ePublishing
ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗΣ
NATIONAL DOCUMENTATION CENTRE

Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2022)

7ο Πανελλήνιο Συνέδριο «Ένταξη και Χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία»

Νοηματοδότηση χωρικών εννοιών μέσα από τη χρήση πολλαπλών αλληλοσυνδεόμενων ψηφιακών αναπαραστάσεων

Χριστίνα Γκρέκα, Πολυχρόνης Κυνηγός

Βιβλιογραφική αναφορά:

Γκρέκα Χ., & Κυνηγός Π. (2023). Νοηματοδότηση χωρικών εννοιών μέσα από τη χρήση πολλαπλών αλληλοσυνδεόμενων ψηφιακών αναπαραστάσεων. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, *1*, 0195–0208. ανακτήθηκε από https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/5737

https://epublishing.ekt.gr | **e-Εκδότης:** EKT | **Πρόσβαση:** 20/02/2026 20:42:57

Νοηματοδότηση χωρικών εννοιών μέσα από τη χρήση πολλαπλών αλληλοσυνδεόμενων ψηφιακών αναπαραστάσεων

Γκρέκα Χριστίνα, Κυνηγός Πολυχρόνης
xristgreka@ppp.uoa.gr, kynigos@eds.uoa.gr
Εργαστήριο Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας, Φιλοσοφική Σχολή, Παιδαγωγικό Τμήμα Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, ΕΚΠΑ

Περίληψη

Το άρθρο αυτό μελετά την ανάπτυξη χωρικών εννοιών από παιδιά 10-12 ετών, καθώς χρησιμοποιούν τις πολλαπλές αλληλοσυνδεόμενες αναπαραστάσεις που παρέχει ένα ψηφιακό εργαλείο μοντελοποίησης τρισδιάστατων αντικειμένων σε δισδιάστατη οθόνη. Η ερευνητική παρέμβαση που παρουσιάζεται αποτελεί μέρος μιας ευρύτερης διδακτορικής έρευνας σχεδιασμού με αντικείμενο την ανάπτυξη της αντίληψης του χώρου, που στοχεύει να διερευνήσει την κατασκευή νοημάτων μέσα από τη χρήση των πολλαπλών αλληλοσυνδεόμενων αναπαραστάσεων που παρέχονται από ειδικά σχεδιασμένα ψηφιακά περιβάλλοντα. Στις δραστηριότητες της εκπαιδευτικής παρέμβασης, τα παιδιά χρησιμοποίησαν αλληλοσυνδεόμενες γραφικές, συμβολικές και ενσώματες αναπαραστάσεις για να αναπτύξουν και να εκφράσουν δομημένους χωρικούς συλλογισμούς μέσα από τους οποίους ανέπτυξαν νοήματα για τον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Τα συμπεράσματα της έρευνας σκοπεύουν να συμβάλλουν στην εξέλιξη της γνώσης για την ανάπτυξη της χωρικής αντίληψης των παιδιών και τις νέες δυνατότητες για νοηματοδότηση που προσφέρονται από εργαλεία νέας τεχνολογίας.

Λέξεις κλειδιά: χωρικές έννοιες, ψηφιακό προγραμματιστικό περιβάλλον, πολλαπλές αναπαραστάσεις, MaLT2

Εισαγωγή

Στη ζωή μας, βασιζόμαστε διαρκώς στη χωρική μας αντίληψη. Οι ικανότητες μας να επεξεργαζόμαστε και να αναπαριστούμε χωρικές πληροφορίες καθοδηγούν τόσο καθημερινές δραστηριότητες όπως η αποτελεσματική ανάγνωση ενός χάρτη όσο και σημαντικές ανακαλύψεις, όπως η δομή του DNA (Zimmermann et al., 2019), από τις οποίες βασίζεται η επιβίωση μας αλλά και η εξέλιξη της ανθρώπινης γνώσης. Χρησιμοποιούμε τους χάρτες για να προσανατολιστούμε, χρονογραμμές για να κατανοήσουμε τη ροή των ιστορικών γεγονότων (Metoyer & Bednarz, 2017). Παρά, ωστόσο, τον κυρίαρχο ρόλο της χωρικής αντίληψης στη ζωή μας, οι άνθρωποι παρουσιάζουν δυσκολίες στη χρήση των αναπαραστάσεων που αναφέρονται σε χωρικές πληροφορίες. Δυσκολεύονται να δώσουν ακριβείς οδηγίες για να περιγράψουν μια διαδρομή, να συναρμολογήσουν ένα έπιπλο ή να εκτιμήσουν τη χωρητικότητα ενός δοχείου (Newcombe & Frick, 2010). Οι δυσκολίες αυτές σύμφωνα με τους ερευνητές οφείλονται στην απουσία κατάλληλων χωρικών εμπειριών που θα ευνοούν τη σύνδεση μεταξύ των διαφορετικών αναπαραστάσεων που οι άνθρωποι χρησιμοποιούν για το χώρο (Makina, 2010).

Τα τελευταία χρόνια η ανάπτυξη των νέων τεχνολογιών παρέχει νέες δυνατότητες αναπαράστασης και αλληλεπίδρασης με τον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Ειδικά σχεδιασμένα ψηφιακά εργαλεία με δυνατότητες τρισδιάστατης οπτικοποίησης, ελεύθερης πλοήγησης και αλληλεπίδρασης με χωρικές αναπαραστάσεις μπορούν να προσφέρουν ευκαιρίες για χωρικές εμπειρίες ενεργούς διερεύνησης και ανάπτυξης χωρικών εννοιών (Latsi & Kynigos, 2021), δημιουργώντας έτσι ένα νέο πλαίσιο για τη διερεύνηση του είδους των

Παναγιωτακόπουλος, Χ., Καρατράντου, Α., & Αρμακόλας, Σ. (Επιμ.), *Πρακτικά Εργασιών 7ου Πανελλήνιου Συνεδρίου «Ένταξη και Χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία»*, σ. 195-208, Τμήμα Επιστημών της Εκπαίδευσης και Κοινωνικής Εργασίας, Πανεπιστήμιο Πατρών, 16-18 Σεπτεμβρίου 2022. ISBN 978-618-83186-7-0.

νοημάτων που μπορούν να αναπτύξουν τα παιδιά για το χώρο.

Σε αυτή τη προβληματική, η έρευνα αυτή προτείνει μια νέα προσέγγιση για τη μελέτη της ανάπτυξης των χωρικών εννοιών από παιδιά 10-12 ετών μέσα από τη χρήση πολλαπλών αλλληλοσυνδεόμενων αναπαραστάσεων του χώρου, τις οποίες παρέχουν ειδικά σχεδιασμένα ψηφιακά περιβάλλοντα. Στοχεύει να διερευνήσει τον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές οικοδομούν νοήματα για το χώρο ενώ χρησιμοποιούν τις πολλαπλές αλληλοσυνδεόμενες αναπαραστάσεις που παρέχει ένα ψηφιακό εργαλείο με δυνατότητες κατασκευής τρισδιάστατων γραφικών έχοντας ως άξονες δύο ερευνητικά ερωτήματα:

1. Πώς τα παιδιά χρησιμοποιούν τις πολλαπλές αλληλοσυνδεόμενες αναπαραστάσεις για να αναπτύξουν νοήματα για το προσομοιούμενο χώρο;
2. Τι είδους νοήματα για το χώρο αναπτύσσουν οι μαθητές όταν χρησιμοποιούν αυτές τις αναπαραστάσεις;

Χωρική ικανότητα

Η ανάπτυξη εννοιών του χώρου όπως η θέση και η κατεύθυνση προκύπτει από την ικανότητα μας να λαμβάνουμε και να επεξεργαζόμαστε χωρικές πληροφορίες, μια ικανότητα που έχει χαρακτηριστεί από τους ερευνητές με ποικιλία όρων όπως χωρική ικανότητα (*spatial ability*), χωρική αίσθηση (*spatial sense*), χωρική σκέψη (*spatial thinking*). Παρά την ποικιλία όρων και ορισμών, οι σύγχρονοι ερευνητές του πεδίου περιγράφουν τη χωρική ικανότητα ως ένα σύνολο δεξιοτήτων που σχετίζονται με την οικοδόμηση, συγκράτηση και τον χειρισμό νοερών εικόνων (Lohman, 1979; Gaughran, 2002, στο Buckley et al., 2018). Για τον Clements (2003) οι δύο σημαντικότερες επιμέρους δεξιότητες που συνθέτουν την χωρική μας αίσθηση (*spatial sense*) είναι ο χωρικός προσανατολισμός (*spatial orientation*) και η χωρική απεικόνιση (*spatial visualization).*

Ο χωρικός προσανατολισμός σχετίζεται με τον τρόπο με τον οποίο προσδιορίζει κάνεις τη θέση και την κατεύθυνση του ή κάποιου άλλου αντικειμένου στο χώρο σε σχέση με κάποιο σημείο αναφοράς (Clements, 2003). Καθώς οι έννοιες που σχετίζονται με τον χωρικό προσανατολισμό, όπως η θέση και η κατεύθυνση, είναι από τη φύση τους σχετικές, η μάθηση και η επικοινωνία τους προϋποθέτουν τη χρήση κάποιου πλαισίου αναφοράς. Έτσι αναφερόμαστε σε αυτές τις έννοιες υιοθετώντας είτε την εγωκεντρική προσέγγιση (*egocentric perspective*), όπου χρησιμοποιούμε αναπαραστάσεις και περιγραφές αναφορικά με τη δική μας θέση και κατεύθυνση είτε την αλλοκεντρική (*allocentric perspective*), όπου τα αντικείμενα αναπαρίστανται και περιγράφονται αναφορικά με κάποιο πλαίσιο αναφοράς (πχ. Βοράς – Νότος) (Newcombe & Frick, 2010). Η ανάπτυξη χωρικών εννοιών και η κατανόηση της σχετικής φύσης τους εξαρτάται όχι μόνο από την χρήση και των δύο ειδών αναπαραστάσεων αλλά και από την ενσωμάτωση (*coordination*) τους (Fernandez-Baizan et al., 2021).

Η χωρική απεικόνιση είναι η ικανότητα να δημιουργεί και να χειρίζεται κανείς νοερές αναπαραστάσεις μεταβολών δισδιάστατων η τρισδιάστατων αντικειμένων στο χώρο (Hegarty & Waller, 2004). Οι μεταβολές αυτές μπορεί να είναι τροποποιήσεις (*altering*), κινήσεις (*moving*), αλλαγές στη θέση (*situating*) και τον προσανατολισμό των αντικειμένων (*rotating*), η αποδόμηση ή αναδόμηση τους στο χώρο (*de/re/composing*) (Davis et al., 2015, σελ. 5). Μέσα από αυτές τις διαδικασίες χωρικού συλλογισμού (*spatial reasoning processes*) τα παιδιά αποκτούν πρόσβαση στη δομή των αντικειμένων στο χώρο και μπορούν να εξετάσουν τις σχέσεις μεταξύ τους και μεταξύ των επιμέρους χωρικών δομών που τα συνθέτουν. Ενισχύονται έτσι ανώτερου επιπέδου νοεροί μετασχηματισμοί όπως η χωρική δόμηση *(spatial structuring)*, που περιλαμβάνει την αποσύνθεση χωρικών δομών σε μέρη και τη σύνθεση νέων (Clements et al., 2018). Μέσα από το χωρικό συλλογισμό και τη χωρική δόμηση τα παιδιά

επιλέγουν, συγχρονίζουν, ομαδοποιούν νοερά αντικείμενα και διαδικασίες που σχετίζονται με αυτά (Battista κ. α., 1998), θέτοντας έτσι τις βάσεις για την κατανόηση περισσότερο αφαιρετικών αναπαραστάσεων του χώρου (Conceição & Rodrigues, 2022) και την ανάπτυξη χωρικών εννοιών.

Χωρικές αναπαραστάσεις και υπολογιστικά εργαλεία

Οι διαδικασίες χωρικού συλλογισμού και χωρικής δόμησης είναι ανάλογοι των εργαλείων αναπαράστασης που χρησιμοποιούνται (Atit et al., 2020). Μια αναπαράσταση είναι ένας σχηματισμός (*configuration*) ο οποίος ολοκληρωτικά ή εν μέρει συνδέεται, αντιστοιχεί, συμβολίζει, κάτι άλλο (DeWindt-King, & Goldin, 2003). Ο Duval (1999) διακρίνει τις αναπαραστάσεις σε εικονικές, όπου το περιεχόμενο της αναπαράστασης παρουσιάζει ομοιότητα με αυτό που αναπαρίσταται, και τις συμβολικές αναπαραστάσεις, όπου τα αντικείμενα παρουσιάζονται σε πιο αφηρημένη μορφή, με τη χρήση συμβόλων. Κάθε αναπαράσταση σύμφωνα με τον Duval (1999) δημιουργείται και γίνεται αντικείμενο χειρισμού μέσα από τη χρήση ενός συστήματος αναπαράστασης (*register of representation*), που παρέχει τα δικά του μέσα αλληλεπίδρασης. Η οικοδόμηση των εννοιών που ενσωματώνει μια αναπαράσταση προϋποθέτει την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο λειτουργεί το σύστημα αναπαράστασης και την αποτελεσματική χρήση των μέσων που παρέχει σε δραστηριότητες μετασχηματισμού της. Ο μετασχηματισμός μιας αναπαράστασης μπορεί να περιλαμβάνει είτε την επεξεργασία της, χρησιμοποιώντας το ίδιο σύστημα αναπαράστασης, είτε την «μετάφραση» της με τη χρήση διαφορετικού συστήματος αναπαράστασης. Το δεύτερο αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα ζητήματα για την εννοιολογική κατανόηση στα μαθηματικά και σύμφωνα με τον Duval (2017) είναι το ζήτημα με το οποίο σχετίζονται οι περισσότερες δυσκολίες κατανόησης και σωστής χρήσης γνωστικών εννοιών από τα παιδιά.

Καθώς κάθε πεδίο αναπαράστασης χαρακτηρίζεται από διαφορετικές πτυχές του περιεχομένου μιας κατάστασης, για την οικοδόμηση βαθύτερης κατανόησης, η εκπαιδευτική έρευνα έχει αναδείξει τη καθοριστική σημασία της χρήσης πολλαπλών αναπαραστάσεων κατά τη διδασκαλία (Duval, 2006) αλλά και της δυναμικής διασύνδεσής τους (Ainsworth, 2008). Δύο αναπαραστάσεις είναι δυναμικά αλληλοσυνδεόμενες όταν μια μεταβολή σε μια αναπαράσταση συνεπάγεται μεταβολή σε μια άλλη. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται η επέκταση του περιεχομένου της αναπαράστασης μέσω μεταφράσεων της και η ενσωμάτωση του περιεχομένου των αναπαραστάσεων στην προυπάρχουσα γνώση ενώ παράλληλα μειώνεται το γνωστικό φορτίο για τα παιδιά.

Οι υπολογιστικοί μικρόκοσμοι στο MaLT2

Η δημιουργία πολλαπλών αναπαραστάσεων και η δυναμική τους διασύνδεση είναι σήμερα δυνατή μέσα από τις νέες δυνατότητες τρισδιάστατης οπτικοποίησης, κατασκευής, χειρισμού και διασύνδεσης πολλαπλών αναπαραστάσεων του τρισδιάστατου χώρου που παρέχουν τα ειδικά σχεδιασμένα ψηφιακά περιβάλλοντα, όπως οι «υπολογιστικοί μικρόκοσμοι». Ο όρος «μικρόκοσμος» στην εκπαίδευση χρησιμοποιήθηκε από τον Seymour Papert για να περιγράψει υπολογιστικά περιβάλλοντα που ενσωματώνουν ένα σύνολο επιστημονικών εννοιών και σχέσεων μεταξύ αυτών, σχεδιασμένα ώστε να εμπλέξουν τους μαθητές στη διερεύνηση και την κατασκευαστική δραστηριότητα (Healy & Kynigos, 2010). Οι υπολογιστικοί μικρόκοσμοι υπήρξαν το βασικό όχημα εφαρμογής της κατασκευαστικής θεωρίας για τη μάθηση κατά τα πρώτα χρόνια της χρήσης ηλεκτρονικών υπολογιστών στην εκπαίδευση. Η μάθηση, στο πλαίσιο της κατασκευαστικής θεωρίας, αποτελεί ανακατασκευή και όχι μετάδοση της γνώσης και περιλαμβάνει τη χρήση εργαλείων, όπως η ηλεκτρονικοί

υπολογιστές, με στόχο την κατασκευή από τους μαθητές ενός προϊόντος με νόημα (Kynigos, 2012).

Σημαντικό στοιχείο πρόσθετης εκπαιδευτικής αξίας των υπολογιστικών μικρόκοσμων είναι η διερεύνηση της σχέσης μεταξύ διαφορετικών ειδών αναπαραστάσεών που αναφέρονται σε μια έννοια (Clements & Sarama, 1995) μέσω της σύνδεσης τους με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε μεταβολή σε μια αναπαράσταση μέσω της επεξεργασίας της να συνεπάγεται την αντίστοιχη μεταβολή σε μια άλλη (Morgan & Kynigos, 2014). Η πολυτροπικότητα αλλά και η διασύνδεση αυτή των αναπαραστάσεων στους υπολογιστικούς μικρόκοσμους επιτρέπει στα παιδιά να διερευνήσουν πληροφορίες ενώ μεταφράζουν αναπαραστάσεις σε διαφορετικά αναπαραστασιακά συστήματα, προσφέροντας έτσι ευκαιρίες για νοηματοδότηση.

Η έρευνα

Μεθοδολογία

Η παρούσα έρευνα εστιάζει στη διερεύνηση της ανθρώπινης συμπεριφοράς κατά την μαθησιακή διαδικασία (Cobb κ. α., 2003) κι έτσι για αυτήν επιλέχθηκε η ποιοτική μέθοδος και η μεθοδολογία της έρευνας σχεδιασμού. Περιλαμβάνει έτσι το σχεδιασμό εργαλείων και την πραγματοποίηση δραστηριοτήτων με τη χρήση τους σε συνθήκες πραγματικής τάξης. Σε αυτό το μεθοδολογικό πλαίσιο, τα συμπεράσματα κάθε φάσης υλοποίησης παρέχουν επεξηγηματικά θεωρητικά δομήματα (*explanatory frameworks*) τα οποία προσδιορίζουν τις υποθέσεις στις οποίες θα εστιάσει ο επόμενος κύκλος διερεύνησης (Cobb κ. α., 2003).

Εκπαιδευτικός Σχεδιασμός

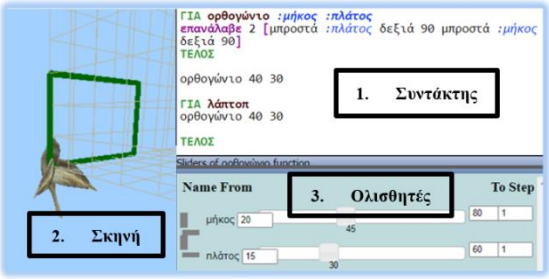
Στις δραστηριότητες που σχεδιάστηκαν για την εκπαιδευτική παρέμβαση, τα παιδιά χρησιμοποίησαν υπολογιστικούς μικρόκοσμους που σχεδιάστηκαν με το ψηφιακό εργαλείο MaLT2 (http://etl.ppp.uoa.gr/malt2/), ένα ψηφιακό περιβάλλον προγραμματισμού που συνδυάζει τη χρήση μιας απλής προγραμματιστικής γλώσσας με τις δυνατότητες του δυναμικού χειρισμού τρισδιάστατων γραφικών (Kynigos & Grizioti, 2018). Κατά τις δραστηριότητες στο περιβάλλον του MaLT2 οι μαθητές κατασκευάζουν τρισδιάστατες γραφικές αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή προγραμματίζοντας τις κινήσεις μιας ψηφιακής οντότητας στον τρισδιάστατο χώρο. Χρησιμοποιούν έτσι τριών ειδών αναπαραστάσεις: συμβολικές, που αντιστοιχούν στη γλώσσα προγραμματισμού, γραφικές, τα γραφικά που σχεδιάζονται από την εκτέλεση των προγραμματιστικών εντολών, και ενσώματες αναπαραστάσεις, όπου τα παιδιά χρησιμοποιούν ως εργαλείο αναπαράστασης το σώμα τους υιοθετώντας τη θέση και την κατεύθυνση της ψηφιακής οντότητας. Κάθε μετασχηματισμός της συμβολικής αναπαράστασης, η αλλαγή στη σειρά των εντολών για παράδειγμα, έχει ως αποτέλεσμα τον μετασχηματισμό της γραφικής αναπαράστασης, που εμφανίζεται στην οθόνη (Morgan & Kynigos, 2014).

Τα παιδιά αλληλοεπιδρούσαν με τρία βασικά στοιχεία του περιβάλλοντος (Εικόνα 1):

1. Τον συντάκτη, όπου συνέτασσαν εντολές στη προγραμματική γλώσσα Logo,
2. Την τρισδιάστατη σκηνή, όπου η ψηφιακή οντότητα, σχεδίαζε την γραφική αναπαράσταση των εντολών και η προοπτική θέασης μπορεί να αλλάζει με τη χρήση περιστροφικής κάμερας,
3. Τους ολισθητές, όπου οι μαθητές άλλαζαν δυναμικά τις μεταβλητές τιμές που είχαν εισάγει στα προγράμματα του συντάκτη.

Κατά την υλοποίηση της ερευνητικής παρέμβασης οι μαθητές χρησιμοποίησαν τον μικρόκοσμο «Laptop» (Εικόνα 1), όπου υπάρχει συνταγμένη η διαδικασία που σχεδιάζει ένα

ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μεταβλητό μήκος και πλάτος. Οι μαθητές καλούνται να συμπληρώσουν τη διαδικασία λάπτοπ αξιοποιώντας τη διαδικασία ορθογώνιο. Η διαδικασία που θα συντάξουν θα πρέπει να αναπαριστά ένα λάπτοπ που ανοιγοκλείνει.



Εικόνα 1. Ο μικρόκοσμος "Laptop".

Το λάπτοπ επιλέχθηκε ως αντικείμενο σχεδίασης καθώς αποτελείται από δύο ξεχωριστά μέρη που το καθένα μπορεί να αναπαρασταθεί με τη χρήση της ίδιας διαδικασίας στο συντάκτη. Μπορεί έτσι να αποδομηθεί σε δύο μέρη τόσο νοερά όσο και στο συντάκτη. Ακόμη, για τη δημιουργία της επιθυμητής γραφικής αναπαράστασης του αντικειμένου στη σκήνη οι μαθητές, θα έπρεπε να σκεφτούν την έκφραση της σχέσης των δύο ορθογωνίων παραλληλογράμμων στον τρισδιάστατο χώρο. Είναι λοιπόν ένα αντικείμενο που μπορεί να αναπαρασταθεί γραφικά μέσω της σύνθεσης δύο επιμέρους μερών, διαδικασία που όμως προϋποθέτει οι μαθητές να εκφράσουν μέσω της συμβολικής αναπαράστασης τη σχέση των μερών αυτών στον τρισδιάστατο χώρο.

Πλαίσιο της έρευνας

Η ερευνητική παρέμβαση υλοποιήθηκε σε Δημόσιο Δημοτικό Σχολείο της Αθήνας και είχε συνολική διάρκεια 1,5 ώρα. Σε αυτήν συμμετείχαν 12 μαθητές της ΣΤ΄ Δημοτικού, 4 κορίτσια και 8 αγόρια) που εργάστηκαν σε ομάδες των δύο στο εργαστήριο της Πληροφορικής του σχολείου. Στην υλοποίηση επίσης συμμετείχαν η ερευνήτρια και η εκπαιδευτικός Πληροφορικής του σχολείου. Ο ρόλος τους ήταν κυρίως η υποστήριξη των ομάδων των παιδιών σε θέματα χρήσης του εργαλείου.

Οι μαθητές είχαν στη διάθεση τους ένα φύλλο περιγραφής δραστηριοτήτων κι ένα εγχειρίδιο για το MaLT2 στο οποίο μπορούσαν να ανατρέξουν για να βρουν τις βασικές εντολές και οδηγίες για τη σύνταξη διαδικασιών στη Logo καθώς και τη χρήση των ολισθητών.

Συλλογή και Ανάλυση Δεδομένων

Τα δεδομένα που συλλέχθηκαν περιλαμβάνουν ηχητικά αρχεία από την ηχογράφηση των συζητήσεων των ομάδων, αρχεία καταγραφής οθόνης, τις ψηφιακές κατασκευές των μαθητών και χειρόγραφες σημειώσεις της ερευνήτριας.

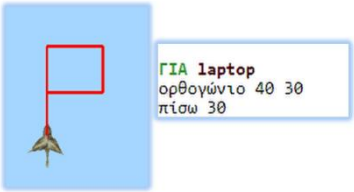
Για την ανάλυση τους, εντοπίστηκαν σε αυτά «κρίσιμα επεισόδια» (*critical incidents*), προβληματικές καταστάσεις που προέκυψαν και κινητοποίησαν αναστοχασμό, συζήτηση, επανασχεδιασμό μιας λύσης (Angelides, 2001). Τα επεισόδια που καταγράφονται είναι «πολυτροπικά» (Latsi & Kynigos, 2012), εκτός δηλαδή από τον καταγεγραμμένο προφορικό λόγο των παιδιών, σε αυτά περιγράφονται και οι χειρονομίες τους και στιγμιότυπα από την εργασία τους στον υπολογιστή. Στα δεδομένα λοιπόν εντοπίστηκαν περιστατικά όπου οι μαθητές χρησιμοποιούν τις πολλαπλές αλληλοσυνδεόμενες αναπαραστάσεις του MaLT2 για

να κάνουν χωρικούς συλλογισμούς μέσα από τους οποίους ανέπτυξαν νοήματα για τον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο.

Αποτελέσματα

Κατά την υλοποίηση της παρέμβασης φάνηκε πως τα παιδιά χρησιμοποιήσαν συμπληρωματικά τις συμβολικές, γραφικές αναπαραστάσεις στη σκηνή του MaLT2 και ενσώματες αναπαραστάσεις για να αναπαραστήσουν τις κινήσεις της ψηφιακής οντότητας. Και οι 6 ομάδες δημιούργησαν το τρισδιάστατο μοντέλο ενός λάπτοπ στη σκηνή του MaLT2. Οι 5 ομάδες χρησιμοποίησαν αποτελεσματικά τη μεταβλητή στη Logo για να κάνουν το μοντέλο τους να ανοιγοκλείνει με τη χρήση του εργαλείου του ολισθητή. 5 επίσης από τις 6 ομάδες, η πλειοψηφία δηλαδή των παιδιών, χρησιμοποίησαν τη διαδικασία «ορθογώνιο_παραλληλόγραμμο» δύο φορές μέσα σε μια υπερδιαδικασία που σχεδίαζε το τρισδιάστατο μοντέλο του αντικειμένου στη σκηνή του MaLT2, χρησιμοποιώντας έτσι τα μέσα της συμβολικής αναπαράστασης για να εκφράσουν το χωρικό συλλογισμό της δόμησης μιας ευρύτερης χωρικής δομής μέσω της σύνθεσης δύο μικρότερων. Η δυνατότητα επεξεργασίας της συμβολικής αναπαράστασης έδωσε στα παιδιά τη δυνατότητα να πειραματιστούν και εκφράσουν τις ιδέες τους για την κίνηση τόσο της οντότητας όσο και ενός σχήματος στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο και στη συνέχεια να τις ελέγξουν παρατηρώντας τη γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του MaLT2. Παράλληλα και σε περιπτώσεις ασυμφωνίας της διαισθητικής ιδέας των μαθητών και του αποτελέσματος στη γραφική αναπαράσταση, χρησιμοποιήθηκαν ως γέφυρα ενσώματες αναπαραστάσεις με στόχο τον εντοπισμό του λάθους και την υιοθέτηση κατάλληλων πλαισίων αναφοράς προσανατολισμού στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο με αποτέλεσμα την παραγωγή νοημάτων.

Η χρήση των αλληλοσυνδεδεμένων αναπαραστάσεων για την υιοθέτηση κατάλληλων πλαισίων αναφοράς και τελικά την παραγωγή νοήματος φαίνεται στο παρακάτω επεισόδιο. Οι μαθήτριες έχουν αποφασίσει πως για τη σχεδίαση του μοντέλου θα χρειαστεί να συνθέσουν δύο ορθογώνια. Έχουν καλέσει τη διαδικασία που σχεδιάζει το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο που αναπαριστά την οθόνη του λάπτοπ, ωστόσο τώρα δυσκολεύονται να εντοπίσουν την εντολή που θα προσανατολίσει το σπουργίτι σε διαφορετικό επίπεδο για να σχεδιάσει το δεύτερο παραλληλόγραμμο, που θα αναπαριστά το μέρος του πληκτρολογίου. Η διαισθητική ιδέα που εκφράζεται στο συντάκτη από τους μαθητές είναι πως το σπουργίτι πρέπει να μετακινηθεί προς τα πίσω, κι έτσι γράφουν την εντολή «πίσω 30» (Εικόνα 2).



Εικόνα 2. Οι μαθήτριες γράφουν στο συντάκτη την εντολή "πίσω 30".

Μ2: *Τι; Το σπουργίτι έπρεπε να πάει προς τα πίσω…*

Η Μ2 αναπαριστά με την παλάμη της την κίνηση που θέλει να κάνει το σπουργίτι και η Μ1 παρατηρεί.

Μ1: *Αυτό είναι πίσω για το σπουργίτι;*

Η Μ1 αναφέρεται στην κίνηση που κάνει με την παλάμη της η Μ2.

Μ2: …*κάτσε το πίσω για αυτό είναι…*

Η Μ2 αναπαριστά με την παλάμη της την κίνηση που έκανε η ψηφιακή οντότητα.

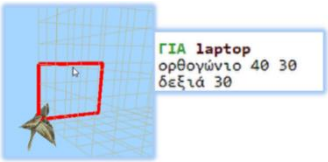
Μ2:*Πρέπει να δούμε ποιο είναι το πίσω για το σπουργίτι, αυτό πρέπει να βρούμε…*

Μ1: *Πρέπει να γυρίσει το σώμα του πρώτα, αλλά πως γυρίζει…*

Μ2: *Με στροφή…*

Μ1: *Δεξιά τότε…*

Οι μαθήτριες παρατηρούν την ενσώματη αναπαράσταση της κίνησης που θέλουν να κάνει το σπουργίτι και τη συγκρίνουν με το αποτέλεσμα της εντολής «πίσω» στη γραφική αναπαράσταση. Καταλαβαίνουν πως η κατεύθυνση που εκείνες ορίζουν με την έννοια «πίσω» δεν είναι «το πίσω για το σπουργίτι». Από τη σύγκριση προκύπτει πως οι μαθήτριες θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν μια εντολή στροφής κι έτσι δοκιμάζουν την εντολή «δεξιά 30» (Εικόνα 3).



Εικόνα 3. Οι μαθήτριες γράφουν στο συντάκτη την εντολή "δεξιά 30".

Μ2: *Βάλε 90…αλλά όχι, το θέμα είναι πως πηγαίνει από εδώ…με 90 θα πηγαίνει πιο πολύ…αυτό δεν το έχει μέσα το ορθογώνιο; Και βγαίνει έτσι κοίτα είναι σε ένα ενώ εμείς για το λάπτοπ πρέπει να πάμε από δω.*

Η Μ2 παίρνει το ποντίκι και κινεί την περιστροφική κάμερα για να δείξει στην Μ1 το στιγμιότυπο της Εικόνας 4.

Εικόνα 4. Η Μ2 δείχνει το στιγμιότυπο στη Μ1, όπου το σπουργίτι είναι προσανατολισμένο σε ένα επίπεδο.

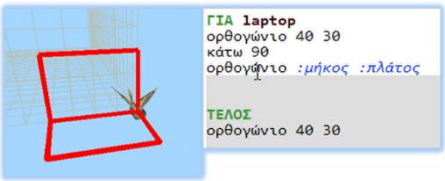
Μ1: *Πρέπει να γυρίσει από την άλλη, μεταβολή 180!*

Μ2: *Όχι θα είναι και πάλι έτσι* (Εικόνα 4).

Η Μ2 αναπαριστά ξανά με την παλάμη της την κίνηση που θέλει να κάνει το σπουργίτι και η Μ1 παρατηρεί.

Μ1: *…αν πάμε κάτω; Για βάλε κάτω…*

Η Μ2 καλεί την εντολή κάτω 90 και στη συνέχεια καλεί και πάλι το ορθογώνιο (Εικόνα 5).



Εικόνα 5. Οι μαθήτριες προσανατολίζουν το σπουργίτι σωστά και καλούν ξανά το "ορθογώνιο"

Μ2: *Ναι*!

Οι μαθήτριες εμπλέκονται σε διερεύνηση σχετικά με τον προσανατολισμό της οντότητας

στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο στην προσπάθεια τους να την κατευθύνουν να σχεδιάσει ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο σε διαφορετικό επίπεδο από αυτό που σχεδίασε το πρώτο. Προηγούμενες έρευνες για το τρόπο που τα παιδιά προσανατολίζονται στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο έχουν αναδείξει την ύπαρξη διαφορετικών πλαισίων στα οποία αναφέρονται για να περιγράψουν τη θέση και την κατεύθυνση μιας ψηφιακής οντότητας (Latsi & Kynigos, 2012). Έτσι τα παιδιά χρησιμοποιούν το πλαίσιο του φυσικού κόσμου (*the World frame*), όπου το πάνω είναι προς τον ουρανό, το εγωκεντρικό πλαίσιο (*the ego frame*), όπου η θέση και η κατεύθυνση προσδιορίζονται από τη θέση και την κατεύθυνση του σώματος τους, το πλαίσιο της κεφαλής (*the head frame*), όπου χρησιμοποιείται η θέση και κατεύθυνση της κεφαλής της ψηφιακής οντότητας, το πλαίσιο του οχήματος (*the vehicle frame*), όπου χρησιμοποιείται η κατεύθυνση και θέση του σώματος της ψηφιακής οντότητας και το πλαίσιο οθόνης (*the display frame*) όπου το πάνω αντιστοιχεί στο πάνω μέρος της οθόνης κ.ο.κ.. Οι μαθήτριες στο παραπάνω επεισόδιο φαίνεται να χρησιμοποιούν διαισθητικά ως αναφορά το σώμα της ψηφιακής οντότητας όταν σκέφτονται πως θα πρέπει να κινηθεί προς τα πίσω και το πλαίσιο της οθόνης όταν αναφέρουν πως η οντότητα κινήθηκε προς τα «κάτω». Από το αποτέλεσμα ωστόσο στη γραφική αναπαράσταση καταλαβαίνουν πως η σημασία της έννοιας «πίσω» διαφέρει όταν τη χρησιμοποιούν για την κίνηση της οντότητας από αυτήν που ορίζουν «πίσω» οι ίδιες και καταλήγουν πως πρέπει να βρουν «τι είναι πίσω για το σπουργίτι». Αντιλαμβάνονται δηλαδή μέσα από τη γραφική αναπαράσταση πως η σημασία της έννοιας πίσω είναι σχετική του πλαισίου αναφοράς που χρησιμοποιούν.

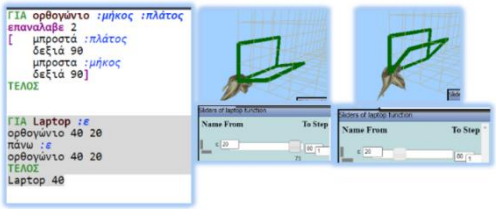
Η μετάβαση στο πλαίσιο αναφοράς της κεφαλής της οντότητας με στόχο τον επιθυμητό προσανατολισμό της, διευκολύνεται μέσα από την ενσώματη αναπαράσταση που χρησιμοποιεί η Μ2 για να συγκρίνει την κίνηση που εκείνη θέλει να κάνει το σπουργίτι με αυτή που κάνει με την εντολή πίσω στη σκηνή του MaLT2. Ταυτίζει με την παλάμη της την ψηφιακή οντότητα, γεγονός που της επιτρέπει να αναπαριστά την κίνηση της χρησιμοποιώντας ως αναπαραστατικό εργαλείο το σώμα της αλλά και να την παρατηρεί ταυτόχρονα. Οι μαθήτριες έτσι εμπλέκονται σε έναν χωρικό συλλογισμό σύγκρισης, αφού συγκρίνουν την γραφική με την ενσώματη αναπαράσταση για να εντοπίσουν τη διαφορά κι έτσι συμπεραίνουν πως το σπουργίτι «πρέπει να γυρίσει το σώμα του» και όχι να προχωρήσει προς κάποια κατεύθυνση, χρειάζονται επομένως μια εντολή στροφής.

Όταν πειραματίζονται με την εντολή «δεξιά» η Μ2 συμπεραίνει πως δεν είναι αυτή που χρειάζονται ανεξάρτητα από την τιμή που θα τη συνοδεύει καθώς προσανατολίζει το σπουργίτι προς τα δεξιά στο ίδιο επίπεδο. Για να τεκμηριώσει την άποψη της χρησιμοποιεί συνδυαστικά δύο ειδών αναπαραστάσεις ενός δισδιάστατου σχήματος, του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου, τη γραφική αναπαράσταση στη τρισδιάστατη σκηνή του MaLt2 και τη συμβολική αναπαράσταση του σχήματος στο συντάκτη του MaLT2. Συμπεραίνει λοιπόν πως η εντολή δεξιά στρίβει το σπουργίτι αλλά «σε ένα» όπως είναι στο ορθογώνιο που είναι «σε ένα», κι έτσι φαίνεται να διακρίνει τα διαφορετικά επίπεδα προσανατολισμού στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Η συνύπαρξη των πολλαπλών αναπαραστάσεων για την κίνηση της ψηφιακής οντότητας στο χώρο υποστήριξε το χωρικό συλλογισμό της σύγκρισης από τα μαθήτριες και οδήγησε στη νοηματοδότηση για την ύπαρξη διαφορετικών επιπέδων προσανατολισμού στον τρισδιάστατο χώρο.

Σε περιπτώσεις όπως την παραπάνω όπου τα παιδιά προσπαθούσαν να προσδιορίσουν τον προσανατολισμό της ψηφιακής οντότητας, φαίνεται να μεταφράζουν την συμβολική αναπαράσταση σε ενσώματη και αντίστροφα προσεγγίζοντας το χώρο εσωγενώς με αναφορά σε κάθε εντολή. Ωστόσο όταν τα παιδιά χρειάστηκε να καθορίσουν τον προσανατολισμό ολόκληρων σχημάτων, τα οποία έπρεπε να συνθέσουν για να αναπαραστήσουν μια ευρύτερη χωρική δομή, μετέβησαν σε περισσότερο αλλοκεντρικές προσεγγίσεις και χρησιμοποιούσαν

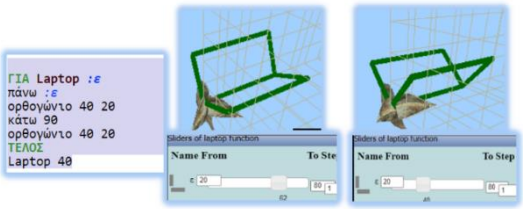
περισσότερο τα μέσα που παρείχε η συμβολική αναπαράσταση στο συντάκτη του MaLT2 εστιάζοντας στη χρήση διαδικασιών.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το παρακάτω απόσπασμα όπου τα παιδιά έχουν χρησιμοποιήσει δύο φορές τη διαδικασία «ορθογώνιο_παραλληλόγραμμο» μέσα στη διαδικασία «Laptop» και προσπαθούν να αναπαραστήσουν την κίνηση που μπορεί να κάνει το αντικείμενο στο χώρο. Χρησιμοποιούν μεταβλητή τιμή στην εντολή «πάνω :ε» ώστε η δίεδρη γωνία που θα σχηματιζόταν να έχει μεταβλητό μέγεθος. Παρότι το αποτέλεσμα τους ικανοποιεί όταν το σχέδιο είναι στατικό, όταν μεταβάλλουν τη γωνία που συνδέει τα δύο ορθογώνια για να κινήσουν το αντικείμενο παρατηρούν πως το μέρος που κινείται δεν είναι το πάνω, αυτό που αναπαριστά την οθόνη αλλά το κάτω, αυτό που αναπαριστά το πληκτρολόγιο (Εικόνα 6).



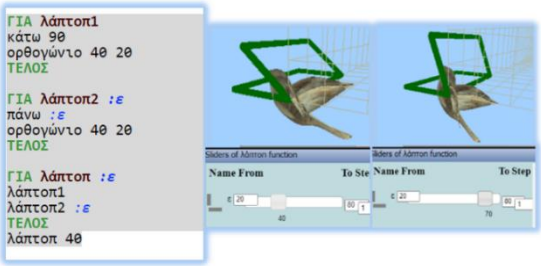
Εικόνα 6. Οι μαθητές κινώντας τον ολισθητή που μεταβάλλει το μέγεθος που συνδέει τα δύο ορθογώνια παραλληλόγραμμα, παρατηρούν πως το μέρος του αντικειμένου που κινείται δεν είναι αυτό που επιθυμούν.

Μ2: *Θέλουμε το από πάνω να ελέγχουμε…*
Μ1: *Δηλαδή ανοίγεις και κλείνεις την οθόνη του λάπτοπ, σωστά…*
Μ2: *Πρέπει να βάλουμε το πάνω στην αρχή.* (Εικόνα 7)



Εικόνα 7. Οι μαθητές βάζουν την εντολή "πάνω" στην αρχή της διαδικασίας "Laptop" και ανάμεσα στα δύο ορθογώνια την εντολή "κάτω 90".

Μ2: *Όχι τώρα γυρίζει όλο μαζί. Το ένα πρέπει να κουνιέται…*
Μ1*: Έτσι, μπορείς να φτιάξεις κύλινδρο…*
Μ2*: Μήπως πρέπει να κάνουμε δύο;* (εννοεί διαδικασίες) *Να τα αλλάξουμε…Πρώτα θα κάνουμε αυτό* (δείχνει με το χέρι το μέρος του λάπτοπ όπου είναι το πληκτρολόγιο), *"λαπτοπ1" για παράδειγμα και μετά άλλο ένα που θα έχει μέσα το "πάνω" κι μετά θα τα βάλουμε και τα δύο μαζί.* (Εικόνα 8)



Εικόνα 8. Οι μαθητές δημιουργούν δύο διαδικασίες, μία για κάθε μέρος του laptop και στη συνέχεια τις χρησιμοποιούν μαζί σε μια τρίτη διαδικασία.

Το παραπάνω επεισόδιο είναι χαρακτηριστικό του πώς οι μαθητές για να προσανατολίσουν μεταξύ τους τα μέρη του μοντέλου σωστά εξέφρασαν το χωρικό συλλογισμό της αποδόμησης του μοντέλου χρησιμοποιώντας την συμβολική αναπαράσταση. Η δομή της προγραμματιστικής γλώσσας η οποία επιτρέπει την δημιουργία διαδικασιών και τη σύνθεση αυτών σε υπερδιαδικασίες τους έδωσε στα παιδιά πρόσβαση στη δομή του τρισδιάστατου αντικειμένου και παρείχε τα μέσα για να το αποσυνθέσουν, να σκεφτούν για το διαφορετικό προσανατολισμό των μερών του και να το ανασυνθέσουν για να αναπαραστήσουν σωστά τις σχέσεις μεταξύ των μερών του. Και τα δύο μέρη του μοντέλου ήταν ορθογώνια παραλληλόγραμμα αλλά ο προσανατολισμός τους διαφορετικός. Έτσι ο Μ2 σκέφτηκε πως μπορεί να συνθέσει τις δύο διαφορετικές διαδικασίες σε κάθε μια από τις οποίες θα χρησιμοποιούσαν το «ορθογώνιο_παραλληλόγραμμο» αλλά στην καθεμιά θα του απέδιδαν διαφορετικό προσανατολισμό. Τελικά συνέθεσαν τις δύο νέες διαδικασίες «λάπτοπ1» και «λάπτοπ2» σε μια υπερδιαδικασία «λάπτοπ» συνθέτοντας έτσι δύο σχήματα σε ένα ευρύτερο τρισδιάστατο μοντέλο αναπτύσσοντας έτσι τη δεξιότητα της χωρικής δόμησης.

Η δυνατότητα να σχεδιάσουν διαφορετικά παραλληλόγραμμα με διαφορετικό προσανατολισμό κατά τη διάρκεια της διερεύνησης τους, έκανε τον Μ1 να σκεφτεί για το στερεό του κυλίνδρου ως αποτέλεσμα της σύνθεσης ίδιων παραλληλόγραμμων σε διαφορετικό προσανατολισμό.

Συμπεράσματα

Η ερευνητική παρέμβαση που παρουσιάστηκε σε αυτό το άρθρο μελετά τον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές οικοδομούν χωρικές έννοιες ενώ χειρίζονται, διασκευάζουν κι δημιουργούν εκ νέου μοντέλα τρισδιάστατων αντικειμένων χρησιμοποιώντας τις πολλαπλές αλληλοσυνδεόμενες αναπαραστάσεις που παρέχει ένα ειδικά σχεδιασμένο ψηφιακό περιβάλλον.

Αναφορικά με το πρώτο ερευνητικό ερώτημα τα παιδιά χρησιμοποίησαν τις πολλαπλές αλληλοσυνδεόμενες αναπαραστάσεις για να συγκρίνουν τις διαισθητικές τους αντιλήψεις για τη κατεύθυνση της ψηφιακής οντότητας στο τρισδιάστατο χώρο με τις γραφικές αναπαραστάσεις που προέκυψαν στην τρισδιάστατη σκηνή του MaLT2. Από τα αποτελέσματα της έρευνας φάνηκε πως οι μαθητές χρησιμοποιήσαν αρχικά ενσώματες αναπαραστάσεις για να εκφράσουν τη θέση και την κατεύθυνση της οντότητας στο χώρο. Οι ενσώματες αναπαραστάσεις βοήθησαν τα παιδιά να παρατηρήσουν τις κινήσεις που ήθελαν να κάνει η οντότητα στο χώρο έτσι ώστε να τις εκφράσουν μέσα από τη συμβολική αναπαράσταση στο συντάκτη. Σε περιπτώσεις που η γραφική αναπαράσταση δεν

ανταποκρίθηκε στις προσδοκίες τους, η δυνατότητα επεξεργασίας της συμβολικής αναπαράστασης έδωσε στα παιδιά ευκαιρίες για πειραματισμό και διερεύνηση με αποτέλεσμα να αντιληφθούν τη σχετική φύση των χωρικών εννοιών και να υιοθετήσουν κατάλληλα πλαίσια αναφοράς για τον αποτελεσματικό προσανατολισμό τα οντότητας. Ακόμη τα μέσα της συμβολικής αναπαράστασης και συγκεκριμένα η δομή της προγραμματιστική γλώσσας που επιτρέπει τη δυνατότητα σύνταξης διαδικασιών και τη χρήση τους ως υποδιαδικασίες για την σύνθεση μιας ευρύτερων, υποστήριξε διαδικασίες χωρικού συλλογισμού και χωρικής δόμησης, της σύνθεσης δηλαδή μιας ευρύτερης χωρικής δομής μέσα από τη χρήση επιμέρους μερών.

Αναφορικά με το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα, η χρήση των αναπαραστάσεων και των μεταφράσεων τους μέσα από διαφορετικά σημειωτικά συστήματα προσέφερε στα παιδιά ευκαιρίες για νοηματοδότηση. Τα παιδιά συνειδητοποίησαν την ύπαρξη διαφορετικών πλαισίων αναφοράς για την έκφραση των χωρικών εννοιών που σχετίζονται με τον προσανατολισμό, όπως η κατεύθυνση. Αυτές φάνηκε πως μπορούν να λειτουργήσουν ως αφετηρία για την οικοδόμηση νοημάτων τρισδιάστατης γεωμετρίας όπως η έννοια του επιπέδου και του κυλίνδρου.

Αν και από τα αποτελέσματα της έρευνας προκύπτει πως η χρήση υπολογιστικών περιβαλλόντων που παρέχουν αλληλοσυνδεόμενες αναπαραστάσεις ευνοεί την ανάπτυξη χωρικών συλλογισμών και νοηματοδότησης, η έρευνα έχει σημαντικούς περιορισμούς. Ο αριθμός των μαθητών που συμμετείχαν στη παρέμβαση ήταν μικρός και η διάρκεια κατά την οποία υλοποιήθηκε η παρέμβαση ήταν σύντομη. Ωστόσο τα συμπεράσματα της έρευνας είναι χρήσιμα ως βάση για τον σχεδιασμό ανάλογων δραστηριοτήτων του επόμενου κύκλου διερεύνησης στο πλαίσιο μιας ευρύτερης έρευνας σχεδιασμού με αντικείμενο τη μελέτη της ανάπτυξης της αντίληψης του χώρου από τα παιδιά μέσα από τη χρήση πολλαπλών αλληλοσυνδεόμενων ψηφιακών αναπαραστάσεων.

Ευχαριστίες

Η υλοποίηση της διδακτορικής διατριβής, μέρος της οποίας αποτελεί η έρευνα που περιγράφεται στο άρθρο, συγχρηματοδοτήθηκε από την Ελλάδα και την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού, Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση», 2014-2020, στο πλαίσιο της Πράξης «Ενίσχυση του ανθρώπινου δυναμικού μέσω της υλοποίησης διδακτορικής έρευνας Υποδράση 2: Πρόγραμμα χορήγησης υποτροφιών ΙΚΥ σε υποψηφίους διδάκτορες των ΑΕΙ της Ελλάδας», στη γλώσσα σύνταξης της Διδακτορικής Διατριβής.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

Ainsworth, S. (2008). The Educational Value of Multiple-representations when Learning Complex Scientific Concepts. Στο J. K. Gilbert, M. Reiner, & M. Nakhleh (Επιμ.), *Visualization: Theory and Practice in Science Education. Models and Modeling in Science Education* (τ. 3, σσ. 191–208). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-5267-5_9

Angelides, P. (2001). The development of an efficient technique for collecting and analyzing qualitative data: The analysis of critical incidents. *International Journal of Qualitative Studies in Education*, *14*(3), 429–442. https://doi.org/10.1080/09518390110029058

Atit, K., Uttal, D. H., & Stieff, M. (2020). Situating space: Using a discipline-focused lens to examine spatial thinking skills. *Cognitive Research: Principles and Implications*, *5*(1), 19. https://doi.org/10.1186/s41235-020-00210-z

Battista, M. T., Clements, D. H., Arnoff, J., Battista, K., & Borrow, C. V. A. (1998). Students' Spatial Structuring of 2D Arrays of Squares. *Journal for Research in Mathematics Education*, *29*(5), 503.

https://doi.org/10.2307/749731

Buckley, J., Seery, N., & Canty, D. (2018). A Heuristic Framework of Spatial Ability: A Review and Synthesis of Spatial Factor Literature to Support its Translation into STEM Education. *Educational Psychology Review*, *30*(3), 947–972. https://doi.org/10.1007/s10648-018-9432-z

Clements, D. H., & Sarama, J. (1995). Design of a logo environment for elementary geometry. *The Journal of Mathematical Behavior*, *14*(4), 381–398. https://doi.org/10.1016/0732-3123(95)90037-3

Clements, D. H., (2003). Geometric and Spatial Thinking in Early Childhood Education. Στο Clements, D. H., Sarama, J., & DiBiase, A. M. (Επιμ.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (σ. 267-297). New York: Routledge. https://doi.org/10.4324/9781410609236.

Clements, D. H., Sarama, J., Van Dine, D. W., Barrett, J. E., Cullen, C. J., Hudyma, A., Dolgin, R., Cullen, A. L., & Eames, C. L. (2018). Evaluation of three interventions teaching area measurement as spatial structuring to young children. *The Journal of Mathematical Behavior*, *50*, 23–41. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.12.004

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, *32*(1), 9–13. https://doi.org/10.3102/0013189X032001009

Conceição, J., & Rodrigues, M. (2022). Spatial Structuring of 3D Shapes. Sisyphus — Journal of Education, 73-99 Pages. https://doi.org/10.25749/SIS.25696

Davis, B., & Group, S. R. S. (2015). *Spatial Reasoning in the Early Years: Principles, Assertions, and Speculations*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315762371

DeWindt-King, A., & Goldin, G. (2003). Children's Visual Imagery: Aspects of Cognitive Representation in Solving Problems with Fractions 1. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, *2*(1), 1–42. Ανακτήθηκε από: https://www.researchgate.net/profile/Gerald-Goldin/publication/237801519_Children%27s_Visual_Imagery_Aspects_of_Cognitive_Representation_in_Solving_Problems_with_Fractions_1/links/0deec5348a391d103f000000/Childrens-Visual-Imagery-Aspects-of-Cognitive-Representation-in-Solving-Problems-with-Fractions-1.pdf

Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning. Στο *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (σ. 25). https://eric.ed.gov/?id=ED466379

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(1), 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Duval, R. (2017). Representation and Knowledge: The Semiotic Revolution. Στο *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. (σσ. 1–19). Springer. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-56910-9_1

Fernandez-Baizan, C., Arias, J. L., & Mendez, M. (2021). Spatial orientation assessment in preschool children: Egocentric and allocentric frameworks. *Applied Neuropsychology: Child*, *10*(2), 171–193. https://doi.org/10.1080/21622965.2019.1630278

Healy, L., & Kynigos, C. (2010). Charting the microworld territory over time: Design and construction in mathematics education. *ZDM*, *42*(1), 63–76. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0193-5

Hegarty, M., & Waller, D. (2004). A dissociation between mental rotation and perspective-taking spatial abilities. *Intelligence*, *32*(2), 175–191. https://doi.org/10.1016/j.intell.2003.12.001

Kynigos, C. (2012). Niches for Constructionism: Forging connections for practice and theory. Στο *Proc. of Constructionism 2012 Conference, Athens, Greece: Theory Practice and Impact* (σσ. 40–51).

Kynigos, C., & Grizioti, M. (2018). Programming Approaches to Computational Thinking: Integrating Turtle Geometry, Dynamic Manipulation and 3D Space. *Informatics in Education*, *17*(2), 321–340. https://doi.org/10.15388/infedu.2018.17

Latsi, M., & Kynigos, C. (2012). Experiencing 3d Simulated Space Through Different Perspectives. Στο A. Jimoyiannis (Επιμ.), *Research on e-Learning and ICT in Education* (σσ. 183–195). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-1083-6_14

Latsi, M., & Kynigos, C. (2021). Mathematical Assemblages Around Dynamic Aspects of Angle in Digital and Physical Space. *International Journal of Science and Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/s10763-021-10225-7

Makina, A. (2010). The role of visualisation in developing critical thinking in mathematics. *Perspectives in*

Education, *28*(1), 24–33. Ανακτήθηκε από: https://www.ajol.info/index.php/pie/article/view/76898

Metoyer, S., & Bednarz, R. (2017). Spatial Thinking Assists Geographic Thinking: Evidence from a Study Exploring the Effects of Geospatial Technology. *Journal of Geography*, *116*(1), 20–33. https://doi.org/10.1080/00221341.2016.1175495

Morgan, C., & Kynigos, C. (2014). Digital artefacts as representations: Forging connections between a constructionist and a social semiotic perspective. *Educational Studies in Mathematics*, *85*(3), 357–379. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9523-1

Newcombe, N. S., & Frick, A. (2010). Early Education for Spatial Intelligence: Why, What and How. *Mind, Brain, and Education*, *4*(3), 102–111. https://doi.org/10.1111/j.1751-228X.2010.01089.x

Zimmermann, L., Foster, L., Golinkoff, R. M., & Hirsh-Pasek, K. (2019). Spatial Thinking and STEM. How Playing with Blocks Supports Early Math. *American Educator*, *42*(4), 22–27. Ανακτήθηκε από: https://eric.ed.gov/?id=EJ1200228