ePublishing

Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2011)

2ο Πανελλήνιο Συνέδριο: «Ένταξη και χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία»

# Διδασκαλία της Αξονικής Συμμετρίας στο Γυμνάσιο με χρήση ΤΠΕ

*Α. Σκόδρας, Τ. Τριανταφυλλίδης, Χ. Μαρκόπουλος*

**Βιβλιογραφική αναφορά:**

Σκόδρας Α., Τριανταφυλλίδης Τ., & Μαρκόπουλος Χ. (2023). Διδασκαλία της Αξονικής Συμμετρίας στο Γυμνάσιο με χρήση ΤΠΕ. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, *1*, 0783–0793. ανακτήθηκε από https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/4899

# Διδασκαλία της Αξονικής Συμμετρίας στο Γυμνάσιο με χρήση ΤΠΕ

**Α. Σκόδρας[1], Τ. Τριανταφυλλίδης[2], Χ. Μαρκόπουλος[3]**

[1] Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, askodras@uth.gr
[2] Τμήμα Παιδαγωγικό Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, ttriant@uth.gr
[3] Τμήμα Παιδαγωγικό Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Πατρών, cmarkopl@upatras.gr

**Περίληψη**

Η διδασκαλία της συμμετρίας αποτελεί βασικό άξονα του μαθήματος της γεωμετρίας σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών για την πρωτοβάθμια και τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Στην παρούσα εργασία περιγράφεται ο σχεδιασμός, η υλοποίηση και η αξιολόγηση των μαθησιακών αποτελεσμάτων μιας διδασκαλίας στην αξονική συμμετρία και τον άξονα συμμετρίας με χρήση Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνιών (ΤΠΕ) σε μαθητές και μαθήτριες της Α΄ Γυμνασίου ενός σχολείου του Νομού Καρδίτσας. Η διδασκαλία αυτή πραγματοποιήθηκε σύμφωνα με τις προβλεπόμενες από το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών (ΑΠΣ) διδακτικές ώρες και έχοντας ως δομικό στοιχείο τη χρήση εφαρμογών που σχεδιάστηκαν για το Λογισμικό Δυναμικής Γεωμετρίας Geogebra. Η μελέτη των στοιχείων που συλλέχτηκαν και των μαθησιακών αποτελεσμάτων των διδακτικών παρεμβάσεων ανέδειξαν την εξέλιξη των αντιλήψεων των μαθητών σχετικά με την έννοια της συμμετρίας και στηρίζουν το συμπέρασμα ότι το ομαδοσυνεργατικό εποικοδομητικό μοντέλο, στηριζόμενο στις ΤΠΕ, δίνει βελτιωμένα μαθησιακά αποτελέσματα σε σύγκριση με τις παραδοσιακές μεθόδους διδασκαλίας

**Λέξεις κλειδιά:** *αξονική συμμετρία, δευτεροβάθμια εκπαίδευση, λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας.*

## 1. Εισαγωγή

Πολλές έρευνες που έχουν γίνει για την εξακρίβωση των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν οι μαθητές (η χρήση του αρσενικού γένους στο κείμενο δεν υποδηλώνει έμφυλες διακρίσεις) στις έννοιες της αξονικής συμμετρίας και του άξονα συμμετρίας αλλά και για τον εντοπισμό των λανθασμένων αντιλήψεων και ιδεών τους, έδειξαν ότι ένα μεγάλο ποσοστό μαθητών αντιμετωπίζει δυσκολίες στην κατανόηση αυτών των εννοιών. Οι δυσκολίες και οι λανθασμένες απόψεις σχετικά με την αξονική συμμετρία αναδεικνύονται σε αρκετές έρευνες (Markopoulos, Panagiotakopoulos, & Potari, 2008; Son, 2006; Assessment of Performance Unit, 1981; Küchemann, 1980; Γαγάτση & Γαλλή, 1989). Οι μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες, όταν ο άξονας είναι σε διαγώνια θέση, αφού δε λαμβάνουν καθόλου υπόψη τους την κλίση της ευθείας, ενώ στις ίδιες έρευνες παρατηρείται και παρανόηση ανάμεσα στην αξονική συμμετρία και την παράλληλη μεταφορά ενός σχήματος. Επίσης, στις έρευνες των Τσελεπίδη και Μαρκόπουλου (2005), Leikin,

Berman & Zaslavsky (2000), Hoyles και Healy (1997) παρουσιάστηκαν λανθασμένες αντιλήψεις των μαθητών σχετικά με τους άξονες συμμετρίας των ορθογωνίων και των τετραγώνων αλλά και για υποτιθέμενους άξονες συμμετρίας στα παραλληλόγραμμα.

Τίθεται, λοιπόν, το ερώτημα κατά πόσο μπορεί ένα ομαδοσυνεργατικό και εποικοδομητικό μαθησιακό περιβάλλον, του οποίου ο δομικός σχεδιασμός περιλαμβάνει εφαρμογές λογισμικού, να συμβάλλει στην τροποποίηση των παραστάσεων και των αρχικών αντιλήψεων των μαθητών στις έννοιες της αξονικής συμμετρίας και του άξονα συμμετρίας. Στο πλαίσιο, λοιπόν, της διερεύνησης αυτού του ερωτήματος, έλαβε χώρα το παρόν διδακτικό πείραμα στο μάθημα της Γεωμετρίας με τη μορφή διδακτικών παρεμβάσεων, έχοντας ως σκοπό τη διδασκαλία των εννοιών της αξονικής συμμετρίας και του άξονα συμμετρίας επίπεδων σχημάτων σε μαθητές και μαθήτριες της Α΄ Γυμνασίου με εποικοδομητικό τρόπο και χρήση ΤΠΕ, ώστε να διαπιστωθεί αν η διδασκαλία αυτή προσφέρει καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα σε σχέση με τον παραδοσιακό δασκαλοκεντρικό τρόπο μετωπικής διδασκαλίας. Οι μαθητές που συμμετείχαν στο διδακτικό πείραμα εργάστηκαν ομαδοσυνεργατικά και χρησιμοποίησαν εκπαιδευτικά λογισμικά και χειραπτικά υλικά. Στην παρούσα εργασία περιγράφεται το μέρος του διδακτικού πειράματος που έχει σχέση με τη χρήση των ΤΠΕ στη διδασκαλία της αξονικής συμμετρίας, καθώς και τα μαθησιακά αποτελέσματα που πρόεκυψαν.

## 2. Η διδασκαλία της Συμμετρίας με χρήση ΤΠΕ

Η Συμμετρία είναι μια θεμελιώδης έννοια της Γεωμετρίας. Υπάρχει σε αντικείμενα που χρησιμοποιούμε καθημερινά και δεν σχετίζονται απαραίτητα με τα Μαθηματικά. Εμφανίζεται σχεδόν παντού στη φύση και σε πράγματα που κατασκευάζει ο άνθρωπος (έπιπλα, κτίρια, αυτοκίνητα κ.λπ.), ενώ παίζει σημαντικό ρόλο στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, αφού συνδέει διάφορους τομείς των μαθηματικών, όπως Γεωμετρία, Άλγεβρα, Πιθανότητες και Ανάλυση (Leikin, Berman & Zaslavsky, 2000).

Τα παραπάνω αιτιολογούν την ανάγκη διδασκαλίας της Συμμετρίας στην πρωτοβάθμια και στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Σύμφωνα με το ΑΠΣ και το ΔΕΠΠΣ (2003) προβλέπεται η διδασκαλία της αξονικής συμμετρίας σε όλες τις τάξεις του Δημοτικού, καθώς και στην Α΄ τάξη του Γυμνασίου. Μετά τη Β΄ Γυμνασίου τα παιδιά δεν ξαναδιδάσκονται την έννοια της συμμετρίας. Εντούτοις, σε όλες τις τάξεις του Γυμνασίου και του Λυκείου υπάρχουν κεφάλαια των Μαθηματικών αλλά και άλλων μαθημάτων που αναφέρονται σε αυτή την έννοια. Επιπλέον, με βάση το ΔΕΠΠΣ προβλέπεται και προτείνεται για την Ε΄ Δημοτικού διαθεματικό σχέδιο εργασίας με τίτλο «Η συμμετρία στη ζωή μας» (ΔΕΠΠΣ 2003).

### 2.1 Λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας – Εφαρμογές στο Geogebra

Με την εισαγωγή των Λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας στην εκπαίδευση έχει αλλάξει ο τρόπος προσέγγισης και διδασκαλίας της Ευκλείδειας Γεωμετρίας. Τα

δυναμικά ψηφιακά περιβάλλοντα αποτελούν εικονικά εργαστήρια, στα οποία οι μαθητές μπορούν να παίξουν, να διερευνήσουν και να ανακαλύψουν μαθηματικές έννοιες. Εργαζόμενοι σε ψηφιακά περιβάλλοντα, οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να κατασκευάσουν πολλά σχήματα με μεγάλη ακρίβεια μέσα σε ελάχιστο χρόνο. Παρέχεται, επίσης, η δυνατότητα μετακίνησης και μετασχηματισμού των σχημάτων στο επίπεδο και άμεσης τροποποίησης κρίσιμων χαρακτηριστικών ενός σχήματος με τη βοήθεια του ποντικιού. Έτσι, οι μαθητές μπορούν να πειραματιστούν, όχι μόνο κοιτάζοντας την εικόνα, αλλά μετρώντας, συγκρίνοντας και αλλάζοντας τα σχήματα (Arcavi & Hadas, 2000).

Το Geogebra είναι ένα Λογισμικό Δυναμικής Γεωμετρίας που ανήκει στο χώρο του ανοικτού/ελεύθερου λογισμικού. Ως δυναμικό σύστημα γεωμετρίας δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να κάνει κατασκευές με σημεία, διανύσματα, ευθύγραμμα τμήματα, ευθείες, επίπεδα σχήματα, και άλλα, και στη συνέχεια να τα τροποποιήσει με ένα δυναμικό τρόπο, ενώ δίνει τη δυνατότητα στον εκπαιδευτικό να σχεδιάσει μικροεφαρμογές για τις ανάγκες της διδασκαλίας. Επιπλέον, ως ελεύθερο λογισμικό, επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να το εγκαταστήσει σε όλους τους υπολογιστές του σχολείου, ενώ παράλληλα μπορεί να το προσφέρει και στους μαθητές, ώστε η εργασία που γίνεται στο σχολείο να μπορεί να συνεχιστεί και στο σπίτι.

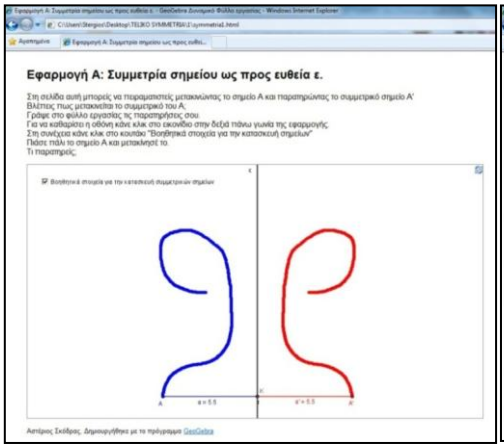
## 2.2 Δραστηριότητες σχετικά με την έννοια της συμμετρίας

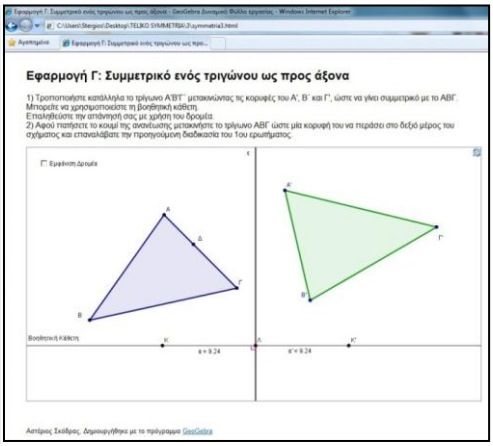
Για την πραγματοποίηση των παρεμβάσεων του διδακτικού πειράματος επιλέχθηκε το λογισμικό Geogebra για το οποίο σχεδιάστηκαν και αναπτύχθηκαν έξι εφαρμογές που αναφέρονται στη συμμετρία ως προς άξονα και στον άξονα συμμετρίας επίπεδων σχημάτων, καθώς και μια αρχική σελίδα «menu» για να μπορεί ο μαθητής να επιλέξει την εφαρμογή που θέλει να χρησιμοποιήσει. Στην πρώτη εφαρμογή υπάρχει μία σταθερή ευθεία ε και δύο σημεία Α και Α΄ συμμετρικά ως προς αυτή. Ο μαθητής έχει τη δυνατότητα να μετακινήσει το μπλε χρώματος σημείο Α, στην οθόνη της εφαρμογής και να παρατηρήσει την κίνηση που εκτελεί το κόκκινου χρώματος συμμετρικό Α΄. Επίσης, μπορούν να εμφανιστούν στην οθόνη οι αποστάσεις των Α και Α΄ από την ευθεία ε, εφόσον τις ενεργοποιήσει ο μαθητής. Έτσι, παρατηρεί άμεσα τη σχέση που συνδέει δύο συμμετρικά σημεία ως προς άξονα (Εικόνα 1).

Στη δεύτερη εφαρμογή δίνονται μια ευθεία ε και δύο ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΓΔ. Η εφαρμογή παρέχει τη δυνατότητα στο μαθητή να μετακινήσει κατάλληλα το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ, ώστε να το καταστήσει συμμετρικό με το τμήμα ΑΒ. Για το σκοπό αυτό ο μαθητής έχει στη διάθεση του μια βοηθητική κάθετη ευθεία στην ευθεία ε που του δίνει η εφαρμογή, καθώς και ένα βοηθητικό κινητό σημείο, χρήσιμο για τις μετρήσεις, πάνω στην ευθεία αυτή.

Ο μαθητής μπορεί να μετακινήσει το τμήμα ΓΔ παράλληλα ή να το περιστρέψει και να χρησιμοποιήσει τη βοηθητική ευθεία σύροντας την εκεί, όπου τη χρειάζεται. Υπάρχει επίσης, ένα σημείο «δρομέας», που ανήκει στο τμήμα ΑΒ και ο μαθητής μπορεί να το μετακινήσει από το ένα άκρο έως το άλλο μέσα στα όρια του ευθύγραμμου τμήματος. Καθώς ο μαθητής μετακινεί το «δρομέα» εμφανίζονται οι

εικόνες των συμμετρικών σημείων του δρομέα ως προς την ευθεία ε και σχηματίζουν το συμμετρικό του τμήματος. Με αυτόν τον τρόπο μπορεί να επαληθεύσει την απάντησή του.



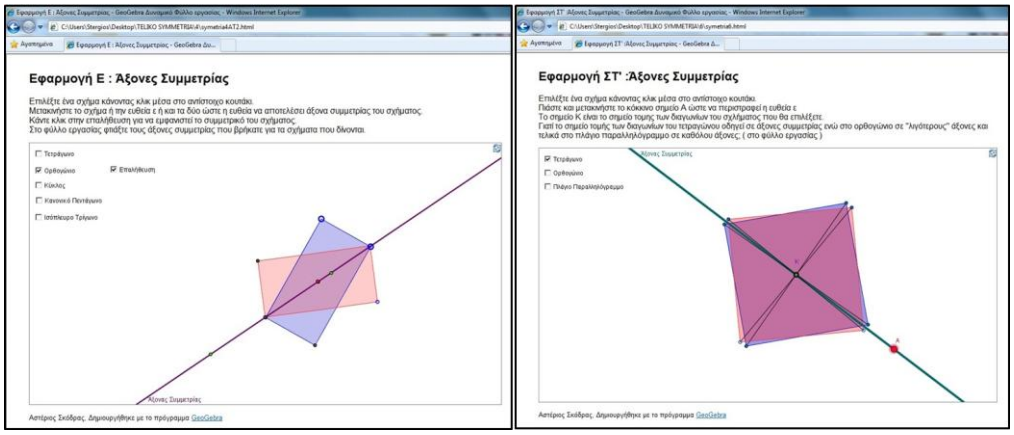




***Εικόνα 1:*** *Η 1η εφαρμογή.* ***Εικόνα 2:*** *Η 3η εφαρμογή του Geogebra.*

Στην τρίτη εφαρμογή ο μαθητής, μπορεί να μετακινήσει και να αλλάξει τη μορφή ενός τριγώνου Α΄Β΄Γ΄ με τελικό σκοπό να το τοποθετήσει έτσι, ώστε να είναι συμμετρικό με το ΑΒΓ που δίνεται. Με το σημείο «δρομέα» μπορεί να επαληθευτεί η απάντηση (Εικόνα 2).

Στην τέταρτη εφαρμογή επιδιώκεται να πειραματιστεί ο μαθητής με περισσότερα σχήματα εκτός από το τρίγωνο. Για το σκοπό αυτό, στην εφαρμογή δίνονται διάφορα σχήματα (δύο κανονικά πεντάγωνα, δύο τρίγωνα, δύο κύκλοι, δύο τετράγωνα, κ.λπ.) και μία ευθεία ε. Ο μαθητής πρέπει να μετακινήσει παράλληλα, να περιστρέψει ή να αλλάξει το μέγεθος των ζευγαριών των όμοιων σχημάτων, ώστε να γίνουν συμμετρικά ως προς την ευθεία ε. Για παράδειγμα, ο μαθητής πρέπει με κατάλληλους μετασχηματισμούς των δύο τετραγώνων να τα καταστήσει συμμετρικά ως προς την ευθεία ε και να επαναλάβει τη διαδικασία για τα υπόλοιπα σχήματα. Όπως και στις άλλες εφαρμογές, ο μαθητής μπορεί να χρησιμοποιήσει τα βοηθητικά εργαλεία της εφαρμογής και στο τέλος έχει τη δυνατότητα να επαληθεύσει τις απαντήσεις του.

Οι δύο τελευταίες εφαρμογές αναφέρονται στον άξονα συμμετρίας επίπεδων σχημάτων (Εικόνα 3). Πιο συγκεκριμένα, η πέμπτη εφαρμογή παρέχει εργαλεία, τα οποία οι μαθητές μπορούν να χειριστούν κατάλληλα για να διερευνήσουν αν κάποιο δοθέν σχήμα έχει άξονα συμμετρίας. Τα σχήματα που δίνονται από την εφαρμογή είναι ένα κανονικό πεντάγωνο, ένα ορθογώνιο, ένας κύκλος, ένα ισόπλευρο τρίγωνο και ένα τετράγωνο. Στην έκτη και τελευταία εφαρμογή, στόχος είναι να μπορέσουν οι μαθητές να εξακριβώσουν τις διαφορές του τετραγώνου, του ορθογωνίου και του πλάγιου παραλληλογράμμου σε ό,τι αφορά στους άξονες συμμετρίας τους.




***Εικόνα 3:*** *Η 5η και 6η εφαρμογή του Geogebra.*

# 3. Μεθοδολογία

Για το σχεδιασμό και την πραγματοποίηση της διδακτικής παρέμβασης αρχικά διερευνήθηκαν οι αντιλήψεις των παιδιών, μέσω ερωτηματολογίων, ενώ χρησιμοποιήθηκαν συνεντεύξεις για τη συλλογή πληροφοριών σχετικά με τον τρόπο συμπλήρωσης τους. Βάσει αυτών σχεδιάστηκαν και αναπτύχτηκαν οι εφαρμογές για το λογισμικό Geogebra, οι οποίες συμπεριλήφθηκαν στις διδακτικές παρεμβάσεις.

Πιο αναλυτικά, αρχικά επιλέχθηκαν τα δύο τμήματα Τ1 και Τ2. Το μεν Τ1 αποτέλεσε το τμήμα που μετείχε σε όλες τις φάσεις της έρευνας και των διδακτικών παρεμβάσεων, ενώ το Τ2 λειτούργησε ως Ομάδα Ελέγχου (ΟΕ). Πριν τη διδακτική παρέμβαση δόθηκαν στους μαθητές και των δύο τμημάτων ερωτηματολόγια (pre-test) που περιείχαν εφαρμογές και ασκήσεις σχετικές με τη συμμετρία ως προς άξονα και με τον άξονα συμμετρίας επίπεδων σχημάτων, ώστε να διερευνηθούν οι αρχικές ιδέες και γνώσεις τους. Τα ερωτηματολόγια δόθηκαν και στα δύο τμήματα και κατασκευάστηκαν λαμβάνοντας υπόψη τη σχετική με το θέμα βιβλιογραφία, ενώ οι ερωτήσεις εστίαζαν στα προβλήματα που συνήθως έχουν οι μαθητές σχετικά με τη συμμετρία. Μετά τη συμπλήρωση των ερωτηματολογίων ακολούθησε το στάδιο των ατομικών συνεντεύξεων των μαθητών του τμήματος Τ1. Ζητήθηκε από τον κάθε μαθητή να αναλύσει τη διαδικασία που ακολούθησε στα ερωτήματα του ερωτηματολογίου και να αναπτύξει οποιαδήποτε ιδέα ή παρατήρηση είχε για το θέμα της συμμετρίας. Με το πέρας αυτής της διαδικασίας το υλικό που συγκεντρώθηκε αξιολογήθηκε και χρησιμοποιήθηκε για να επινοηθεί και να σχεδιαστεί η διδακτική παρέμβαση. Οι απαντήσεις και οι ιδέες των παιδιών λήφθηκαν υπόψη στο σχεδιασμό των διδακτικών παρεμβάσεων, στην ανάπτυξη των συγκεκριμένων εφαρμογών στο Geogebra και στην κατασκευή φύλλων δραστηριοτήτων, που να ανταποκρίνονται στις ανάγκες, τις αδυναμίες και τις παρανοήσεις τους.

Η διδακτική παρέμβαση αποτελούνταν από δύο φάσεις. Η πρώτη φάση πραγματοποιήθηκε την 4η και 5η ώρα του ωρολογίου προγράμματος του σχολείου.

Οι μαθητές χωρίστηκαν σε τέσσερις ομάδες των τριών ατόμων και κάθε ομάδα εργάστηκε σε ένα φορητό υπολογιστή. Η αίθουσα είχε ήδη διαμορφωθεί κατάλληλα και είχαν δημιουργηθεί τέσσερις σταθμοί εργασίας που ο καθένας τους θα φιλοξενούσε μια ομάδα μαθητών. Στην πρώτη φάση της διδακτικής παρέμβασης χρησιμοποιήθηκαν οι πέντε από τις έξι μικροεφαρμογές. Στη δεύτερη φάση, χρησιμοποιήθηκαν ένας φορητός υπολογιστής στον έναν από τους σταθμούς εργασίας, η τελευταία μικροεφαρμογή του Geogebra και αντίστοιχα φύλλα εργασίας που έπρεπε να συμπληρωθούν ομαδικά. Τέλος, μετά την ολοκλήρωση της διδακτικής παρέμβασης, για τον έλεγχο των μαθησιακών αποτελεσμάτων οι μαθητές κλήθηκαν να συμπληρώσουν τα τελικά ερωτηματολόγια και να απαντήσουν σε ερωτήσεις σχετικά με το πώς εργάστηκαν. Η συλλογή ερευνητικών δεδομένων κατέστη δυνατή μέσω των ερωτηματολογίων που προαναφέρθηκαν (αρχικών και τελικών), καθώς επίσης και μέσω των συνεντεύξεων. Ερευνητικά δεδομένα αντλήθηκαν από τα φύλλα δραστηριοτήτων και τις ηχογραφήσεις των διάλογων μεταξύ των μαθητών κατά τη διάρκεια της εργασίας τους σε ομάδες.

## 4. Ανάλυση

Η ανάλυση των δεδομένων της διδακτικής παρέμβασης έγινε με άξονα την αλληλεπίδραση των μαθητών με τις εφαρμογές που αναπτύχθηκαν στο Geogebra και τις απαντήσεις τους στα αντίστοιχα φύλλα εργασίας. Πιο αναλυτικά, στην πρώτη φάση, για την πρώτη εφαρμογή υπήρχε ερώτηση στο φύλλο εργασίας που ζητούσε από τους μαθητές να περιγράψουν αυτό που παρατηρούσαν να συμβαίνει στην οθόνη του υπολογιστή, όταν μετακινούσαν το σημείο Α. Στις απαντήσεις των παιδιών χρησιμοποιήθηκε ο όρος «συμμετρικό», ενώ σε άλλα παιδιά παρ' όλο που δεν υπήρχε αναφορά στη «συμμετρία», έγινε περιγραφή αυτής. Ενδεικτικές απαντήσεις ήταν:

- *«Στην απέναντι πλευρά δημιουργήθηκε το συμμετρικό σχήμα του σχήματος που σχεδίασα».*
- *«Όταν μετακινώ το σημείο από την αριστερή μεριά μετακινείται και από δεξιά».*

Επίσης, μπόρεσαν να παρατηρήσουν άμεσα τη σχέση που συνδέει δύο συμμετρικά σημεία ως προς άξονα ενεργοποιώντας την επιλογή «Βοηθητικά Στοιχεία». Στο φύλλο εργασίας υπήρχε ερώτηση για το τι παρατηρούν και τους ζητήθηκε να περιγράψουν εν συντομία αυτό που έβλεπαν να συμβαίνει στην οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Παρατίθενται κάποιες χαρακτηριστικές απαντήσεις των μαθητών παρακάτω:

- *«Τα δύο σημεία απέχουν πάντα το ίδιο από την ευθεία ε».*
- *«Με τα βοηθητικά στοιχεία μπορούμε να μετρήσουμε αποστάσεις».*

Στη δεύτερη εφαρμογή κάποιοι μαθητές αρχικά δεν επέλεξαν να χρησιμοποιήσουν τη βοηθητική ευθεία. Χαρακτηριστικός είναι ο διάλογος που ακολουθεί.

Γιάννης: *Κύριε κοιτάξτε, μπορώ να βρω το συμμετρικό πιο εύκολα και πιο γρήγορα χωρίς να χρησιμοποιώ τη βοηθητική ευθεία.*

Εκπαιδευτικός: *Και πως το κάνεις αυτό Γιάννη;*

Γιάννης: *Κοιτάξτε, υπολογίζω περίπου σε ποιο ύψος είναι το σημείο Α και μετακινώ εκεί το σημείο Γ σε απόσταση από την ευθεία όσο είναι η απόσταση του Α από αυτήν. Το ίδιο κάνω και με το Δ και είμαι έτοιμος.*

Εκπαιδευτικός: *Έκανες την επαλήθευση με το δρομέα;*

Γιάννης: *Ναι … χάνει λιγάκι αλλά άμα προσπαθήσω θα τα καταφέρω καλύτερα.*

Μαρία*: Γιάννη, αυτό που κάνεις μου φαίνεται ότι είναι ίδιο με αυτό που ζητάει η εφαρμογή απλά μας δίνει εργαλεία για να μετράμε αντί να προσπαθούμε μόνοι μας.*

Γιάννης*: Γιατί είναι το ίδιο αφού εγώ δε χρησιμοποιώ τη βοηθητική ευθεία;*

Ελίζα: *Ναι αλλά όμως μετράς στο περίπου τις αποστάσεις. Και η βοηθητική ευθεία αυτό δεν κάνει αλλά πιο σωστά όμως;*

Γιάννης: *Ωχ ! Δίκιο έχετε! Η βοηθητική ευθεία ουσιαστικά με βοηθάει να βρω και το ύψος των σημείων αλλά και την απόσταση.*

Και μετά από λίγο ο Γιάννης είπε: *Έτσι τελικά είναι πιο εύκολο και πιο ακριβές. Κοιτάξτε πόσο καλά το κατάφερα τώρα*

Στην τρίτη εφαρμογή οι μαθητές έχοντας αποκτήσει εμπειρία από τις προηγούμενες εφαρμογές χρησιμοποίησαν με επιτυχία τη βοηθητική ευθεία και κατόρθωσαν να τοποθετήσουν σωστά το τρίγωνο Α΄Β΄Γ΄. Στη συνέχεια οι μαθητές έπρεπε και να σχεδιάσουν στο φύλλο εργασίας το συμμετρικό ενός τριγώνου χρησιμοποιώντας κανόνα και γνώμονα, αλλά πολύ λίγα παιδιά κατάφεραν να ολοκληρώσουν την κατασκευή του συμμετρικού τριγώνου με επιτυχία.

Στη δεύτερη εφαρμογή υπήρχε ερώτημα για το αν τελικά χρειάζεται να βρει κάποιος όλα τα συμμετρικά σημεία για να μπορέσει να σχεδιάσει ένα ευθύγραμμο τμήμα και το 90% των μαθητών απάντησαν με διάφορους τρόπους ότι είναι απαραίτητο να βρεθούν μόνο τα συμμετρικά των σημείων Α και Β. Επίσης, στο φύλλο εργασίας ζητήθηκε από τους μαθητές να σχεδιάσουν το συμμετρικό ενός δοθέντος ευθύγραμμου τμήματος με χρήση του κανόνα και του γνώμονα. Οι απαντήσεις ήταν τριών κατηγοριών και ο αριθμός των απαντήσεων στην κάθε κατηγορία ήταν περίπου ο ίδιος. Μόνο το 1/3 των παιδιών κατασκεύασαν το συμμετρικό τμήμα, όπως ζητούσε το ερώτημα, χρησιμοποιώντας τα γεωμετρικά όργανα. Οι υπόλοιποι μαθητές βρήκαν είτε μόνο το συμμετρικό του ενός άκρου του ευθύγραμμου τμήματος και σχεδίασαν το τμήμα κατά προσέγγιση, είτε σχεδίασαν ολόκληρο το συμμετρικό τμήμα χωρίς χρήση γεωμετρικών οργάνων ή κάθετων γραμμών.

Για τις δύο τελευταίες αυτές εφαρμογές της 1ης διδακτικής παρέμβασης τα δοθέντα σχήματα, ήταν ένα κανονικό πεντάγωνο, ένα ορθογώνιο, ένας κύκλος, ένα ισόπλευρο τρίγωνο και ένα τετράγωνο και όλοι οι μαθητές ανταποκρίθηκαν στις απαιτήσεις αυτών των εφαρμογών. Είναι αξιοσημείωτο ότι οι μαθητές σχεδίασαν στο φύλλο δραστηριοτήτων σχεδόν όλους τους άξονες συμμετρίας των δοθέντων επίπεδων

σχημάτων, ενώ όλοι ανεξαιρέτως απέφυγαν να θεωρήσουν ως άξονες συμμετρίας τις διαγωνίους του ορθογωνίου. Οι δραστηριότητες του φύλλου εργασίας της ολοκληρώνονταν με το ερώτημα, για ποιο λόγο το τετράγωνο έχει περισσότερους άξονες συμμετρίας από το ορθογώνιο, ενώ το παραλληλόγραμμο δεν έχει κανέναν. Παρακάτω παρατίθενται οι πιο αντιπροσωπευτικές απαντήσεις των μαθητών:

- *«Το πλάγιο παραλληλόγραμμο δεν έχει ίσες γωνίες»*
- *«Το τετράγωνο έχει 4 πλευρές ίσες, ενώ το ορθογώνιο έχει 2 πλευρές ίσες. Το παραλληλόγραμμο δεν έχει πλευρές ίσες»*
- *«Στο τετράγωνο όλες οι πλευρές είναι ίσες αλλά όχι στο ορθογώνιο»*

Η δεύτερη φάση της διδακτικής παρέμβασης πραγματοποιήθηκε την $5^{η}$ και $6^{η}$ ώρα του ωρολογίου προγράμματος του σχολείου και μία εβδομάδα μετά την πρώτη φάση. Οι μαθητές διατηρώντας τις ήδη υπάρχουσες ομάδες εργάστηκαν ομαδοσυνεργατικά στην ειδικά διαμορφωμένη αίθουσα με τους τέσσερις σταθμούς εργασίας. Στο σταθμό εργασίας που υπήρχε ο φορητός υπολογιστής οι μαθητές ασχολήθηκαν με την $4^{η}$ εφαρμογή του Geogebra, ενώ τους δόθηκε ένα ομαδικό φύλλο εργασίας.

Στη φάση αυτή της διδακτικής παρέμβασης, οι μαθητές ασχολήθηκαν με την εφαρμογή που έδινε διάφορα ζευγάρια όμοιων σχημάτων και έπρεπε να τα μετασχηματίσουν κατάλληλα, ώστε να καταστούν συμμετρικά ως προς ευθεία ε. Τα παιδιά βρήκαν τα συμμετρικά των σχημάτων με χρήση των εργαλείων στη μικροεφαρμογή και εφάρμοσαν μια παρόμοια διαδικασία στα φύλλα εργασίας τους, δηλαδή με χρήση γεωμετρικών οργάνων σχεδίασαν τα συμμετρικά κάποιων σχημάτων που δίνονταν. Όλες οι ομάδες απάντησαν και σχεδίασαν τα ζητούμενα συμμετρικά σχήματα στα φύλλα εργασίας ολοκληρωμένα. Ένας από τους λόγους της εύρεσης όλων των συμμετρικών σχημάτων χρησιμοποιώντας γεωμετρικά όργανα με επιτυχία ήταν και το γεγονός ότι οι μαθητές στη δεύτερη αυτή φάση είχαν ομαδικό φύλλο εργασίας και συνεργάστηκαν για να βρουν τις απαντήσεις των ερωτημάτων.

Το τμήμα Τ2 (ομάδα ελέγχου) διδάχθηκε τις ίδιες έννοιες χωρίς να χρησιμοποιηθούν ΤΠΕ και η διαδικασία περιλάμβανε παραδοσιακή, δασκαλοκεντρική διδασκαλία από την εκπαιδευτικό. Η εκπαιδευτικός είχε ενημερωθεί για τα αποτελέσματα των pre-test πριν από την πραγματοποίηση της διδασκαλία της και γνώριζε τις αδυναμίες και τις παρερμηνείες των παιδιών για την έννοια της αξονικής συμμετρίας.

Μετά από δέκα εβδομάδες οι μαθητές και των δύο τμημάτων κλήθηκαν να συμπληρώσουν το τελικό ερωτηματολόγιο (post-test) που περιείχε ίδιες ερωτήσεις με το pre-test. Δόθηκε χρόνος 15 λεπτών, όπως ακριβώς και στο pre-test, ενώ οι μαθητές του Τ1 έδωσαν συνέντευξη μετά την συμπλήρωση των ερωτηματολογίων τους.

## 5. Συζήτηση-Συμπέρασμα

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης των pre-test και post-test έδειξαν ότι οι μαθητές εργαζόμενοι σε εφαρμογές εποικοδομητικού τύπου με χρήση ΤΠΕ, γνώρισαν τις βασικές έννοιες της συμμετρίας και τροποποίησαν τις αρχικές τους ιδέες σε

ικανοποιητικό βαθμό. Παράλληλα, οι φορητοί Η/Υ μετέτρεψαν το περιβάλλον στη σχολική αίθουσα, κάνοντάς το πιο ευχάριστο, προκαλώντας το ενδιαφέρον αλλά και τον ενθουσιασμό των μαθητών, οι οποίοι συνεργάστηκαν έχοντας θετική διάθεση στο πλαίσιο της ομαδικής εργασίας. Για τους συγκεκριμένους μαθητές ο συνδυασμός των ΤΠΕ με την ομαδική εργασία ήταν μια πρωτόγνωρη εμπειρία και η δήλωσή τους, «*περάσαμε πολύ καλά και μάθαμε αρκετά πράγματα*», δείχνει ότι το μαθησιακό περιβάλλον θεωρήθηκε ιδιαίτερα ελκυστικό και σύγχρονο. Σημαντικό, επίσης, είναι το γεγονός ότι η ομαδική εργασία με τις ΤΠΕ ενεργοποίησε και μαθητές που έδειχναν λιγότερο ενδιαφέρον για τα μαθήματα του σχολείου, ενώ μαθητές με δυσκολίες στην κατανόηση των εννοιών της συμμετρίας και χαμηλές επιδόσεις στη γεωμετρία, οι οποίοι στο παρελθόν εξαιτίας αυτών των χαμηλών επιδόσεων είχαν αυτοαπομονωθεί κατά τη διάρκεια του μαθήματος της γεωμετρίας, συμμετείχαν ενεργά στις διδακτικές παρεμβάσεις που πραγματοποιήθηκαν. Είναι πολύ σημαντικό να ανακτά ένα παιδί την αυτοπεποίθηση του για τα μαθηματικά, και παρόμοιες διδακτικές παρεμβάσεις με αυτή που πραγματοποιήθηκε για το σκοπό της έρευνας μπορούν να βοηθήσουν προς την κατεύθυνση αυτή.

Μετά τη βαθμολόγηση και την επεξεργασία των test προέκυψε ότι η συνολική βαθμολογία που πέτυχαν τα δύο τμήματα στο pre-test ήταν 173 στα 480 για το τμήμα Τ2 και 88 στα 480 για το Τ1. Η αντίστοιχη βαθμολογία των post-test ήταν 222,5 στα 480 για το Τ2 και 269,5 στα 480 για το Τ1, ενώ η συνολική διαφορά μεταξύ της βαθμολογίας του post-test από το pre-test για το τμήμα ελέγχου Τ2 διαμορφώθηκε στο 49,5 και για το τμήμα Τ1 στο 181,5. Σύμφωνα με τα προηγούμενα, στο Τ1 το ποσοστό επιτυχίας των μαθητών στα ερωτηματολόγια ανέβηκε από 17% σε 56%, ενώ στο τμήμα Τ2 παρ' όλο που το αρχικό ποσοστό επιτυχίας στο pre-test ήταν 36%, δηλαδή πολύ υψηλότερο από το αντίστοιχο ποσοστό του τμήματος Τ1, τελικά στο post-test υπήρχε μόνο μια μικρή άνοδος που ανέβασε το ποσοστό επιτυχίας στο 46%. Επίσης, είναι αξιοσημείωτο ότι δεν υπήρξε μαθητής στο Τ1 που να μη βελτίωσε την επίδοσή του, ενώ στην ομάδα ελέγχου δύο παιδιά διατήρησαν την ίδια βαθμολογία και ένα παιδί πήρε μικρότερη βαθμολογία στο post-test. Οι διαφορές τη βαθμολογία της ομάδας ελέγχου ανάμεσα στο pre-test και post-test ήταν σε κάποιες περιπτώσεις αμελητέες, σε αντίθεση με το τμήμα Τ1, όπου οι διαφορές ήταν πολύ μεγάλες.

Η παρούσα έρευνα στη διδασκαλία της συμμετρίας φανέρωσε ότι είναι δυνατόν αυτή να διδάσκεται αποτελεσματικά με χρήση ΤΠΕ στην Α΄ γυμνασίου. Οι μαθητές αντιμετωπίζουν θετικά τις νέες εποικοδομητικές προσεγγίσεις της διδασκαλίας και εργάζονται αποδοτικότερα, ενώ τα μαθησιακά αποτελέσματα είναι πιο μόνιμου χαρακτήρα. Σύμφωνα, επίσης, με το ΔΕΠΠΣ (2003), η εκπαίδευση πρέπει να υποστηρίζει ενεργητικές και συμμετοχικές μεθόδους προσέγγισης της γνώσης, ώστε να εξασφαλίζεται το απαραίτητο γνωστικό υπόβαθρο και τα εργαλεία εκείνα που θα βοηθούν το κάθε άτομο να ανταποκρίνεται στις ανάγκες για εξειδίκευση, όπως υπαγορεύουν οι εξελίξεις του παρόντος και οι προοπτικές του μέλλοντος. Η διεξαγωγή μιας τέτοιας διαδικασίας απαιτεί εμπειρία στο σχεδιασμό και την υλοποίηση, μελέτη πολλών παραμέτρων, ευελιξία στις μεθόδους, διαχείριση υλικών, σχεδίαση και τήρηση χρονοδιαγράμματος, προσαρμογή στα δεδομένα της σχολικής

μονάδας, αλλά και πολλών άλλων επιμέρους στοιχείων. Είναι βέβαιο ότι όσο καλά και να σχεδιαστεί μια τέτοιου τύπου ερευνητική διαδικασία θα παρουσιαστούν αρκετές φορές απρόβλεπτες καταστάσεις και η εμπειρία του ερευνητή είναι καταλυτικός παράγοντας για την ελαχιστοποίηση των προβλημάτων και την επιτυχία του διδακτικού πειράματος. Έτσι, κάθε έρευνα εκτός των άλλων συμβάλλει και στην απόκτηση εμπειριών από την πλευρά του ερευνητή. Η εργασία με μαθητές έχει πάντοτε δυναμικά χαρακτηριστικά και μέσα σε αυτό το περιβάλλον οι διδάσκοντες αλλά και οι μαθητές χτίζουν τη νέα γνώση (Σκόδρας, 2010).

## *Ευχαριστίες*

Θέλουμε να ευχαριστήσουμε τις μαθήτριες και τους μαθητές που έλαβαν μέρος στη διαδικασία, αφού χάρη στη δική τους συμμετοχή υλοποιήθηκε το διδακτικό πείραμα.

## *Βιβλιογραφία*

Arcavi, A. & Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: An example of an approach. Στο *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 5*(1), pp. 25-45.

Assessment of Performance Unit (APU) (1980, 81, 82). *Mathematical performance Primary survey report Nos. 1-3* HSMO. London

Γαγάτσης, Α. & Γαλλής, Ε. (1989). Αντιλήψεις των μαθητών στην ορθογώνια συμμετρία. Στο *Παιδαγωγική Επιθεώρηση 1989*(11), pp. 173-207.

Hoyles, C. & Healy, L. (1997). Unfolding meanings for reflective symmetry, *International journal of computers in mathematical learning* , 2 (1) pp. 27-59.

Küchemann, D.E. (1980). Children's difficulties with single reflections and rotations. *Mathematics in schools. 9*(2), pp. 12-13.

Leikin, R., Berman, A. & Zaslavsky, O. (2000). Learning through teaching: The case of symmetry. *Mathematics Education Research Journal*. *12*, pp. 16-34.

Markopoulos, C., Panagiotakopoulos, C. & Potari, D. (2008). Prospective primary teachers' conceptions of axial symmetry. *11th International Congress on Mathematical Education (ICME-11)*, Monterrey, Mexico.

Σκόδρας, Α. (2010). *Ανάπτυξη και χρήση Ψηφιακού και Χειραπτικού Υλικού για τη Διδασκαλία της Αξονικής Συμμετρίας σε Μαθητές και Μαθήτριες της Πρώτης Τάξης του Γυμνασίου*. Αδημοσίευτη μεταπτυχιακή εργασία, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Βόλος.

Son, J. (2006). Investigating Pre-service Teachers' Understanding and Strategies on a Student's errors of reflective symmetry. Στο Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 5, pp. 145-152. Prague: PME.

Τσελεπίδης, Κ. & Μαρκόπουλος, Χ. (2005). *Συμμετρία: σχέση ισότητας ή γεωμετρικός μετασχηματισμός;*. 1ο Συνέδριο Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών.

ΥΠ.Ε.Π.Θ. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. (2003). *Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) και Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (Α.Π.Σ.) Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης*. Αθήνα. Ο.Ε.Δ.Β.