στο παρακάτω σχήμα έχουν χαραχτεί οι διαγώνιες τριών γωνιών ενός παραλληλογράμμου. Με κόκκινη έντονη γραμμή παριστάνονται οι διαγώνιες δυο απέναντι γωνιών και με καφέ γραμμή της μας «ενδιάμεσης» γωνίας.



Η διαρκής μετακίνηση των κορυφών του παραλληλογράμμου καθιστά φανερό ένα γεγονός: οι δυο κόκκινες γραμμές φαίνονται να είναι παράλληλες, ενώ η καφέ ευθεία φαίνεται να είναι κάθετη στις δυο κόκκινες.

Στην πραγματικότητα η πρόταση αυτή αποτελεί μια εφαρμογή των ιδιοτήτων του παραλληλογράμμου μέσα στο σχολικό βιβλίο. Είναι όμως δυνατό, το πρόβλημα να μη τεθεί απλώς ως ένα τυπικό πρόβλημα απόδειξης: να *δειχθεί ότι ... αλλά να αντιμετωπιστεί αφού διαπιστωθεί η ύπαρξη του από τους ίδιους τους μαθητές*.

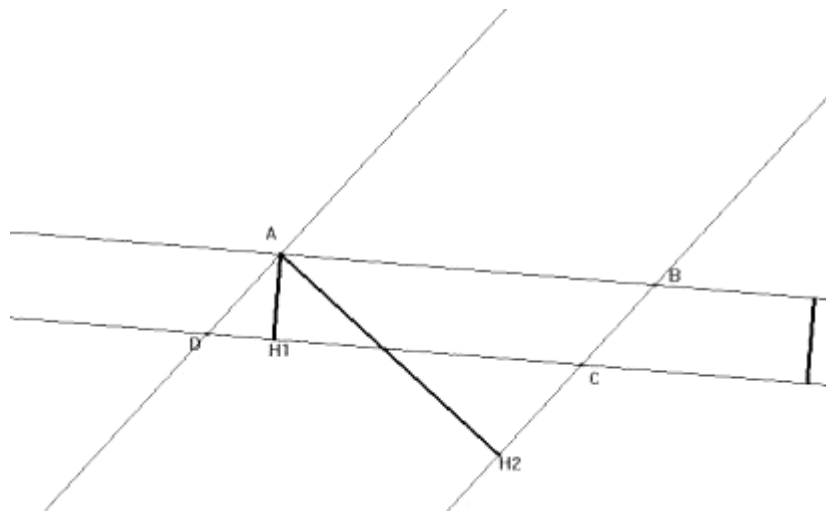
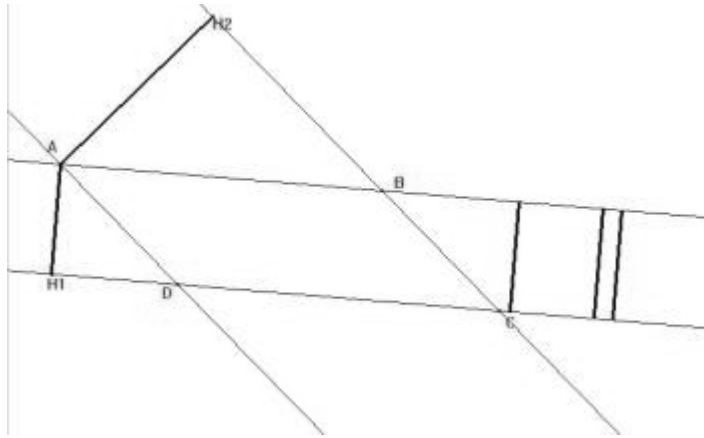
<sup>1</sup> Θα πρέπει βέβαια να υπογραμμίσουμε ότι αυτό αποτελεί τη «μια όψη του νομίσματος»: τα περιβάλλοντα – όπως αυτό της *Logo* ή της *StarLogo* τα οποία επιβάλλουν την περιγραφή των σχημάτων υπογραμμίζουν μια άλλη διάσταση των γεωμετρικών σχημάτων και των ιδιοτήτων τους, εξίσου σημαντική για την δημιουργία των γεωμετρικών γνώσεων στους μαθητές.

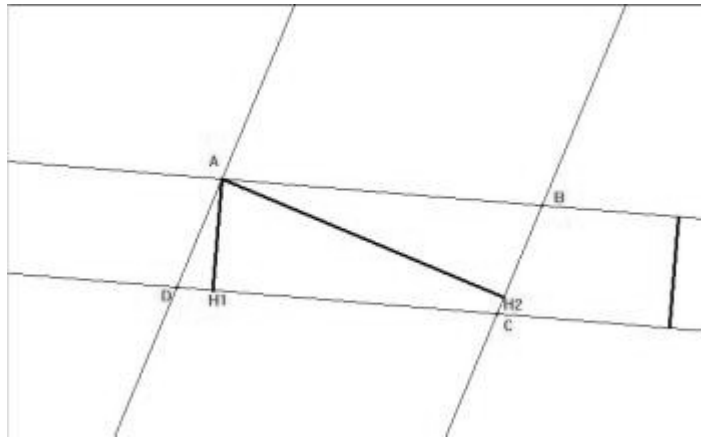
Ο καθηγητής θα μπορούσε να προτείνει λοιπόν από τους μαθητές να μεταβάλλουν το σχήμα και να διατυπώσουν προτάσεις για ενδιαφέροντα γεωμετρικά φαινόμενα. Ένα τέτοιο φαινόμενο αποτελεί το γεγονός ότι – όπως αναφέρθηκε – οι δυο κόκκινες γραμμές είναι παράλληλες ενώ η καφέ φαίνεται να είναι κάθετη. Ένα άλλο γεγονός φαίνεται στο 4 σχήμα: οι δυο κόκκινες γραμμές μπορούν να ταυτιστούν και το παραλληλόγραμμο να γίνει ρόμβος. Ακόμη, σε ορισμένες περιπτώσεις το σημείο τομής μιας κόκκινης και της καφέ διχοτόμου φαίνεται να είναι στο εσωτερικό του παραλληλογράμμου, ενώ σε άλλες περιπτώσεις φαίνεται να είναι στο εξωτερικό του. Ο καθηγητής θα μπορούσε να ενισχύσει τις εντυπώσεις: υπάρχει τρόπος οι δυο κόκκινες να μην είναι παράλληλες; Η μοναδική περίπτωση είναι όταν οι δυο παράλληλες συμπίπτουν.

Με λίγα λόγια, ο καθηγητής μπορεί προκαλέσει τους μαθητές να δημιουργήσουν ένα πλούσιο σύνολο προτάσεων, στις οποίες ο καθηγητής θα δώσει το status των *εικασιών*: η αλήθεια τους θα γίνει αποδεκτή και οι προτάσεις αυτές θα γίνουν θεωρήματα και θα μπορούν να χρησιμοποιηθούν, με τη σειρά τους, σε αποδείξεις άλλων προτάσεων, *μόνον αν αποδειχθούν*.

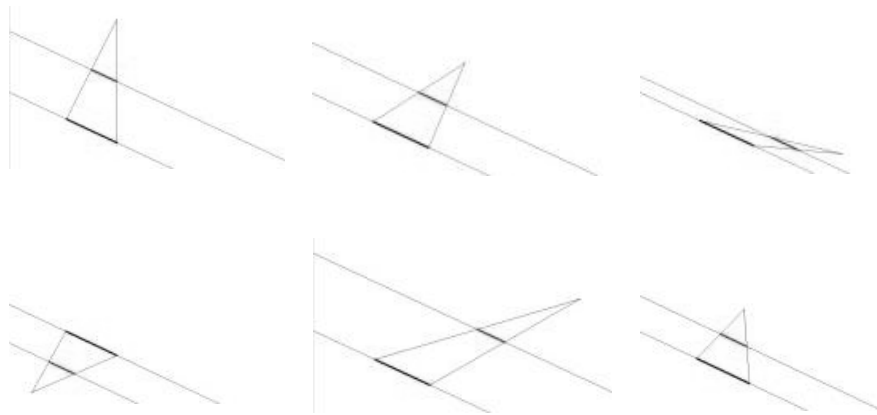
Μια δεύτερη, εξίσου σημαντική δυνατότητα των δυναμικών μικρόκοσμων γεωμετρίας με άμεση διαχείριση, είναι η *καλλιέργεια μιας διαίσθησης*, εκείνης δηλαδή της αντίληψης και γνώσης που επιτρέπει τις άμεσες απαντήσεις σε καινούρια προβλήματα. Η χρήση «κανονικών» σχημάτων στο σχολικό περιβάλλον (ισοσκελή τρίγωνα με τη βάση οριζόντια, ορθογώνια τρίγωνα με κάθετες πλευρές παράλληλες προς τις πλευρές του τετραδίου κ.ά) συχνά δημιουργεί νοητικές εικόνες και άρρητες υποθέσεις για τις γεωμετρικές ιδιότητες των σχημάτων και δυσχεραίνει την επίλυση των προβλημάτων. Ως κλασσικό παράδειγμα παραθέτουμε τα παρακάτω σχήματα ενός παραλληλογράμμου και των υψών του. Σπάνια οι μαθητές μπορούν να δουν, στην κυριολεξία, τη συμμεταβολή των γωνιών ενός παραλληλογράμμου με τα ύψη του: σε ποια περίπτωση τα ύψη βρίσκονται στο εσωτερικό του παραλληλόγραμμου, πότε βρίσκονται εκτός και πότε συμπίπτουν με τις πλευρές του.

Η δυνατότητα παρατήρησης αυτής της συμμεταβολής, και μάλιστα κατά τρόπο απολύτως ελεγχόμενο από τον ίδιο το μαθητή, καθιστά φανερές – αλλά όχι αληθείς ακόμη – πολλές ιδιότητες των σχημάτων και καλλιεργεί στο μαθητή ένα είδος διαίσθησης, προερχόμενης από την ίδια την εμπειρία του.





Ένα δεύτερο παράδειγμα συνιστά η παρακάτω σειρά σχημάτων που αναπαριστούν ορισμένες περιπτώσεις που αντιστοιχούν στο γνωστό γεωμετρικό θεώρημα σύμφωνα με το οποίο το ευθ. τμήμα που ενώνει τα μέσα δυο πλευρών τριγώνου είναι ίσο και παράλληλο με το μισό της τρίτης πλευράς.



#### **Οι e-λύσεις: τεχνικά στοιχεία και διάρθρωση**

Οι e-λύσεις αποτελούν μια συλλογική προσπάθεια η οποία ξεκίνησε το Μάρτιο του 2001, για την ανάπτυξη ενός συστήματος ηλεκτρονικών λύσεων των σχολικών ασκήσεων. Οι e-λύσεις είναι ελεύθερα προσπελάσιμες από καθηγητές, μαθητές και όποιον θα επιθυμούσε να τις επισκεφθεί, αλλά και να προσθέσει διδακτικό υλικό. Επί του παρόντος οι ασκήσεις που επιλύονται είναι αυτές του 4<sup>ου</sup> κεφαλαίου της Ευκλείδειας Γεωμετρίας. Η επιλογή του κεφαλαίου έγινε με κριτήριο το γεγονός ότι την περίοδο αυτή, στην 1<sup>η</sup> Λυκείου των ελληνικών Σχολείων διδάσκεται το κεφάλαιο αυτό.



Το μέχρι τώρα υλικό των e-λύσεων είναι επί του παρόντος (Απρίλιος του 2001) προσβάσιμο στην διεύθυνση <http://195.251.221.217> και θα υπάρξει αναδιευθυνσιοδότηση από το site του επιμορφωτικού προγράμματος ε42 του Πανεπιστημίου Μακεδονίας στη διεύθυνση <http://www.ithaca.uom.gr>.

Οι e-λύσεις περιλαμβάνουν επί του παρόντος τρία στοιχεία: τη λύση των ασκήσεων του σχολικού βιβλίου, αναφορές στη θεωρία και γενικά γεωμετρικά θέματα (τα οποία, επί του παρόντος έχουν διερευνητικό χαρακτήρα). Οι λύσεις των ασκήσεων διαθέτουν τα εξής χαρακτηριστικά:

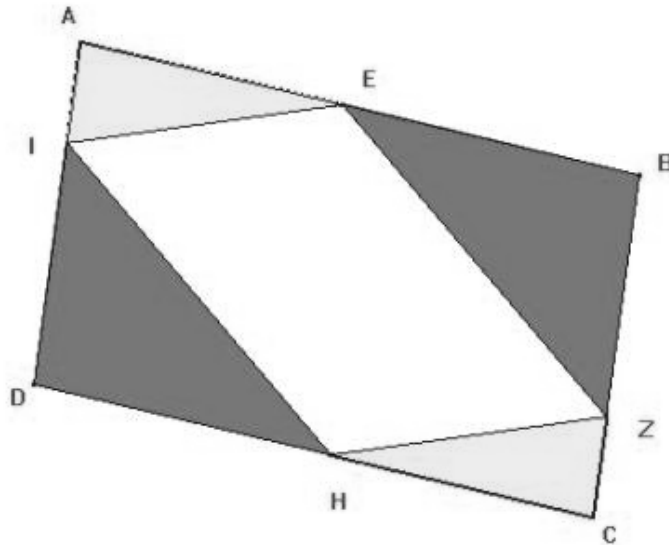
Αποτελούνται από την εκφώνηση (αναπαραγωγή της εκφώνησης του σχολικού βιβλίου). Τούτο γίνεται για δυο λόγους: ο πρώτος είναι η πληρότητα των ασκήσεων, η δυνατότητα δηλαδή ολοκληρωμένης διάθεσης της εκφώνησης και της λύσης. Ο δεύτερος είναι καθαρά τεχνικός. Οι εκφωνήσεις αναπαράγονται ελαφρώς τροποποιημένες γιατί χρησιμοποιούνται για τις ονομασίες<sup>2</sup> των αντικειμένων λατινικοί χαρακτήρες. Τούτο ελπίζουμε ότι θα διορθωθεί πολύ σύντομα καθώς οι παραγωγοί του λογισμικού (Πανεπιστήμιο J. Fourier, Grenoble, Γαλλία) αναλαμβάνουν να τροποποιήσουν το σχετικό κώδικα ώστε το λογισμικό να δέχεται και ελληνικούς χαρακτήρες.

Η καθαντό λύση περιλαμβάνει κείμενο και σχήματα. Τα σχήματα είναι φτιαγμένα με το λογισμικό Cabri-Γεωμέτρης και είναι δυνατόν να μετασχηματισθούν με το ποντίκι, όπως και να αναπαραχθούν τα στάδια της κατασκευής τους. Η κατασκευή των σχημάτων για τη δημοσιοποίηση τους στο Internet πραγματοποιείται με τη βοήθεια ειδικών Java applets. Τα προϊόντα της μετατροπής αυτής – δηλαδή των σχημάτων που κατασκευάζονται με το λογισμικό Cabri-Γεωμέτρης – είναι ελεύθερα από οιοδήποτε copyright και επομένως μπορούν να διατεθούν στο Διαδίκτυο.

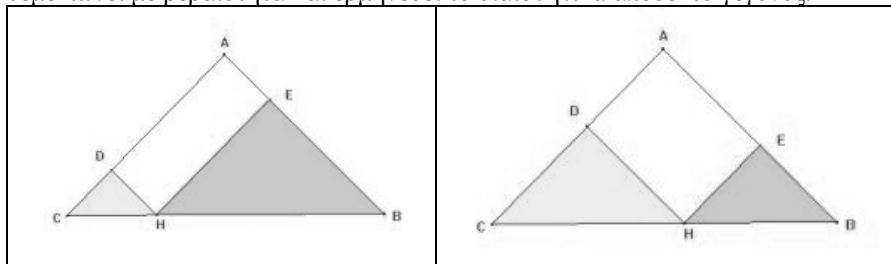
Οι e-λύσεις, προσπαθούν συστηματικά να εκμεταλλευτούν το γεγονός της δυναμικής υπόστασης των σχημάτων και κατά κανόνα επιχειρούν να βοηθήσουν το μαθητή να προσεγγίσει τη λύση με τη βοήθεια του δυναμικού περιβάλλοντος και όχι μόνο να παράσχουν τη λύση. Οι e-λύσεις περιλαμβάνουν μερικές φορές, ένα τμήμα «οπτικής απόδειξης» και «παρατήρησης» με σκοπό να γίνει διαισθητικά αποδεκτή από το χρήστη η αλήθεια της προς απόδειξη πρότασης. Επιπλέον επιτρέπουν στο χρήστη (κατά κύριο λόγο τον μαθητή) να ανατρέξει αυτομάτως (μέσω υπερδεσμών) στη θεωρία – κατευθείαν στην πρόταση ή το θεώρημα που τον ενδιαφέρει. Η αντίστοιχη πρόταση ή θεώρημα παρουσιάζεται επίσης με δυναμικό τρόπο. Το παρακάτω σχήμα είναι από τις e-λύσεις και αναφέρεται σε μια σχετική άσκηση του σχολικού βιβλίου, στην οποία πρέπει να αποδείξουμε ότι το «λευκό εσωτερικό τετράπλευρο» είναι παραλληλόγραμμο.

---

<sup>2</sup> Ονομασίες και όχι ετικέτες όπως επιμένει το ΙΤΥ



Σε μια άλλη άσκηση, στην οποία θεωρούμε ότι η μεταβολή του σχήματος είναι ουσιαστικός παράγοντας για την κατανόηση της λύσης, το παρακάτω σχήμα δείχνει χαρακτηριστικά τη δυνατότητα αυτή: η κίνηση του σημείου Η «δείχνει» με χαρακτηριστικό τρόπο γιατί το μήκος DHE είναι σταθερό. Η γεωμετρική απόδειξη θεμελιώνει με βεβαιότητα και ερμηνεύει το διαισθητικά αποδεκτό γεγονός.



### Οι ε-λύσεις και η κατασκευή τους ως μια κοινότητα μάθησης

Η αθρόα και ορμητική είσοδος των νέων τεχνολογιών, δηλαδή των τεχνολογιών Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, υπήρξε αιτία για τη δημιουργία ενός πλήθους νέων τεχνικών, μεθόδων και δυνατοτήτων διδασκαλίας και επικοινωνίας. Σίγουρα η διαρκής χρήση των νέων τεχνολογιών στην εκπαιδευτική διαδικασία θα καταστήσει φανερά εκείνα τα στοιχεία που πραγματικά έχουν μια αξία για τη διδασκαλία και τη μάθηση περιθωριοποιώντας ταυτόχρονα τα στοιχεία που δεν είναι σημαντικά. Οι ε-λύσεις είναι μια προσπάθεια με πειραματικό χαρακτήρα. Έχουν σαν πρωταρχικό τους στόχο τη δημιουργία διδακτικού υλικού που θα στηρίζεται σε ένα περιθωριακό προς στιγμή, αλλά ευρέως χρησιμοποιούμενο από τους μαθητές βιβλίο – τις λύσεις. Η αρχική ιδέα ήταν η χρήση των ΤΠΕ για τη δημιουργία όχι, όπως συνήθως γίνεται, διδακτικού υλικού για πειραματικές διδασκαλίες με εντελώς καινούρια προβλήματα,

αλλά ακριβώς η αντίθετη σκέψη: η δημιουργία διδακτικού υλικού που να είναι χρήσιμο σε μαθητές και καθηγητές στη σημερινή, καθημερινή τους πρακτική. Η επίλυση των ασκήσεων αποτελεί μια ουσιαστική δραστηριότητα των μαθητών σε καθημερινή βάση. Από την άλλη πλευρά, ο καθηγητής μαθηματικών θα μπορεί να χρησιμοποιήσει διδακτικό υλικό στην τάξη των μαθηματικών αντιμετωπίζοντας τα σχολικά προβλήματα σε ένα δυναμικό περιβάλλον και με μια υποστήριξη από σχετικά θεωρήματα, ιδέες, παρατηρήσεις και επεκτάσεις οι οποίες θα μπορούσαν να μετατρέψουν τη διαδικασία επίλυσης των ασκήσεων από μια διαδικασία αξιολόγησης σε μια ουσιαστική διαδικασία μάθησης. Θα πρέπει να τονιστεί ότι στη σχολική τάξη, η οποία θα διαθέτει αντίγραφο του Cabri-Γεωμέτρη, ο καθηγητής θα μπορεί να κάνει χρήση του «πλήρους» σχήματος και όχι της Java έκδοσης του (που είναι ελεύθερα προσπελάσιμη).

Η διαδικασία ανάπτυξης είναι συλλογική. Όλοι οι συμμετέχοντες έχουν μοιραστεί την ύλη και ετοιμάζουν τα αντίστοιχα θέματα τα οποία δημοσιοποιούνται στο Διαδίκτυο.

Η επικοινωνία μεταξύ τους πραγματοποιείται κατά κύριο λόγο με e-mails και δευτερευόντως με πιο συμβατικά μέσα – κυρίως λόγω της γεωγραφικής απόστασης που τους χωρίζει στην παρούσα φάση της πρακτικής άσκησης.

Η διαδικασία κατασκευής των e-λύσεων, αποτελεί μια συνεχή διαδικασία αντιμετώπισης και επίλυσης προβλημάτων και συνιστά μια διαδικασία ενεργούς μάθησης. Για παράδειγμα η κατασκευή μιας λύσης και η υποβολή της στους άλλους συμμετέχοντες, με την αντίστοιχη ανάδραση από μεριά τους, συντελούν στη δημιουργία και ανάπτυξη μιας διδακτικής γνώσης που σχετίζεται άμεσα με τις εκπαιδευτικές χρήσεις των ΤΠΕ. Τα προβλήματα είναι πολλαπλά: τεχνικά, γλωσσικά, διδακτικά, ακόμα και αισθητικά. Σε ορισμένα υπήρξε κοινή αντιμετώπιση, ενώ σε άλλα – όπως για παράδειγμα στο «στυλ» της επίλυσης των προβλημάτων – οι e-λύσεις χαρακτηρίζονται από μια ποικιλία προσωπικών απόψεων.

Η συλλογική εργασία για την παραγωγή αυτού του ιδιόμορφου υλικού θέτει σε διαπραγμάτευση μεταξύ των συμμετεχόντων συνεχώς νέα ερωτήματα και προβλήματα για τον τρόπο με τον οποίο οι e-λύσεις πρέπει να οργανωθούν και να χρησιμοποιηθούν. Η συλλογική αυτή εργασία συνιστά την ουσία μιας διαδικασίας συνεργατικής μάθησης πραγματοποιώντας κατά τον τρόπο αυτό μια κοινότητα ενεργητικής μάθησης.

### Επίλογος

Όπως συμβαίνει συνήθως με τις προσπάθειες που έχουν πειραματικό χαρακτήρα, υπάρχουν πολλοί απρόβλεπτοι παράγοντες που υπεισέρχονται στη διαδικασία δημιουργίας των e-λύσεων.

Οι e-λύσεις για την ώρα αφορούν μόνο ένα κεφάλαιο Γεωμετρίας του σχολικού βιβλίου. Ωστόσο η ενδεχόμενη επέκτασή τους είναι προφανής: οι e-λύσεις θα μπορούσαν να περιλάβουν όλες τις ασκήσεις του βιβλίου και εν τέλει όλη τη Γεωμετρία. Η ιδέα ενός αντίστοιχου project για την Άλγεβρα είναι βέβαια μια ακόμη πιθανότητα – αν και στην Άλγεβρα υπάρχουν ακόμη ορισμένα τεχνικά προβλήματα τα οποία πρέπει να επιλυθούν. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι ένα αντίστοιχο project συνεργατικής μάθησης (αλλά με διαφορετικό περιεχόμενο) σχεδιάζεται να υλοποιηθεί και για την Πληροφορική στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας.

Οι e-λύσεις δεν παρέχουν απλώς ένα δυναμικό περιβάλλον για την παρουσίαση των λύσεων των ασκήσεων του σχολικού βιβλίου, αλλά προσπαθούν να δημιουργήσουν ένα ολοκληρωμένο online περιβάλλον (με υποδείξεις, παρατηρήσεις, επεκτάσεις, διασυνδέσεις με σχετικές ασκήσεις, άμεσες αναφορές στη θεωρία) για την αντιμετώπιση της σχολικής Γεωμετρίας.

Στην πραγματικότητα όμως, οι e-λύσεις έχουν αναγκαστικά έναν ακόμη ευρύτερο στόχο. Είναι προφανές ότι οι e-λύσεις μπορούν να λειτουργήσουν κατά τρόπο ουσιαστικό, δηλαδή να χρησιμοποιηθούν από καθηγητές και μαθητές, μόνο εφόσον είναι προσαρμοσμένες στις ανάγκες των εν δυνάμει χρηστών. Άρα η συμμετοχή των χρηστών, σε τελική ανάλυση όλων όσων πραγματοποιούν σχετικές διδασκαλίες και θα επιθυμούσαν να βελτιώσουν το σχετικό υλικό, όπως και οι παρατηρήσεις των μαθητών, είναι σε τελευταία ανάλυση ένας αναγκαίος όρος για την ουσιαστική τους λειτουργία. Ελπίζουμε ότι όσοι επισκεφθούν και ενδεχομένως χρησιμοποιήσουν τις e-λύσεις θα μας στείλουν τις παρατηρήσεις τους, όπως και τις δικές τους λύσεις και δραστηριότητες προκειμένου να ενσωματωθούν στο online περιβάλλον. Στην πραγματικότητα δηλαδή, οι e-λύσεις θα εμπλουτισθούν και θα λειτουργήσουν στο βαθμό που η κοινότητα των καθηγητών Μαθηματικών και των μαθητών θα εμπλακεί στη διαδικασία ανάπτυξής τους.