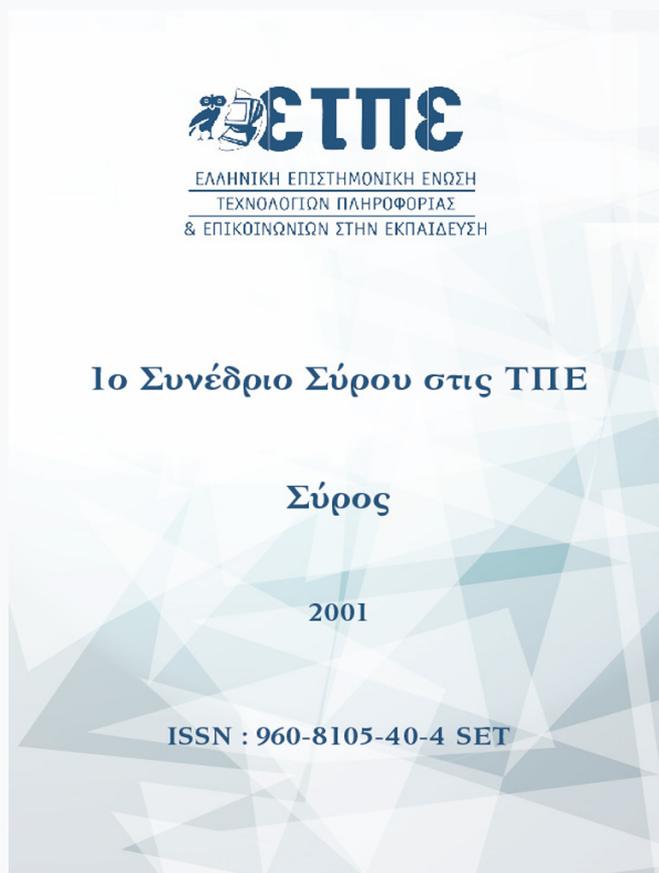


# Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2001)

1ο Συνέδριο Σύρου στις ΤΠΕ



**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΜΕ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΚΑΙ ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΣΤΗΝ Α΄ ΤΑΞΗ ΤΟΥ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

*Νικόλαος Ζαράνης*

## Βιβλιογραφική αναφορά:

Ζαράνης Ν. (2023). ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΜΕ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΚΑΙ ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΣΤΗΝ Α΄ ΤΑΞΗ ΤΟΥ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ . *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση, 1*, 138-152. ανακτήθηκε από <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/6031>

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΜΕ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΚΑΙ ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΣΤΗΝ Α΄ ΤΑΞΗ ΤΟΥ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Ζαράνης Νικόλας**  
*Καθηγητής Πληροφορικής*

### Περίληψη

Στόχος της εισήγησης αυτής είναι η διερεύνηση της συμβολής των υπολογιστών στην διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Α΄ τάξη του Γυμνασίου με δραστηριότητες και φύλλα εργασιών. Αρχικά παρουσιάζεται η εκπαιδευτική σημασία της έρευνας, οι προσεγγίσεις στη διδασκαλία της Γεωμετρίας καθώς και αποτελέσματα ερευνών που αναφέρονται στη μελέτη της Γεωμετρίας με τη βοήθεια υπολογιστή. Στη συνέχεια παρουσιάζεται υπόθεση ελέγχου της έρευνας και η μεθοδολογία της έρευνας. και αναπτύσσονται τα ερευνητικά εργαλεία που είναι τα φύλλα εργασιών και οι δραστηριότητες με υπολογιστή. Τέλος, αναφέρονται τα αποτελέσματα της έρευνας, καθώς και τα συμπεράσματα και οι δυνατές προεκτάσεις της.

### 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο τρόπος διδασκαλίας της Γεωμετρίας έχει απασχολήσει εδώ και αρκετές δεκαετίες παιδαγωγούς και μαθηματικούς. Η σωστή αναλογία μεταξύ θεωρίας και πράξης στο μάθημα της Γεωμετρίας με σκοπό την κατανόησή της από τους μαθητές, συνεχίζει και σήμερα να αποτελεί αντικείμενο πολλών παιδαγωγικών ερευνών. Τα αποτελέσματα των ερευνών αυτών έδειξαν, ότι η χρησιμοποίηση εποπτικού υλικού και κυρίως των υπολογιστών βοηθούν προς αυτή την κατεύθυνση<sup>1</sup>.

Οι υπολογιστές εισήγαγαν ένα νέο τρόπο διδασκαλίας της Γεωμετρίας, που ασχολείται με έννοιες που προκύπτουν από την άμεση αντίληψη του χώρου που μας περιβάλλει. Η Fey<sup>2</sup> (1984) προσδιόρισε τη συμβολή των υπολογιστών στην ανάπτυξη της γεωμετρικής αντίληψης των μαθητών και στην ικανότητα τους να διεξάγουν συμπεράσματα:

*“Η ικανότητα των υπολογιστών στην παρουσίαση γραφικών και αριθμητικών πράξεων δημιουργούν ένα νέο μαθησιακό περιβάλλον στα Μαθηματικά, στο οποίο οι μαθητές μπορούν να πειραματιστούν με τα γεωμετρικά σχήματα και τις μεταξύ τους σχέσεις. Η εξερευνητική αυτή εμπειρία υπόσχεται την εδραίωση ισχυρής γεωμετρικής αντίληψης και ικανότητας δημιουργίας υποθέσεων, που αποτελούν βασικά στοιχεία της λύσης προβλημάτων κάθε κλάδου των Μαθηματικών”.*

<sup>1</sup> Ράπτης Αρ., Ράπτη Αθ., *“Πληροφορική και Εκπαίδευση : Συνολική Προσέγγιση”*, εκδ. ιδίου, Αθήνα, 1999, σελ. 38.

<sup>2</sup> Fey, J. T., *“Computing & Mathematics: The Impact on Secondary School Curricular”*, Reston, 1984, VA: National Council of Teachers of Mathematics, p. 37.

Με γνώμονα την παραπάνω θεώρηση, η παρούσα έρευνα συγκρίνει τη βελτίωση των μαθητών που μαθαίνουν Γεωμετρία με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού λογισμικού που δημιουργήσαμε, με τη βελτίωση εκείνων που διδάχθηκαν Γεωμετρία με την παραδοσιακή μέθοδο.

## 2. Η ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗ ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Η Γεωμετρία βασίζεται σε εικόνες, διαγράμματα και επαγωγικούς συλλογισμούς. Ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες στο σχεδιασμό της διδασκαλίας της Γεωμετρίας είναι η ικανότητα των μαθητών να διαβάζουν, να εργάζονται με σχήματα, καθώς και το επίπεδο της γεωμετρικής τους σκέψης. Η διδασκαλία πρέπει να ταυτίζεται με τις ικανότητες των μαθητών, διαφορετικά θα εμφανισθούν δυσκολίες στην κατανόηση εννοιών από αυτούς.

Τελευταία η διάθεση λογισμικού σχεδιασμένου για τη διδασκαλία Γεωμετρίας στις τάξεις, καθώς και η προτροπή της χρησιμοποίησής του από διεθνή συνέδρια<sup>3</sup>, δημιούργησε μια σειρά από ερωτήματα όπως:

- α) Πρέπει να χρησιμοποιείται λογισμικό βασισμένο σε ερωτήσεις;
- β) Ποία είναι τα αποτελέσματα της χρήσης του;
- γ) Τι αλλαγές θα εμφανισθούν;

Τα ερωτήματα αυτά προβάλλουν από τη χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού για τη Γεωμετρία στις μαθητικές τάξεις και πρέπει να ερευνηθούν και να απαντηθούν από τους δασκάλους και τους ερευνητές.

Αν και οι υπάρχουσες μελέτες (Clements and Battista<sup>4</sup>, Miller, Boismier, & Hooks<sup>5</sup>, 1969, Bishop<sup>6</sup>, 1973, Miller, Kelly, & Kelly<sup>7</sup>, 1988), έχουν αρχίσει να αποκαλύπτουν τα αποτελέσματα της χρήσης εκπαιδευτικού λογισμικού στη Γεωμετρία, η σχέση μεταξύ εκπαιδευτικών προγραμμάτων και της βελτίωσης του επιπέδου των μαθητών στην Γεωμετρία στην Ελλάδα δεν έχει ερευνηθεί.

## 3. ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΤΡΟΠΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

<sup>3</sup> National Council of Teachers of Mathematics, "Commission on Standards for School Mathematics", Curriculum and evaluation standards for school mathematics, Reston, 1989.

<sup>4</sup> Clemments D. H. and Battista M. T. "The effects of Logo on children's conceptualizations of angle and polygons", Journal for Research in Mathematics Education, 1990, vol 21(5), p. 356-371

<sup>5</sup> Miller, R. B., Boismier, J., & Hooks, J. "Training in spatial conceptualization Teacher-directed activities automated and combination programs", Journal of Experimental Education, 1969, 13, pp 348-357.

<sup>6</sup> Bishop, A. J., "Use of structural apparatus and spatial ability: A possible relationship", Research in Education, 1973, 9, pp 43-49.

<sup>7</sup> Miller, R. B., Kelly, G. N., & Kelly, J. T., "Effects of Logfo computer programming experience on problem solving and spatial relations ability", Contemporary Educational Psychology, 1988, 13, pp 348-357.

Το μάθημα της Γεωμετρίας μπορεί να είναι καθαρά φορμαλιστικό (τυπικό), δηλαδή να στηρίζεται αποκλειστικά στην τυπική Μαθηματική Λογική και την επαγωγική διαδικασία, ή αντίθετα, μπορεί να είναι "άτυπο". Ο Peterson<sup>8</sup> (1973) ορίζει:

*"Η άτυπη Γεωμετρία είναι η φυσική γεωμετρία του χώρου μέσα στον οποίο ζούμε, Είναι δηλαδή ένα διαισθητικό κατασκεύασμα, και όχι ένα αφηρημένο μαθηματικό σύστημα."*

Ο Shaughnessy και ο Burger<sup>9</sup> (1985) αναφέρονται στην άτυπη Γεωμετρία σαν "το προκαταρκτικό στάδιο της επαγωγής" και προτείνουν:

*"Οι άτυπες δραστηριότητες στη Γεωμετρία πρέπει να περιλαμβάνουν αναγνώριση, ιεράρχηση των γεωμετρικών σχημάτων, σταδιακή κατανόηση των ιδιοτήτων κ.ά."*

Γενικά θεωρείται, ότι η άτυπη Γεωμετρία είναι κατάλληλη μόνο για την Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση. Όμως, η διδασκαλία της στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση προτείνεται από τους Peterson<sup>10</sup> (1973), Van Hiele<sup>11</sup> (1986), Hoffer<sup>12</sup> (1981), Cox<sup>13</sup> (1985), Shaughnessy και Burger<sup>14</sup> (1985), σαν προπαρασκευή στην επιτυχία των δύο πρώτων επιπέδων κατανόησης της Γεωμετρίας, που αφορούν στην αναγνώριση σχημάτων και κατανόηση των ιδιοτήτων τους. Ακόμα, ένας χρήσιμος κατάλογος από δραστηριότητες της άτυπης Γεωμετρίας δόθηκε από τους Shaughnessy και Burger (1985).

Σύμφωνα με τον Wirszup<sup>15</sup> (1976), στα Σοβιετικά σχολεία χρησιμοποιούσαν δύο προσεγγίσεις για τη Γεωμετρία: τη διαισθητική και τη συστηματική (ημιεπαγωγική).

Αν και απέφευγε να χρησιμοποιεί χαρακτηρισμούς, ο Lesh<sup>16</sup> (1976) δηλώνει:

*"Οι δάσκαλοι τείνουν να έχουν την εντύπωση ότι, οι μόνες ιδέες που καταλαβαίνουν οι μαθητές, είναι εκείνες που έχουν συνειδητά απομονωθεί και ονομαστεί. Όμως, χρειάζεται να δοθεί περισσότερη*

<sup>8</sup> Peterson J. C. , "Informal Geometry in Grades 7-14", in *Geometry in the Mathematics Curriculum*, 1973 Yearbook.

<sup>9</sup> Shaughnessy J. M. , and Burger W. , "Spadework Prior to Deduction in Geometry", *Mathematics Teacher*, Vol. 78, Sept. 1985, p. 426

<sup>10</sup> Peterson J. C. , "Informal Geometry in Grades 7-14", in *Geometry in the Mathematics Curriculum*, 1973 Yearbook. p.52

<sup>11</sup> Van Hiele P. M., "Structure and insight: A theory of mathematics education", New York, NY, Academic Press, 1986..

<sup>12</sup> Hoffer A. , "Geometry is More than Proof", *Mathematics Teacher*, Jan 1981, p.14

<sup>13</sup> Cox P. , "Informal Geometry - More is Needed", *Mathematics Teacher*, Vol. 6, Sept. 1985, p. 405

<sup>14</sup> Shaughnessy J. M. and Burger W. , ό.π. , p. 426

<sup>15</sup> Wirszup I. , "Breakthroughs in the Psychology of Learning and Teaching Geometry" in J. L. Martin , "Space and Geometry: Papers from a Research Workshop." OH , ERIC, 1976

<sup>16</sup> Lesh R. , "Transformation Geometry in Elementary School: Some research Issues", in J. L. Martin , "Space and Geometry: Papers from a Research Workshop." OH , ERIC, 1976, p 203

έμφαση σε εξερευνητικές επεκτείνοντας τη διαίσθηση, δηλαδή τη μη τυποποιημένη διδασκαλία. Υπάρχει μια συχνή διαστρέβλωση, ότι τα ορθολογιστικά Μαθηματικά σε σχέση με τα διαισθητικά (μη ορθολογιστικά), είναι ανώτερα και, ότι η σπουδαιότητα ενός μαθηματικού θέματος μετράται αποκλειστικά με τους τυποποιημένους όρους και τις αφηρημένες έννοιες που περιέχει.”

Η Suydam<sup>17</sup> (1983) αναφέρεται στις "κατευθυνόμενες δραστηριότητες" για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας με τη χρησιμοποίηση εποπτικών υλικών και τονίζει ότι:

“Η χρησιμοποίηση κατευθυνόμενων δραστηριοτήτων στο εργαστήριο με εποπτικά υλικά, έχει σαν αποτέλεσμα να βελτιώνονται οι ομάδες που συμμετέχουν στις δραστηριότητες.

Από όσα αναφέραμε παραπάνω φαίνεται, ότι η "άτυπη" προσέγγιση της Γεωμετρίας, όχι μόνο δεν έρχεται σε αντιπαράθεση με τη φορμαλιστική (τυπική) προσέγγιση, αλλά συντελεί στην κατανόησή της.

#### **Η μελέτη της Γεωμετρίας με τη βοήθεια υπολογιστή :**

Σήμερα, με την αυξανόμενη ανάπτυξη της υπολογιστικής ισχύος και την εξέλιξη των προσωπικών υπολογιστών (*Personal Computers*), οι τελευταίοι έχουν γίνει ένα χρήσιμο πολύπλευρο εργαλείο στην τάξη. Οι τιμές τους μειώνονται, και χρόνο με το χρόνο η εισαγωγή των υπολογιστών στα σχολεία γίνεται ευκολότερη.

Ο Driscoll<sup>18</sup> (1982) είχε υπογραμμίσει την εξαιρετικά μεγάλη συνεισφορά των προγραμμάτων των υπολογιστών στην ανάπτυξη της μάθησης της Γεωμετρίας.

“Οι υπολογιστές μπορούν να αποδειχθούν η καλύτερη γέφυρα που υπήρξε ποτέ, μεταξύ της ανάπτυξης της ικανότητας αναγνώρισης γεωμετρικών σχημάτων από τους μαθητές και των επαγωγικών συλλογισμών που απαιτούνται στη διαδικασία επίλυσης ασκήσεων.”

Η χρησιμοποίηση στα σχολεία της γλώσσας Logo ή "της γλώσσας της χελώνας", όπως ονομάστηκε, έκανε τους υπολογιστές περισσότερο δημοφιλείς στους μαθητές. Ο Papert<sup>19</sup> (1980), που τη δημιούργησε και την έκανε διάσημη, αναφέρει ότι η Logo οδηγεί:

- στην ανάπτυξη της γενικής σκέψης των παιδιών,
- στην αύξηση της ικανότητά τους να λύνουν προβλήματα και
- στην προσφορά βοήθειας για την κατανόηση βασικών μαθηματικών εννοιών.

Μερικές γεωμετρικές έννοιες, παρουσιάζονται καλύτερα με τη Logo, όπως οι γωνίες, η ομοιότητα και μερικές ιδιότητες σχημάτων. Οι Hoyles, Noss και

<sup>17</sup> Suydam M. , "Geometry" in D. Dessart and M. Suydam "Classroom Ideas From Research on Secondary School Mathematics", V.A. NCTM, 1983, p 83.

<sup>18</sup> Driscoll M. , "Research Within Reach : Secondary School Mathematics" V.A. NCTM , 1982, p. 149

<sup>19</sup> Papert S. , "MindStorms, Children, Computers and Powerful Ideas", New York, Basic Books, 1980, p 55

Sutherland<sup>20</sup> (1986), σε έρευνά τους αναφέρουν μερικά θετικά αποτελέσματα από τη χρησιμοποίηση της γλώσσας Logo στην εκμάθηση Γεωμετρικών εννοιών. Όμως, στα παιδιά με ειδικές ανάγκες, όπως παρουσιάζει η M. Hope<sup>21</sup> (1986), τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη χρησιμοποίηση υπολογιστών είναι εντυπωσιακά. Επίσης, τα διάφορα κέντρα αποκατάστασης των δυσλεκτικών παιδιών βασίζονται πολύ στις ιδιότητες του υπολογιστή, όπως αναφέρει ο Singleton<sup>22</sup> (1991), αν και δεν έχει ακόμη αναπτυχθεί σε ικανοποιητικό βαθμό το κατάλληλο εκπαιδευτικό λογισμικό.

Εκτός από τη Logo, τελευταία έχουν εμφανισθεί για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας διάφορα προγράμματα εκπαιδευτικού λογισμικού σε αρκετές χώρες όπως τα "The Geometric Supposer", MOTIONS, "The Cabri-geometrie", "Geometer's Sketchpad" κ.ά.

Όσον αφορά τα παραπάνω προγράμματα λογισμικού που παρουσιάσαμε Logo, Cabri κ.ά., απαιτείται περισσότερη έρευνα για να θεμελιωθεί η χρησιμότητα τους στη διδασκαλία της Γεωμετρίας. Η παρούσα έρευνα εστιάζει σε αυτό το πεδίο και μελετά τη συνεισφορά των υπολογιστών στη βελτίωση της γεωμετρικής ικανότητας των μαθητών, με τη βοήθεια εκπαιδευτικού λογισμικού.

#### 4. ΥΠΟΘΕΣΗ ΕΛΕΓΧΟΥ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Η παρούσα έρευνα προσπαθεί να απαντήσει στο παρακάτω ερώτημα, με σκοπό να εξετάσει την αξιοποίηση δραστηριοτήτων και φύλλων εργασίας στη διδασκαλία της Γεωμετρίας στην υποχρεωτική εκπαίδευση με τη βοήθεια υπολογιστή.

Πώς επηρεάζεται η βελτίωση της απόδοσης των μαθητών που διδάσκονται Γεωμετρία με τη χρησιμοποίηση δραστηριοτήτων με τη βοήθεια υπολογιστών (*πρώτη ομάδα*), σε σχέση με την απόδοση εκείνων που διδάσκονται Γεωμετρία με την παραδοσιακή μέθοδο (*δεύτερη ομάδα*);

Η ερώτηση αυτή αποτελεί τη βάση της μελέτης μας, που είναι μια συγκριτική έρευνα.

Άμεσο επακόλουθο της παραπάνω ερώτησης είναι η δημιουργία της παρακάτω ερευνητικής υποθέσης, που πρέπει να είναι αυστηρά ορισμένη για να υπάρχει η δυνατότητα αποδοχής ή απόρριψής της.

**Ερευνητική υπόθεση (ΕΥ):** Η διδασκαλία Γεωμετρίας με την ενασχόληση των μαθητών με δραστηριότητες μέσω εκπαιδευτικού λογισμικού (*πειραματική ομάδα – Π.Ο.*), αυξάνει τη βελτίωση της επίδοσής

<sup>20</sup> Hoyles C. , Noss R. and Sutherland R. , "Proceedings of the Second International Conference for LOGO and Mathematics Education. London : Department of Mathematics, Statistics and Computing, University of London , 1986

<sup>21</sup> Hope M. , "Micros for children with Special Needs", London: Souvenir Press, 1987, μετ. στο : Παπας Γ. Γρ. , "Η Πληροφορική στο Σχολείο : Υλικό, Λογισμικό, Εκπαίδευση Εκπαιδευτικών", εκδ. Συμεών, Αθήνα, 1989, σελ. 80-81

<sup>22</sup> Singleton C., "Computers and Literacy Skills", Hull: British Dyslexia Association Computer Resource Centre, Univ. of Hull, 1991 στο : Ράπτης Αρ., Ράπτη Αθ. , "Η Πληροφορική Στην Εκπαίδευση : Παιδαγωγική Προσέγγιση", εκδ. Συμεών, Αθήνα, 1996, σελ. 138-139

τους, σε σχέση με την επίδοση των μαθητών που διδάσκονται Γεωμετρία με την παραδοσιακή μέθοδο (*ομάδα ελέγχου – Ο.Ε.*).

## 5. Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Το δείγμα της έρευνας αποτέλεσαν μαθητές στις Α΄ τάξης Γυμνασίου της περιοχής του Αμαρουσίου. Ο προσδιορισμός του δείγματος δηλώνει, ότι ο πληθυσμός που αναφερόμαστε είναι μαθητές της Α΄ τάξης των Γυμνασίων του Δήμου Αμαρουσίου.

Μετά τον καθορισμό του δείγματος, ακολουθεί ο χωρισμός του σε δύο ομάδες με τη διαδικασία της τυχαίας δειγματοληψίας<sup>23</sup>, δηλαδή η επιλογή με κλήρωση η οποία θα καταδείξει σε ποια ομάδα θα συμμετάσχει ο κάθε μαθητής. Όμως στην έρευνά μας η μέθοδος αυτή θα επέφερε σημαντικές αλλαγές στο σχολικό ωρολόγιο πρόγραμμα των μαθημάτων, με αποτέλεσμα να διαταρασσόταν η ομαλή λειτουργία του σχολείου.

Τελικά, η πρώτη ομάδα που αποτελείται από τα τμήματα Α1 και Α2 ονομάζεται *πειραματική ομάδα (Π.Ο.)*, ενώ η δεύτερη που απαρτίζεται από τα τμήματα Α3 και Α4 καλείται *ομάδα ελέγχου (Ο.Ε.)*. Στην πειραματική ομάδα εφαρμόσαμε τη μέθοδο των φύλλων εργασίας και δραστηριοτήτων με τη χρήση υπολογιστών στη διδασκαλία της Γεωμετρίας. Αντίθετα, η ομάδα ελέγχου διδάχτηκε τη Γεωμετρία με την παραδοσιακή μέθοδο.

### 5.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΦΥΛΛΩΝ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Συμφωνήθηκε στις ενότητες της έρευνας, για να υπάρξει και μεγαλύτερη σύγκλιση στις διδασκαλίες να κατασκευάσουμε φύλλα εργασιών για την κάθε ενότητα που θα συμπληρώνουν οι μαθητές με τη βοήθεια των υπολογιστών, εργαζόμενοι σε μικρές ομάδες.

Ο καθηγητής αναπτύσσει την κάθε ενότητα και στη συνέχεια, μετά την ολοκλήρωση της ενότητας οι μαθητές στο εργαστήριο πληροφορικής συμπληρώνουν το αντίστοιχο φύλλο εργασιών, βοηθούμενοι παράλληλα από τις δραστηριότητες με τη χρήση υπολογιστή. Παρακάτω παραθέτουμε ένα μέρος από τα φύλλα εργασίας.

Κατά την πειραματική διδασκαλία το πρώτο μέλημα του καθηγητή των Μαθηματικών είναι η ενθάρρυνση των μαθητών να δραστηριοποιηθούν για να αντιμετωπίσουν τις καταστάσεις και τα προβλήματα που τους προτείνονται. Τα πορίσματα της δραστηριότητας των μαθητών πρέπει να ολοκληρωθούν μέσα από το συνεχή διάλογο των ομάδων και να μετασχηματισθούν σε μαθηματικά συμπεράσματα. Ο καθηγητής δεν είναι πια ο αποκλειστικός φορέας της γνώσης, αλλά είναι ο οργανωτής του πλαισίου μέσα στο οποίο θα αναπτυχθεί η ερευνητική δραστηριότητα των μαθητών. Συμβουλεύει τους μαθητές, απαντά στις απορίες τους, τους εμπνυχώνει.

## ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 4 ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ - ΑΜΒΛΥΓΩΝΙΑ - ΟΞΥΓΩΝΙΑ - ΤΡΙΓΩΝΑ

<sup>23</sup> Παρασκευόπουλος Ι. , "Μεθοδολογία Επιστημονικής Έρευνας", Αθήνα, 1993, τόμ. 1, σελ. 36.

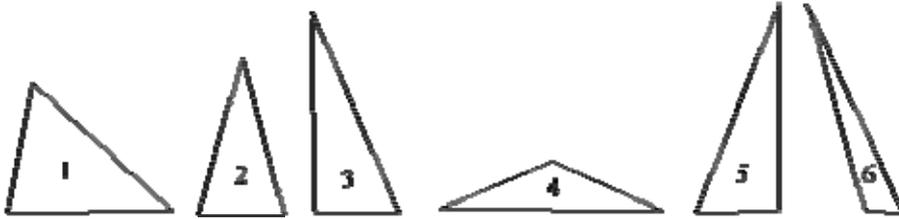
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΤΑΞΗ:.....

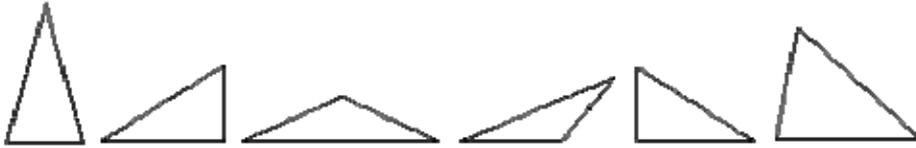
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:.....

1

1. Ποια από τα τρίγωνα της παρακάτω εικόνας είναι αμβλυγώνια; Βάλτε σε κύκλο τις σωστές απαντήσεις.



2. Πώς ονομάζονται τα παρακάτω είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες τους;



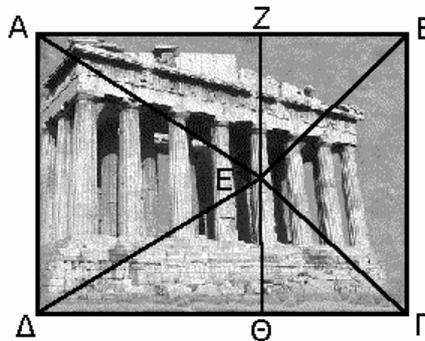
3. Κατασκευάστε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ( $\hat{A}=90^\circ$ ), με κάθετες πλευρές ΑΒ=4cm και ΑΓ=3cm.

4. Λύστε τα παρακάτω ανίγματα:

α) "Είναι τρίγωνο και έχει μια γωνία ορθή. Πώς ονομάζεται;"

β) "Είναι τρίγωνο και έχει μια γωνία αμβλεία. Πώς ονομάζεται;"

5. Αναγνωρίστε και ονομάστε τα τρίγωνα της παρακάτω εικόνας.



Αμβλυγώνια τρίγωνα: .....

Ορθογώνια τρίγωνα: .....

Οξυγώνια τρίγωνα: .....

Προσπαθήσαμε όλα τα φύλλα εργασίας να είναι ομοίμορφα. Στις περισσότερες από τις ερωτήσεις αντιστοιχήσαμε μια δραστηριότητα με τη χρήση υπολογιστή, που θα παρουσιάσουμε στην επόμενη ενότητα.

## **5.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ**

Ο σκοπός των δραστηριοτήτων με τη βοήθεια υπολογιστή είναι η παρουσίαση και η διαχείριση γεωμετρικών εννοιών, που αφορούν στην ύλη της Α΄ Γυμνασίου.

Με το εκπαιδευτικό λογισμικό που κατασκευάσαμε ο υπολογιστής χρησιμοποιείται σαν εργαλείο μάθησης και παρουσίασης πληροφοριών. Βέβαια μια τέτοια προσέγγιση δεν μπορεί να αποτελέσει πανάκεια για την αντιμετώπιση του συνόλου των μαθησιακών προβλημάτων. Απλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν ένα επιπλέον παιδαγωγικό εργαλείο, το οποίο έχει τη δυνατότητα να προσφέρει ευκολίες, που άλλα μαθησιακά εργαλεία αδυνατούν. Ο υπολογιστής μπορεί να δώσει:

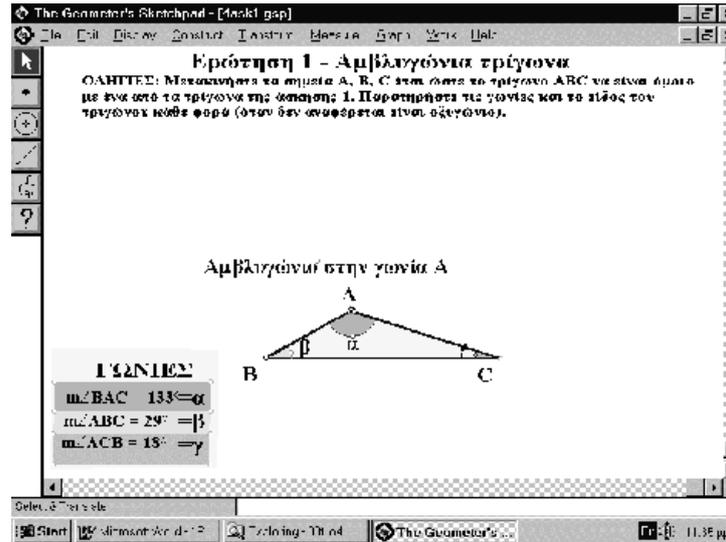
- δυναμική αναπαράσταση των γεωμετρικών αντικειμένων, ώστε να μπορέσει ο μαθητής να ανακαλύψει τις σχέσεις και ιδιότητες των σχημάτων,
- πειραματισμό ιδεών για την ανάπτυξη τρόπων επίλυσης των προβλημάτων,
- συνδυασμό κίνησης, έγχρωμης εικόνας και χρήση διαλόγων που δημιουργεί ένα πραγματικό σενάριο δράσης που κεντρίζει το ενδιαφέρον του.

Το πρόγραμμα που χρησιμοποιήσαμε για την κατασκευή των δραστηριοτήτων είναι το Geometer's Sketchpad (για windows). Το εργαλείο αυτό έχει σχεδιαστεί για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας. Η πρώτη του έκδοση έγινε το 1991.

Οι δραστηριότητες που θα εκτελέσουν οι μαθητές με τους υπολογιστές, θα τους βοηθήσουν στη συμπλήρωση των φύλλων εργασίας. Η χρησιμοποίηση των δραστηριοτήτων του λογισμικού από τους μαθητές είναι εύκολη, γιατί είναι απλή και δίνονται οδηγίες. Όμως, οι δραστηριότητες απευθύνονται μόνο στα συγκεκριμένα φύλλα εργασιών.

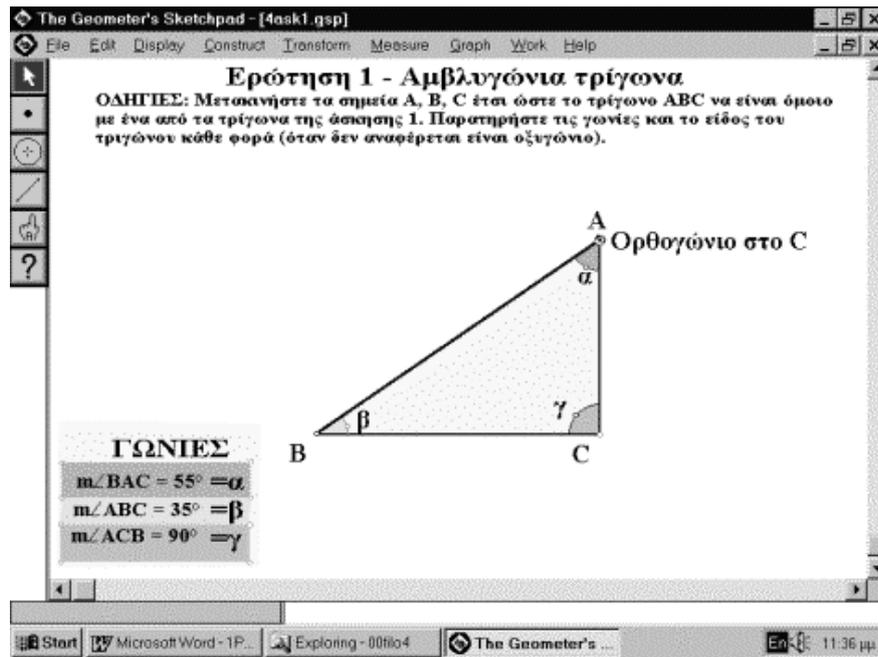
Ο περιορισμένος χρόνος που δίνει το αναλυτικό πρόγραμμα, μας οδήγησαν στο σκεπτικό να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές μόνο τις προκαθορισμένες δραστηριότητες και να μην προσπαθήσουν να κατασκευάζουν δικά τους νέα σχήματα, με κίνδυνο να μην καταλαβαίνουν τι ακριβώς κάνουν και για ποιο λόγο.

Ενδεικτικά παραθέτουμε μερικές εικόνες από τις δραστηριότητες των μαθητών με υπολογιστή.



Εικόνα 4.1

Η παραπάνω εικόνα 4.1 παρουσιάζει την ερώτηση 1 του φύλλου εργασίας 4, που αναφέρεται στην ενότητα των ειδών τριγώνων ως προς τις γωνίες τους. Παρατηρούμε τις οδηγίες που δίνει στους μαθητές να κινήσουν τα σημεία A, B, C για να δουν το είδος του τριγώνου. Επίσης, στο κάτω δεξιά μέρος της οθόνης βλέπουμε τα μέτρα των γωνιών σε μοίρες, το είδος του τριγώνου (αμβλυγώνιο) πάνω από την γωνία A, και τους χρωματισμούς των πλευρών και των γωνιών του. Στην παρακάτω εικόνα 4.2 φαίνεται ένα διαφορετικό στιγμιότυπο από την ίδια άσκηση. Η κορυφή A έχει μετατοπισθεί και το τρίγωνο έχει γίνει ορθογώνιο στην κορυφή C, όπως δηλώνει η υπόδειξη της κορυφής A. Παρατηρούμε τη δυναμικότητα της δραστηριότητας κατά την οποία μπορούμε να κινήσουμε όποια κορυφή επιθυμούμε, ενώ ταυτόχρονα με την κίνηση αλλάζουν οι μοίρες των γωνιών  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  και  $\hat{C}$ .



Εικόνα 4.2

Η εικόνα 4.5 δίνει ένα διαφορετικό είδος δραστηριότητας από τα προηγούμενα. Συγκεκριμένα, εμφανίζεται η ερώτηση 5 του φύλλου εργασίας 4, που αναφέρεται στη δεξιότητα εφαρμογής της ενότητας "των ειδών τριγώνων ως προς τις γωνίες τους". Οι οδηγίες που δίνονται αναφέρουν να μετατοπίσει ο χρήστης το τρίγωνο ABC, έτσι ώστε να συμπέσει με κάποιο από τα τρίγωνα που είναι χωρισμένη η εικόνα του Παρθενώνα, για να φανεί η ονομασία του είδους του τριγώνου.

The Geometer's Sketchpad - [4ask5.gsp]

File Edit Display Construct Transform Measure Graph Work Help

**Ερώτηση 5 - Είδη τριγώνων σε μια εικόνα**

ΟΔΗΓΙΕΣ: Μετακινήστε τα σημεία A, B, C έτσι ώστε το τρίγωνο ABC να συμπίπτει με ένα από τα τρίγωνα της εικόνας της του Παρθενώνα. Παρατηρήστε τις γωνίες και το είδος του τριγώνου κάθε φορά (όταν δεν αναφέρεται είναι οξυγώνιο).

Α

Β

Γ

Α

Β

Γ

ΓΩΝΙΕΣ

$m\angle BAC = 74^\circ = \alpha$

$m\angle ABC = 44^\circ = \beta$

$m\angle ACB = 62^\circ = \gamma$

Select & Translate

Start Microsoft Word - 1P... The Geometer's ... Gr- 12:40 ημ

Εικόνα 4.5

Παρόμοιες με τις παραπάνω δραστηριότητες δημιουργήσαμε για τις περισσότερες ερωτήσεις των φύλλων εργασίας.

## 6. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Η ερευνητική υπόθεση όπως διατυπώθηκε σε προηγούμενη ενότητα αναφέρει ότι:

**Ερευνητική υπόθεση (ΕΥ)**: Η διδασκαλία Γεωμετρίας με την ενασχόληση των μαθητών με δραστηριότητες μέσω εκπαιδευτικού λογισμικού (πειραματική ομάδα – Π.Ο.), αυξάνει τη βελτίωση της επίδοσής τους, σε σχέση με την επίδοση των μαθητών που διδάσκονται Γεωμετρία με την παραδοσιακή μέθοδο (ομάδα ελέγχου – Ο.Ε.).

### ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Τα δεδομένα της παρούσας υπόθεσης καθορίζονται αναλυτικά από τον πίνακα 1, που προέκυψε από τα αποτελέσματα της έρευνας και αναφέρεται στη βελτίωση των μαθητών στη Γεωμετρία.

ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ							
	ΑΡΝΗ- ΤΙΚΗ κάτω από 0	ΕΛΑΧΙΣΤ Η ΘΕΤΙΚΗ 1 έως 30	ΣΧΕΔΟ Ν ΚΑΛΗ 31 έως 60	ΚΑΛΗ 61 έως 90	ΑΡΚΕΤΑ ΚΑΛΗ 91 έως 120	ΠΟΛΥ ΚΑΛΗ 121 έως 150	ΕΞΑΙΡΕΤΙ ΚΑ ΚΑΛΗ 151 έως 180
Π.Ο.	0	0	10	25	8	0	0

<b>Ο.Ε.</b>	<b>2</b>	<b>11</b>	<b>30</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
-------------	----------	-----------	-----------	----------	----------	----------	----------

ΠΙΝΑΚΑΣ 1 Η βελτίωση των μαθητών στη Γεωμετρία.

Στον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε, ότι υπάρχουν δύο δείγματα. Το πρώτο είναι οι μαθητές της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) με μέγεθος  $n=43$  και το δεύτερο είναι οι μαθητές της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.) με μέγεθος  $m=45$ .

ΟΡΙΣΜΟΣ ΜΗΔΕΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗΣ ΥΠΟΘΕΣΗΣ

Κατασκευάζουμε μια νέα υπόθεση που λέγεται μηδενική υπόθεση  $H_0$  και είναι ασυμβίβαστη με μια άλλη που ονομάζεται εναλλακτική υπόθεση  $H_1$ . Ο σκοπός της μηδενικής υπόθεσης  $H_0$  είναι να την απορρίψουμε, για να συμπεράνουμε ότι ισχύει η εναλλακτική υπόθεση  $H_1$ .

Στην παρούσα περίπτωση η μηδενική υπόθεση  $H_0$  είναι, ότι δεν υπάρχουν διαφορές στις δύο μεθόδους διδασκαλίας, δηλαδή ότι δεν υπάρχουν διαφορές στους μέσους  $\mu_1$  και  $\mu_2$  των δύο πληθυσμών, ή με άλλα λόγια, ότι διαφορά των μέσων τιμών δύο πληθυσμών είναι μηδέν ( $\mu_1 - \mu_2 = 0$ ).

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΠΟΦΑΣΗ

Θεωρούμε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0,05$ .

Τότε από τον πίνακα που δίνει τα εκατοστιαία σημεία  $t_{\nu;\alpha}$  της κατανομής  $t$  του Student με  $\nu$  βαθμούς ελευθερίας<sup>24</sup>, λαμβάνουμε  $t_{85;0,05}=1,67$ .

Από τον τύπο (5.7) η περιοχή απόρριψης ορίζεται  $R = \{t > t_{85;0,05}\}$ .

Παρατηρούμε ότι:  $t = 10,175 > t_{\nu;\alpha} = t_{85;0,05}=1,67$  και επομένως απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ :  $\mu_1 = \mu_2$  και αληθεύει η εναλλακτική υπόθεση  $H_1$ :  $\mu_1 > \mu_2$ .

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε, ότι αληθεύει η Ερευνητική υπόθεση 1 σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha=0,05$ , δηλαδή, ότι η επίδοση των μαθητών της Π.Ο. είναι καλύτερη από εκείνη της Ο.Ε..

Το αποτέλεσμα της Ερευνητικής υπόθεσης 1 συμφωνεί με την έρευνα των Yerushalmy, M., Chazan, D., & Gordon, M.,<sup>25</sup> (1987) που διαπίστωσαν, ότι στο μάθημα της Γεωμετρίας το λογισμικό "Geometric Supposer", βοηθάει τους μαθητές Γυμνασίων και Λυκείων στο σχηματισμό λογικών αποδείξεων. Επίσης, οι Wisk, Niguidula, & Shepard<sup>26</sup> χαρακτηριστικά αναφέρουν ότι:

"Η προσέγγιση της Γεωμετρίας με το λογισμικό Geometric Supposer ήταν διασκεδαστική για τους μαθητές, οι οποίοι αύξησαν τις δεξιότητες τους στη Γεωμετρία και αρκετών η βελτίωσή τους ήταν μεγαλύτερη από εκείνων που διδάχθηκαν με την παραδοσιακή μέθοδο."

<sup>24</sup> Ρασσιάς Ι., "Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστικής", εκδ. Συμμετρία, Αθήνα, 1994, σελ. 474.

<sup>25</sup> Yerushalmy, M., Chazan, D., & Gordon, M. "Guided inquiry and technology: A year long study of children and teachers using the Geometric Supposer", Cambridge, MA Educational Technology Center, 1987.

<sup>26</sup> Wiske, M. S., Niguidula, D., & Shepard, J. W., "Collaborative research goes to school: Guided inquiry with computers in classrooms", Cambridge, M.A.: Educational Technology Center, 1988.

Όμως, μερικοί ερευνητές έχουν διαφορετική άποψη, όπως ο Kilpatric<sup>27</sup> (1989) που αναφέρει:

"Δεν υπάρχουν αρκετά στοιχεία που αποδεικνύουν ότι οι υπολογιστές αύξησαν σημαντικά την απόδοση των μαθητών."

Τέλος, παρόμοιες έρευνες (Kieren<sup>28</sup>, 1984, Lehrer, Randle, & Sancilio<sup>29</sup>, 1987, Ζαράνης<sup>30</sup>, 1998) έδειξαν ότι η χρησιμοποίηση της γλώσσας Logo αυξάνει την βελτίωση των μαθητών στην Γεωμετρία.

## 7. ΠΡΟΕΚΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Στην παρούσα μελέτη δημιουργήθηκαν δραστηριότητες με εκπαιδευτικό λογισμικό, αποκλειστικά για τη διδακτέα ύλη της Γεωμετρίας της Α΄ τάξης του Γυμνασίου στην Ελλάδα. Η συσχέτισή τους με τη βελτίωση των ικανοτήτων των μαθητών στη Γεωμετρία, φανερώνει τη θετική προσφορά των υπολογιστών στη διδασκαλία των εννοιών αυτού του μαθήματος.

Μια σημαντική σκέψη για προέκταση του προγράμματος είναι η δημιουργία λογισμικού συγγραφής, που θα είναι εύχρηστο και θα επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να παρουσιάζει νέες ενότητες στη Γεωμετρία με τη βοήθεια του υπολογιστή.

Μια καινοτομία ακόμα θα ήταν η δυνατότητα εισαγωγής και δημιουργίας νέων ερωτήσεων, σχημάτων και εικόνων από το διδάσκοντα, με σκοπό τη δημιουργία δοκιμασίας (τέστ) στον υπολογιστή για τις ενότητες που έχουν διδαχθεί στην τάξη. Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης των μαθητών από τον υπολογιστή μπορούν να παράγονται αμέσως μετά την απάντηση των ερωτήσεων, με αποτέλεσμα την άμεση επιβράβευση των μαθητών<sup>31</sup>.

Η δημιουργία του εκπαιδευτικού λογισμικού που περιγράψαμε σαν μελλοντική επέκταση θα αποτελούσε ένα σημαντικό βοήθημα για τον εκπαιδευτικό, γιατί θα βοηθούσε στη χρησιμοποίηση του υπολογιστή σαν εποπτικό μέσο διδασκαλίας, στην αξιολόγηση των μαθητών και στην αποθήκευση των αποτελεσμάτων των δοκιμασιών (τέστ) στον υπολογιστή.

Το εκπαιδευτικό λογισμικό που σχεδιάσαμε δεν προτίθεται σε καμία περίπτωση να αντικαταστήσει τον εκπαιδευτικό, αλλά συμβάλλει στη δημιουργία γνωστικών συγκρούσεων και αποτελεί αφορμή για διάλογο και αμφισβήτηση. Ακόμα,

<sup>27</sup> Kilpatric, J. "Technology as Reform", Paper presented to the BACOMET III conference, Berlin, Sept, 1989, pp-24-27.

<sup>28</sup> Kieren, T., "Logo in education : What, how, where, why and consequences", Edmonton: Alberta Department of Education, 1984, (ERIC Document Reproduction Service No. ED 258 536).

<sup>29</sup> Lehrer, R., Randle, L., & Sancilio, L., "Inquiry based instruction of pre-proof geometry with Logo", 1987, (ERIC Document Reproduction Service No. ED 306 125).

<sup>30</sup> Ζαράνης Ν. , "Η Θεωρία του εποικοδομητισμού η γλώσσα Logo και η συμβολή της στη κατανομή μαθηματικών εννοιών", 15<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, Ε. Μ. Ε., Χίος, 13-15 Νοεμβρίου, 1998, σελ. 293-304.

<sup>31</sup> Ζαράνης Ν. , "Ανάπτυξη και υλοποίηση των επιπέδων van Hiele στη Γεωμετρία με τη βοήθεια υπολογιστή", 14<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, Ε. Μ. Ε., Μυτιλήνη, 14-16 Νοεμβρίου, 1997.

συμπληρώνει το σχολικό εγχειρίδιο και αποτελεί ένα επιπλέον κίνητρο για τη συνεργασία του δασκάλου με το μαθητή.

#### **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- 1 Bishop, A. J., "Use of structural apparatus and spatial ability: A possible relationship", *Research in Education*, 1973, 9, pp 43-49.
- 2 Clemments D. H. and Battista M. T. "The effects of Logo on children's conceptualizations of angle and polygons", *Journal for Research in Mathematics Education*, 1990, vol 21(5), p. 356-371
- 3 Cox P. , "Informal Geometry - More is Needed", *Mathematics Teacher*, Vol. 6, Sept. 1985, p. 405
- 4 Driscoll M. , "Research Within Reach : Secondary School Mathematics" V.A, NCTM , 1982, p. 149
- 5 Fey, J. T., "Computing & Mathematics: The Impact on Secondary School Curricular", Reston, 1984, VA: National Council of Teachers of Mathematics, p. 37.
- 6 Hoffer A. , "Geometry is More than Proof", *Mathematics Teacher*, Jan 1981, p.14
- 7 Hope M. , "Micros for children with Special Needs", London: Souvenir Press, 1987, μετ. στο : Παπας Γ. Γρ. , "Η Πληροφορική στο Σχολείο : Υλικό, Λογισμικό, Εκπαίδευση Εκπαιδευτικών", εκδ. Συμεών, Αθήνα, 1989, σελ. 80-81
- 8 Hoyles C. , Noss R. and Sutherland R. , "Proceedings of the Second Internatinal Conference for LOGO and Mathematics Education. London : Department of Mathematics, Statistics and Computing, University of London , 1986
- 9 Kieren, T., "Logo in education : What, how, where, why and consequences", Edmonton: Alberta Department of Education, 1984, (ERIC Document Reproduction Service No. ED 258 536).
- 10 Kilpatric, J. "Technology as Reform", Paper presented to the BACOMET III conference, Berlin, Sept, 1989, pp-24-27.
- 11 Lehrer, R., Randle, L., & Sancilio, L., "Inquiry based instruction of pre-proof geometry with Logo", 1987, (ERIC Document Reproduction Service No. ED 306 125).
- 12 Lesh R. , "Transformation Geometry in Elementary School: Some research Issues", in J. L. Martin , "Space and Geometry: Papers from a Research Workshop." OH , ERIC, 1976, p 203
- 13 Miller, R. B., Boismier, J., & Hooks, J. "Training in spatial conceptualization Teacher-directed activities automated and combination programs", *Journal of Experimental Education* , 1969, 13, pp 348-357.
- 14 Miller, R. B., Kelly, G. N., & Kelly, J. T., "Effects of Logfo computer programming experience on problem solving and spatial relations ability", *Contemporary Educational Psychology*, 1988, 13, pp 348-357.
- 15 National Council of Teachers of Mathematics, "Commission on Standards for School Mathematics", Curriculum and evaluation standards for school mathematics, Reston, 1989.
- 16 Papert S. , "MindStorms, Children, Computers and Powerful Ideas", New York, Basic Books, 1980, p 55

- 17 Peterson J. C. , "Informal Geometry in Grades 7-14", in Geometry in the Mathematics Curriculum", 1973 Yearbook. p.52
- 18 Shaughnessy J. M. , and Burger W. , "Spadework Prior to Deduction in Geometry", Mathematics Teacher, Vol. 78, Sept. 1985, p. 426
- 19 Singleton C., "Computers and Literacy Skills", Hull: British Dyslexia Association Computer Resource Centre, Univ. of Hull, 1991 στο : Ράπτης Αρ., Ράπτη Αθ. , "Η Πληροφορική Στην Εκπαίδευση : Παιδαγωγική Προσέγγιση", εκδ. Συμμεών, Αθήνα, 1996, σελ. 138-139
- 20 Suydam M. , "Geometry" in D. Dessart and M. Suydam "Classroom Ideas From Research on Secondary School Mathematics", V.A. NCTM, 1983, p 83.
- 21 Van Hiele P. M., "Structure and insight: A theory of mathematics education", New York, NY, Academic Press, 1986..
- 22 Wirszup I. , "Breakthroughs in the Psychology of Learning and Teaching Geometry" in J. L. Martin , "Space and Geometry: Papers from a Research Workshop." OH , ERIC, 1976
- 23 Wiske, M. S., Niguidula, D., & Shepard, J. W., "Collaborative research goes to school: Guided inquiry with computers in classrooms", Cambridge , M.A.: Educational Technology Center, 1988.
- 24 Yerushalmy, M., Chazan, D., & Gordon, M. "Guided inquiry and technology: A year long study of children and teachers using the Geometric Supposer", Cambridge, MA Educational Technology Center, 1987.
- 25 Ζαράνης Ν. , "Ανάπτυξη και υλοποίηση των επιπέδων van Hiele στη Γεωμετρία με τη βοήθεια υπολογιστή", 14ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, Ε. Μ. Ε., Μυτιλήνη, 14-16 Νοεμβρίου, 1997.
- 26 Ζαράνης Ν. , "Η Θεωρία του εποικοδομητισμού η γλώσσα Logo και η συμβολή της στη κατανομή μαθηματικών εννοιών", 15ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, Ε. Μ. Ε., Χίος, 13-15 Νοεμβρίου, 1998, σελ. 293-304.
- 27 Παρασκευόπουλος Ι. , "Μεθοδολογία Επιστημονικής Έρευνας", Αθήνα, 1993, τόμ. 1, σελ. 36.
- 28 Ράπτης Αρ., Ράπτη Αθ. , "Πληροφορική και Εκπαίδευση : Συνολική Προσέγγιση", εκδ. ιδίου, Αθήνα, 1999, σελ. 38.
- 29 Ρασσιάς Ι., "Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστικής", εκδ. Συμμετρία, Αθήνα, 1994, σελ. 474.