

Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2011)

2ο Πανελλήνιο Συνέδριο: «Ένταξη και χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία»



Διατυπώνοντας τα Θεωρήματα Ισότητας Τριγώνων με τη βοήθεια ενός Έμπειρου Διδακτικού Συστήματος

Γ. Αντωνέλου, Β. Κόμης

Βιβλιογραφική αναφορά:

Αντωνέλου Γ., & Κόμης Β. (2023). Διατυπώνοντας τα Θεωρήματα Ισότητας Τριγώνων με τη βοήθεια ενός Έμπειρου Διδακτικού Συστήματος. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, 1, 0085–0094. ανακτήθηκε από <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/4761>

Διατυπώνοντας τα Θεωρήματα Ισότητας Τριγώνων με τη βοήθεια ενός Έμπειρου Διδακτικού Συστήματος

Γ. Αντωνέλου¹, Β. Κόμης²

¹ Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Πατρών, georant@upatras.gr

² ΤΕΕΑΠΗ, Πανεπιστήμιο Πατρών, komis@upatras.gr

Περίληψη

Η παρούσα εργασία μελετά τη χρήση ενός Έμπειρου Διδακτικού Συστήματος (ΕΔΣ) στη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών και ειδικότερα στην ισότητα τριγώνων στην Α' Λυκείου. Πρόκειται για μια μελέτη περίπτωσης στην οποία σχεδιάστηκε και εφαρμόστηκε ένα ΕΔΣ με τη χρήση ενός κελύφους ΕΣ το ExSys σε μαθητές της Α' Λυκείου. Συγκεκριμένα, το εκπαιδευτικό σενάριο που υλοποιήθηκε με το ΕΔΣ εφαρμόστηκε και αξιολογήθηκε σε τρεις δυάδες μαθητών. Παρατηρήθηκε ότι οι μαθητές, με τη βοήθεια εφαρμογής («HOW») που υποστηρίζει το ΕΔΣ, διατύπωσαν τα θεωρήματα και υιοθέτησαν το συλλογιστικό μηχανισμό συμπερασμάτων που χρησιμοποιεί το ΕΔΣ.

Λέξεις Κλειδιά: Έμπειρο Διδακτικό Σύστημα, θεωρήματα ισότητας τριγώνων, κέλυφος ExSys

1. Εισαγωγή: Γιατί να χρησιμοποιήσουμε Έμπειρα Διδακτικά Συστήματα;

Στα συστήματα διδασκαλίας με υπολογιστές εντάσσονται και τα Έμπειρα Διδακτικά Συστήματα (ΕΔΣ), τα οποία αποτελούν εφαρμογές στην εκπαιδευτική διαδικασία των Έμπειρων Συστημάτων (ΕΣ). Τα Έμπειρα Συστήματα είναι οι πιο διαδεδομένες ίσως εφαρμογές Τεχνητής Νοημοσύνης και αποσκοπούν στη μοντελοποίηση μέσω υπολογιστή της εμπειρίας ενός ειδικού σε κάποιο τομέα, εξασφαλίζοντας έτσι τη δυνατότητα να δρα πλέον ο υπολογιστής ως ειδικός.

Τα ΕΔΣ προορίζονται για εκπαιδευτικές και διδακτικές λειτουργίες (Sleeman & Brown, 1982, Σωτηροπούλου, 1992) και ειδικότερα για την κατανόηση, την αξιολόγηση και τη διόρθωση/διαμόρφωση του συλλογιστικού μηχανισμού των μαθητών σε εκπαιδευτικού τύπου προβλήματα (Collins, 2006, Bourdeau et al., 2010). Η θεμελιώδης διαφορά ανάμεσα στο κλασσικό πρόγραμμα διδασκαλίας με τη βοήθεια υπολογιστή και σε ένα έμπειρο διδακτικό σύστημα έγκειται στο χειρισμό των γνώσεων (Mathews, 2006). Συγκεκριμένα, ενώ ένα πρόγραμμα διδασκαλίας με τη βοήθεια υπολογιστή συνήθως χρησιμοποιεί ένα σύστημα ερωτήσεων με προκατασκευασμένες απαντήσεις, το ΕΔΣ διαθέτει μια αληθινή αναπαραστάση γνώσεων του χώρου και είναι ικανό να πραγματοποιήσει συλλογισμούς και να δώσει επεξηγήσεις πάνω σε αυτούς (Κόμης, 2004).

Η δυνατότητα αυτή είναι εγγενές χαρακτηριστικό των ΕΣ και υλοποιείται μέσω ενός μηχανισμού επεξήγησης, ο οποίος συνήθως είναι σε θέση να απαντά σε δύο τύπου ερωτήματα: το **πώς** κατέληξε σε ένα συμπέρασμα και το **γιατί** σύμφωνα με πληροφορίες που λαμβάνει από τον εκάστοτε χρήστη. Εκ κατασκευής το σύστημα κρατά πληροφορίες σχετικά με τη διαδικασία απόδειξης και παραθέτει τους κανόνες που ενεργοποιήθηκαν κατά τη διάρκειά της και οδήγησαν στην απάντηση (Βλαχάβας κ.α., 2002).

Έτσι, η χρήση και πολύ περισσότερο η κατασκευή ενός ΕΣ οδηγεί το μαθητή ή το χρήστη στο να σκεφτεί περισσότερο το ΠΩΣ και το ΓΙΑΤΙ παρά το ΤΙ, να δώσει συνεπώς έμφαση στις συνθήκες και τους περιορισμούς που αφορούν ένα θέμα και όχι απλώς σε ξεχωριστά γεγονότα ή έννοιες (Alessi & Trollip, 2001). Υπό την έννοια αυτή τα ΕΔΣ συνιστούν γνωστικά εργαλεία (Jonassen, 2000, Jonassen et al. 1995) στην υπηρεσία των μαθητών. Στο πλαίσιο αυτό σχεδιάστηκε ένα απλό ΕΔΣ για τη μελέτη γεωμετρικών εννοιών. Στη συνέχεια της εργασίας παρουσιάζεται καταρχήν η παιδαγωγική σχεδίαση και η αρχιτεκτονική του ΕΔΣ, η υλοποίηση ενός εκπαιδευτικού σεναρίου και τέλος η διαμορφωτική αξιολόγηση του ΕΔΣ στο πλαίσιο μιας μελέτης περίπτωσης. Η εργασία ολοκληρώνεται με τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τη διαδικασία αυτή.

2. Σχεδίαση ενός ΕΔΣ για τη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών

2.1 Παιδαγωγική σχεδίαση του ΕΔΣ: Παρανοήσεις και συνήθη λάθη μαθητών κατά τη σύγκριση τριγώνων

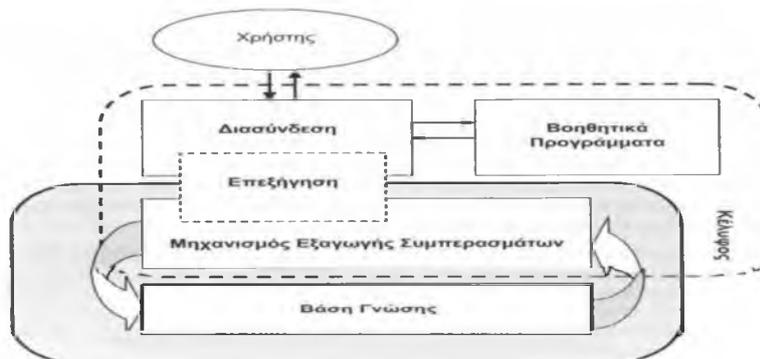
Για τη διαμόρφωση της βάσης γνώσης του ΕΔΣ, λάβαμε υπόψη μας παρανοήσεις και λάθη που σημειώνονται κατά τη διεξαγωγή του συγκεκριμένου μαθήματος σε μία πραγματική τάξη. Τα στοιχεία αυτά προέρχονται, κυρίως, από εμπειρικά αποτελέσματα. Έτσι, έχουμε ότι οι μαθητές:

- i. Δε λαμβάνουν υπόψη τους ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180° .
- ii. Έχουν την ισχυρή ιδέα ότι η έννοια «ίσα» αφορά μόνο τις πλευρές των τριγώνων χωρίς να παίζει ρόλο το άνοιγμα αυτών (οι γωνίες).
- iii. Όταν γίνεται λόγος για ισότητα τριγώνων δεν έχουν κατά νου ότι θα πρέπει να γνωρίζουν ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ μία πλευρά.
- iv. Όταν συλλέγουν πληροφορίες δε δίνουν τη βαρύτητα που πρέπει, π.χ. στην «περιεχόμενη» γωνία.
- v. Δε μπορούν να διακρίνουν το πλήθος των στοιχείων που είναι απαραίτητα για τη σύγκριση τριγώνων.

2.2 Αρχιτεκτονική του ΕΔΣ

Τα κύρια στοιχεία της αρχιτεκτονικής του ΕΔΣ (Εικόνα 1) (Βλαχάβας κ.ά, 2002, (Slatter, 1987) που κατασκευάσαμε για τις ανάγκες του σεναρίου είναι:

- η *βάση γνώσης*, που περιέχει όλες τις σχετικές με ένα γνωστικό τομέα γνώσεις και έχουν τη μορφή κανόνων παραγωγής, η δομή των οποίων είναι EAN-TOTE,
- η *μηχανή εξαγωγής συμπερασμάτων* (λειτουργία «HOW»), που είναι το τμήμα του προγράμματος το οποίο αναλαμβάνει τη διαδικασία έρευνας της βάσης γνώσεων με διάφορους μηχανισμούς ή μεθόδους συμπερασμού (εκ των οποίων οι κυριότεροι είναι ο επαγωγικός και ο απαγωγικός), για τη λήψη απόφασης και
- η *διεπιφάνεια χρήσης*, που επιτρέπει στους χρήστες να επικοινωνούν με το πρόγραμμα, θέτοντας ερωτήματα (Εικόνα 1).



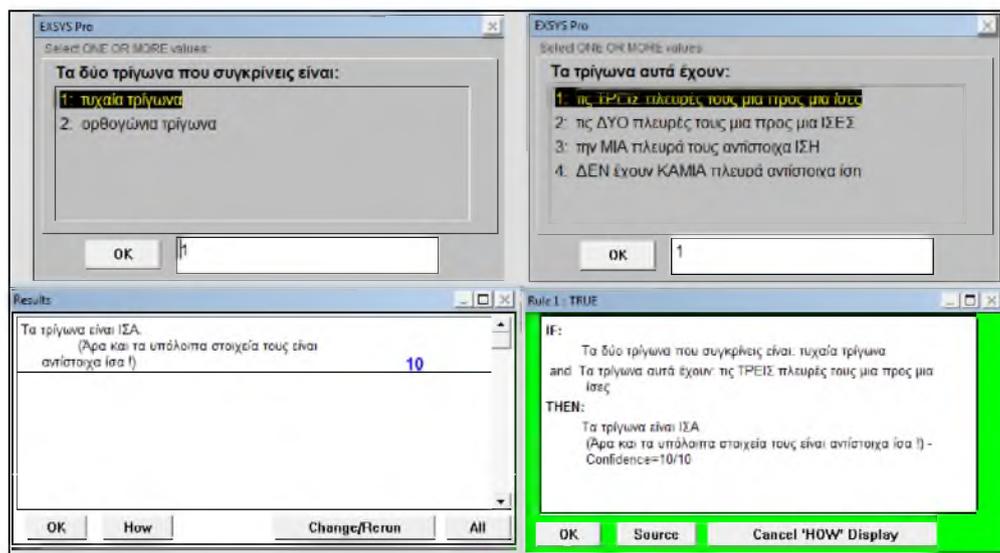
Εικόνα 1: Η αρχιτεκτονική ενός Εμπειρου Διδακτικού Συστήματος

Η βάση γνώσης διέπεται από κανόνες της κατηγορηματικής λογικής, κάτι που μαρτυρά ότι η μορφή της γνώσης είναι κοντά στην πραγματική-φυσική γλώσσα. Σύμφωνα με την προσέγγιση που ακολουθεί το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών για τη διεξαγωγή του κεφαλαίου «κριτήρια ισότητας τριγώνων», Ευκλείδεια Γεωμετρία Α' Λυκείου, δημιουργήθηκαν και οι κανόνες που αποτελούν τη βάση γνώσης του ΕΔΣ. Έτσι, οι κανόνες που περιέχει η πρώτη βάση γνώσης που κατασκευάστηκε είναι οι ακόλουθοι:

- ΕΑΝ τα δύο τρίγωνα είναι τυχαία και έχουν τις ΤΡΕΙΣ πλευρές τους μια προς μια αντίστοιχα ίσες, ΤΟΤΕ είναι ίσα (Εικόνα 2).
- ΕΑΝ τα δύο τρίγωνα είναι τυχαία και έχουν τις ΔΥΟ πλευρές τους μια προς μια αντίστοιχα ίσες και την ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΗ μεταξύ αυτών γωνία αντίστοιχα ίση ΤΟΤΕ είναι ίσα.
- ΕΑΝ τα δύο τρίγωνα είναι τυχαία και έχουν ΜΙΑ πλευρά τους μια προς μια αντίστοιχα ίση και τις ΠΡΟΣΚΕΙΜΕΝΕΣ σε αυτές γωνίες ίσες ΤΟΤΕ είναι ίσα.

- iv. EAN τα δύο τρίγωνα είναι ορθογώνια και οι ΥΠΟΤΕΙΝΟΥΣΕΣ τους είναι αντίστοιχα ίσες και μία ΚΑΘΕΤΑ πλευρά τους αντίστοιχα ίση ΤΟΤΕ είναι ίσα.
- v. EAN τα δύο τρίγωνα είναι ορθογώνια και οι ΥΠΟΤΕΙΝΟΥΣΕΣ τους είναι αντίστοιχα ίσες και μία οξεία γωνία αντίστοιχα ίση ΤΟΤΕ είναι ίσα.
- vi. EAN τα δύο τρίγωνα είναι ορθογώνια και οι ΚΑΘΕΤΕΣ πλευρές είναι αντίστοιχα ίσες ΤΟΤΕ είναι ίσα.

Οι λειτουργίες των ΕΔΣ ποικίλλουν σε ότι αφορά τη διεπιφάνεια και τη χρήση γραφικών και εικόνων. Στην παρούσα όμως έρευνα, επικεντρωθήκαμε κυρίως στη χρήση ενός παράθυρου επικοινωνίας του συστήματος με το μαθητή. Δηλαδή, στηριχθήκαμε στην απλότητα της εφαρμογής, κάτι που λειτούργησε αρκετά θετικά υπό την έννοια ότι οι μαθητές δεν χρειάζονταν κάποιο εγχειρίδιο ή κάποια ιδιαίτερη «γνωριμία» με το περιβάλλον. Έτσι, όλη η βαρύτητα δόθηκε στο πόσο καλά ανταποκρίνεται το ΕΔΣ στις απαιτήσεις και τις προσδοκίες των μαθητών-χρηστών.



Εικόνα 2: Το παράθυρο διαλόγου του ΕΔΣ (παρουσίαση Κανόνα 1ου)

3. Εφαρμογή του ΕΔΣ

3.1 Σχεδίαση σεναρίου με το ΕΔΣ και διαδικασία εφαρμογής

Το σενάριο πραγματεύεται τα θεωρήματα ισότητας τυχαίων και ορθογώνιων τριγώνων, στο πλαίσιο της Ευκλείδειας Γεωμετρίας Α' Λυκείου. Με τη διεξαγωγή αυτού του σεναρίου επιδιώκουμε να διαπιστώσουμε σε τι βαθμό τα Έμπειρα Διδακτικά Συστήματα μπορούν να ενταχθούν και να ενισχύσουν τη διδασκαλία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας. Συγκεκριμένα, εστιάζουμε στην ανακάλυψη και διατύπωση των θεωρημάτων από τη μεριά των μαθητών, στο πώς το λογισμικό αυτό βοηθά στην

αντιμετώπιση συνήθων παρανοήσεων των μαθητών καθώς και στη βελτίωση των συλλογιστικών μηχανισμών κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.

Το σενάριο έλαβε χώρα σε σχολική αίθουσα, με την υποστήριξη φορητών υπολογιστών. Έλαβαν μέρος τρεις ομάδες των δύο ατόμων, ο ρόλος των οποίων ήταν ισοδύναμος μέσα στην ομάδα. Ο εκπαιδευτικός λειτούργησε κυρίως ως διευκολυντής και συντονιστής των φάσεων δραστηριοτήτων με απώτερο σκοπό την ομαλή διεξαγωγή και επίτευξη των στόχων του σεναρίου.

Οι στόχοι του σεναρίου

Οι στόχοι, όπως διαμορφώνονται και από τα φύλλα εργασίας που δόθηκαν κατά τη διεξαγωγή του σεναρίου, είναι οι μαθητές:

- Να ανακαλύψουν και να διατυπώσουν τα βασικά θεωρήματα ισότητας τριγώνων (τυχαίων και ορθογωνίων τριγώνων).
- Να διασαφηνίσουν κάποιους όρους (πχ. «μια-προς-μια ίσες», «αντίστοιχες» κ.α.) και να διακρίνουν τη σημαντικότητα της παρουσίας και απουσίας λέξεων-κλειδιά κατά τη σύγκριση τριγώνων (πχ. «προσκεείμενες γωνίες», «περιεχόμενες γωνίες», κ.ά.).
- Να δώσουν βαρύτητα στη συλλογή άμεσων και έμμεσων πληροφοριών και στοιχείων που οδηγούν στην ορθή σύγκριση των τριγώνων.
- Να αξιολογήσουν και να αναπροσαρμόσουν τις αποκτηθέντες γνώσεις καθώς και να προάγουν συνδυαστική και σύνθετη σκέψη.
- Να αναπτύξουν και να καλλιεργήσουν τους συλλογιστικούς μηχανισμούς που απαιτεί η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.

Προαπαιτούμενες γνώσεις

Οι μαθητές θα πρέπει να γνωρίζουν: 1) Πότε ένα γεωμετρικό σχήμα είναι τρίγωνο, 2) Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180° , 3) Γνώση πρωτευόντων και δευτερευόντων στοιχείων ενός τριγώνου, 4) Είδη τριγώνων ως προς πλευρές και γωνίες, 5) το Πυθαγόρειο Θεώρημα, 6) Χαρακτηριστικά στοιχεία ορθογωνίων τριγώνων (κάθετες πλευρές, υποτεινούσα πλευρά, οξεία γωνία, ορθή γωνία), 7) Ποιες γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές/παραπληρωματικές, 8) Ποιες γωνίες χαρακτηρίζονται περιεχόμενες/προσκεείμενες. Για το λόγο αυτό, σύμφωνα με το σενάριο, προηγήθηκε μια επανάληψη σε ότι αφορά την αντίστοιχη θεωρία.

Διαδικασία εφαρμογής σεναρίου και καταγραφή πρώτων παρατηρήσεων

Εφαρμόστηκε μια απλή σχάρα παρατηρήσεων, η οποία κλιμακώνεται κατά τη διεξαγωγή του σεναρίου όπως φαίνεται παρακάτω.

Σύνολο Διδακτικών Ωρών: 5, Σύνολο Φύλλων Εργασίας (ΦΕ): 5.

1^η ώρα: Διερευνητικό ΦΕ με περιεχόμενο: ερωτήσεις τύπου Σ/Λ και απλών εφαρμογών. Ακολουθεί συζήτηση με αφορμή το ΦΕ, με σκοπό την καταγραφή

παρανοήσεων και συνήθων λαθών των μαθητών. Η φάση αυτή συμβάλει και στην πρώτη διαμορφωτική αξιολόγηση του ΕΔΣ, για πιθανή προσθήκη κανόνων πριν τη χρήση του.

2^η ώρα: 1^η φάση: Μια πρώτη συζήτηση για την Ισότητα τριγώνων. Οι μαθητές ερωτώνται πως αντιλαμβάνονται την Ισότητα Τριγώνων και καταγράφονται οι πρώτες προσεγγίσεις των μαθητών επί του θέματος. Από εδώ προκύπτει ότι οι μαθητές αντιλαμβάνονται την ισότητα ως γνώση μόνο των πλευρών. Στη συνέχεια διανέμεται το ΦΕ (α), όπου κάθε άσκηση αυτού αντιπροσωπεύει και ένα από τα Θεωρήματα Ισότητας Τριγώνων. Δίνονται οι πρώτες οδηγίες για τη χρήση του λογισμικού και ξεκινά η εφαρμογή. Έτσι, κάθε ομάδα απαντά βήμα-βήμα στο διάλογο που εξελίσσεται με το ΕΔΣ με βάση την άσκηση που της έχει ανατεθεί. Δηλαδή, με βάση της πληροφορίες που συλλέγουν από τα τρίγωνα που μελετούν, προκειμένου να καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι είναι ίσα (Βλέπε Εικόνα 1). Στο σημείο αυτό οι μαθητές αδυνατούν να αιτιολογήσουν το αποτέλεσμα, όταν ο διδάσκοντας τους ρωτά, αφού απλά απαντούσαν στο διάλογο που εξελίσσονταν. Εδώ, τους γίνεται η υπόδειξη από το διδάσκοντα για τη χρήση της δυνατότητας «HOW»¹. Έτσι, είναι σε θέση να αιτιολογήσουν το συμπέρασμα, διατυπώνοντας ουσιαστικά το εκάστοτε Θεώρημα Ισότητας Τριγώνων. 2^η φάση: διανέμεται ΦΕ (β) σύμφωνα με το οποίο καλούνται να κάνουν σύγκριση τριγώνων καταγράφοντας πρώτα στο χαρτί την αιτιολόγηση και στη συνέχεια να επαληθεύσουν το συμπέρασμά τους με τη βοήθεια του ΕΔΣ (αυτοέλεγχος – αυτο-αξιολόγηση - εντοπισμός λαθών² και διόρθωση αυτών).

Γενικότερες παρατηρήσεις: εντοπισμός Λέξεων-Κλειδιά, συλλογή έμμεσων πληροφοριών από τους μαθητές με τη βοήθεια του ΕΔΣ.

3^η ώρα: διανέμεται το ΦΕ (γ) σύμφωνα με το οποίο καλούνται να καταγράψουν σε μορφή κανόνων EAN-TOTE τη σύγκριση Ορθογωνίων Τριγώνων, με βάση τα τρία Θεωρήματα Ισότητας Τριγώνων. Σκοπός του ΦΕ είναι να κατανοήσει ο ερευνητής-διδάσκοντας αν το ΕΔΣ συνεισφέρει στη μάθηση και σε τι βαθμό (υιοθέτηση συλλογιστικής διαδικασίας, δομημένη πορεία εξαγωγής συμπερασμάτων, στοχευμένη αναζήτηση στοιχείων). Στη δραστηριότητα αυτή, ο διδάσκοντας παρεμβαίνει σε ότι αφορά την τελική διατύπωση³ των Θεωρημάτων Ορθογωνίων Τριγώνων. Τέλος, με τη βοήθεια του ΕΔΣ, βλέπουν σε εφαρμογή τα στοιχεία που μόλις μελετήθηκαν.

4^η ώρα: διανέμεται ΦΕ (δ) σύμφωνα με το οποίο καλούνται να κάνουν πιο σύνθετες συγκρίσεις, να εντοπίσουν οι ίδιοι οι μαθητές ποιά τρίγωνα πρέπει να συγκρίνουν για να προκύψει το ζητούμενο (πχ. να δείξετε ότι δύο τμήματα μιας κατασκευής είναι

¹ Πρόκειται για ένα αναδυόμενο παράθυρο όπου φαίνονται τα βήματα που σημειώθηκαν με μορφή κανόνων «IF-THEN» κατά τη διαδικασία της σύγκρισης των τριγώνων.

² Η μία ομάδα επειδή αδυνατούσε να κάνει τη σύγκριση των τριγώνων, πρώτα ανέτρεξε στο ΕΔΣ και μετά προσπάθησε να κάνει τη σύγκριση στο χαρτί.

³ Για την αντικατάσταση και περικυφή στοιχείων όπως: όπου “Δύο πλευρές” έχουμε “Κάθετες”, όπου “Περιεχόμενη” έχουμε “ορθή”, η οποία θεωρείται δεδομένη όταν είναι ορθογώνια κ.ά.

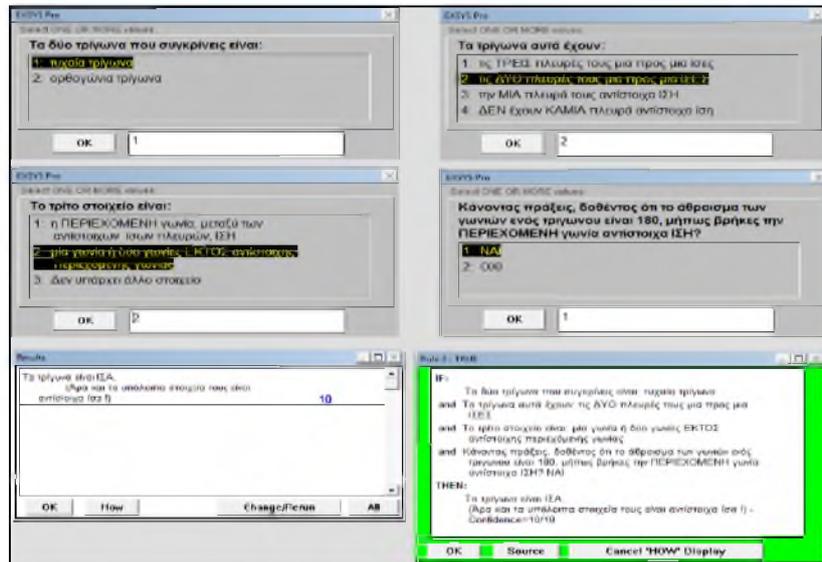
ίσα). Σκοπός του ΦΕ είναι να διαπιστώσει ο ερευνητής-διδάσκοντας σε τι βαθμό κατανόησαν την πρακτική μεριά της σύγκρισης τριγώνων, αν σκέφτονται συνδυαστικά, πόσο συχνά ανατρέχουν για βοήθεια στο ΕΔΣ και γιατί (πχ. για επαλήθευση, για ορθή ακολουθία βημάτων προς επίλυση, για αιτιολόγηση κ.ά.).

5^η ώρα: γραπτή εξέταση, από τα αποτελέσματα της οποίας προκύπτουν αξιολογες παρατηρήσεις όπως στις ερωτήσεις τύπου Σ/Λ εντοπίζουν την παρουσία ή απουσία λέξεων-κλειδιά (ΠΡΟΣΚΕΙΜΕΝΗ, ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΗ γωνία) και απαντούν κατάλληλα, εντοπίζουν το σωστό πλήθος στοιχείων για τη σύγκριση τριγώνων ενώ παράλληλα αιτιολογούν τον τρόπο που σκέφτηκαν σε ότι αφορά τόσο τη συλλογή στοιχείων όσο και τη διεξαγωγή συμπεράσματος, χρησιμοποιούν φράσεις του ΕΔΣ όπως «τα τρίγωνα είναι ίσα, άρα και τα υπόλοιπα στοιχεία τους αντίστοιχα ίσα» κ.ά.

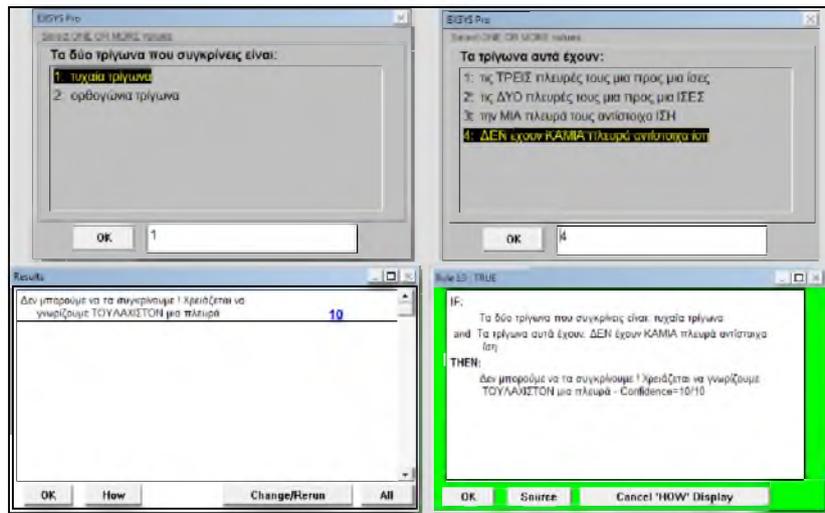
3.2 Διαμορφωτική Αξιολόγηση του ΕΔΣ

Στο σημείο αυτό, θα προσπαθήσουμε να δώσουμε μια ποιοτική προσέγγιση του σεναρίου, επικεντρωμένη στις λειτουργικές ανάγκες-απαιτήσεις του χρήστη (Παναγιωτακόπουλος κ.α., 2003). Η πρώτη βάση γνώσης που κατασκευάστηκε για τις ανάγκες της έρευνας αποτελείται, όπως είδαμε παραπάνω, από 6 σε πλήθος κανόνες που σκοπό έχουν να καλύψουν τα θεωρήματα όπως αυτά διατυπώνονται στο σχολικό βιβλίο. Όμως, λαμβάνοντας υπόψη τις ανάγκες των μαθητών σε ότι αφορά το επίπεδο των γνώσεων και απαιτήσεων που προέκυψαν, επαναπροσδιορίστηκε η βάση γνώσεων, με αποτέλεσμα το τελικό πλήθος των κανόνων να τριπλασιαστεί. Η διαφορά που σημειώθηκε στη βάση γνώσης οφείλεται τόσο σε παρατηρήσεις του διδάσκοντα κατά τη διεξαγωγή της εφαρμογής όσο και σε υποδείξεις των μαθητών. Συγκεκριμένα, από την πλευρά του διδάσκοντα, έγινε η παρατήρηση ότι η γνώση του γεγονότος ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180° και του γεγονότος ότι έχοντας δύο γωνίες μπορούμε να προσδιορίσουμε την τρίτη, φάνηκε να μην είναι προφανής κατά την εξέλιξη της εφαρμογής του ΕΔΣ (Εικόνα 3). Επίσης, η ανάγκη συμπερίληψης των περιπτώσεων όπου τα τρίγωνα δεν είναι ίσα ή δε μπορούν να συγκριθούν, οδήγησε στη δημιουργία πρόσθετων κανόνων. Για παράδειγμα, έγινε προσθήκη κανόνα που αναφέρεται στην περίπτωση όπου καμία πλευρά δεν είναι γνωστή (Εικόνα 4).

Επομένως, τόσο οι εμπειρίες των εκπαιδευτικών όσο και η ενεργή συμμετοχή και άμεση ανταπόκριση των μαθητών συντελούν στη μελλοντική βελτίωση του ΕΔΣ και ενδεχομένως σε ένα νέο σχεδιασμό αυτού.



Εικόνα 3: Κατασκευή Κανόνα για την ενσωμάτωση της γνώσης ότι το άθροισμα γωνιών τριγώνου ισούται με 180°.



Εικόνα 4: Κατασκευή Κανόνα για την περίπτωση που καμία πλευρά είναι δεν είναι γνωστή.

4. Συζήτηση – Πρώτα Συμπεράσματα

Θα λέγαμε, λοιπόν, ότι με τη χρήση του ΕΔΣ παρακινούμε σε ικανοποιητικό βαθμό τους μαθητές να παρατηρήσουν τα σχήματα προς σύγκριση, να συλλέξουν πληροφορίες/δεδομένα που χρειάζονται για να ανταποκριθούν στη διαδικασία που τους εισάγει το ΕΔΣ, να επεξεργαστούν την απάντηση με τη βοήθεια του “HOW”

και, τέλος, να **διατυπώσουν το θεώρημα** σύμφωνα με το συλλογιστικό μηχανισμό που ακολουθεί το λογισμικό (ουσιαστικά, το συλλογιστικό μηχανισμό που ο διδάσκοντας θεωρεί προσιτό στην πλειοψηφία των μαθητών). Επομένως, σύμφωνα με τις πρώτες ενδείξεις που σημειώθηκαν, φαίνεται ότι οι μαθητές της έρευνας δίνουν έμφαση στις συνθήκες και τους περιορισμούς που αφορούν το θέμα και όχι σε μεμονωμένα γεγονότα, βελτιώνουν τον τρόπο αιτιολόγησης του αποτελέσματος και κατανοούν το πώς πρέπει να επεξεργάζονται και να συνθέτουν τα δεδομένα προκειμένου να οδηγηθούν σε ένα συμπέρασμα.

Αν θα έπρεπε να τονίσουμε ένα μέρος της διεξαγωγής του σεναρίου όπου διαφαίνεται ο βαθμός συνεισφοράς του ΕΔΣ στη διαδικασία μάθησης και διδασκαλίας, θα ήταν το μέρος όπου ζητείται από τους μαθητές να εργαστούν πάλι με το ΕΔΣ για τη σύγκριση του 2^{οο} σετ ασκήσεων (ΦΕ (β)). Συγκεκριμένα, καλούνται πρώτα να συγκρίνουν οι ίδιοι στο χαρτί τα τρίγωνα έτσι ώστε να διαπιστώσουν τι έμαθαν, τι τους διαφεύγει, τι πρέπει να προσέξουν και μετά να επαληθεύσουν τα αποτελέσματα της σύγκρισης που ολοκλήρωσαν με το ΕΔΣ. Εδώ, φαίνεται ότι έχουν τόσο την ελευθερία να ανατρέξουν σε αυτό όταν οι ίδιοι το κρίνουν απαραίτητο όσο και τη δυνατότητα να το χρησιμοποιούν είτε ως σύμβουλο είτε ως δάσκαλο.

Έτσι, οι μαθητές δίνουν νόημα και βαρύτητα στις λέξεις κλειδιά (όπως περιεχόμενες γωνίες, προσκείμενες γωνίες κλπ.), σκέφτονται πιο σύνθετα/συνδυαστικά (με την προτροπή που γίνεται από το ίδιο το λογισμικό και το διδάσκοντα), ανακαλούν τη γνώση για το άθροισμα γωνιών τριγώνου, συνειδητοποιούν όχι μόνο το πλήθος των στοιχείων που απαιτούνται για τη σύγκριση αλλά και την ποιότητα/ρόλο του κάθε στοιχείου. Επίσης, οι μαθητές είναι σε θέση να εφαρμόσουν και να αναπροσαρμόσουν τη νέα γνώση σύμφωνα με τις απαιτήσεις του εκάστοτε προβλήματος (π.χ. να διατυπώσουν τα αντίστοιχα θεωρήματα ορθογωνίων τριγώνων δοθέντος των θεωρημάτων ισότητας τυχαίων τριγώνων).

Τέλος, η χρήση του ΕΔΣ σε συνδυασμό με λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας (πχ. Geogebra), όπου θα δίνεται έμφαση και στην παρατήρηση των ιδιοτήτων των εκάστοτε τριγώνων, θα ήταν μια ενδιαφέρουσα εφαρμογή. Για παράδειγμα, η απορία των μαθητών «τι συμβαίνει όταν έχουν όλες τις γωνίες τους ίσες;», θα επιλύονταν με ωραίο τρόπο αν τους προτρέπαμε να παρατηρήσουν δυναμικά το σχήμα και μετά να χρησιμοποιήσουν το ΕΔΣ για να κάνουν, ενδεχομένως, τη σύγκριση αυτών.

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ θερμά τους μαθητές για το χρόνο, την καλή διάθεση και την ενεργή συμμετοχή τους στη διεξαγωγή της ερευνητικής διαδικασίας.

Βιβλιογραφία

Βλαχάβας, Ι., Κεφαλάς, Π., Βασιλειάδης, Ν., Κόκκορας, Φ., Σακελλαρίου, Η. (2006). *Τεχνητή Νοημοσύνη*. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Β. Γκιούρδας.

- Καλαβάσης, Φ. & Μείμαρης Μ. (2000), *Θέματα Διδακτικής των Μαθηματικών-V, Διεπιστημονική Προσέγγιση των Μαθηματικών και της Διδασκαλεία τους*. Πανεπιστήμιο Αιγαίου: Gutenberg.
- Κόμης, Β. (2004). *Εισαγωγή στις εκπαιδευτικές εφαρμογές των Τεχνολογιών και των Επικοινωνιών*. Αθήνα: Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών.
- Παναγιωτακόπουλος, Χ., Πιερρακάς, Χ., & Πιντέλας, Π. (2003). *Το Εκπαιδευτικό Λογισμικό και η Αξιολόγησή του*. Αθήνα: Εκδόσεις Μεταίχμιο.
- Σωτηροπούλου, Β. (1992). Έμπειρα Συστήματα σας Βασικότερα Εργαλεία Ανάπτυξης και Μετάδοσης της Ανθρώπινης Γνώσης. *Παιδαγωγική Επιθεώρηση*, 16, 39-58.
- Alessi, S. & Trollip, S. (2001). *Multimedia for Learning: Methods and development* (3rd ed.). Boston: Allyn & Bacon.
- Bourdeau, J. & Grandbastien, M. (2010). Modeling Tutoring Knowledge. In R. Nkambou, J. Bourdeau & R. Mizoguchi (Eds.), *Advances in Intelligent Tutoring Systems*. (pp. 123-143). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Collins, A. (2006). Cognitive Apprenticeship. In *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (K. Sawyer, ed). Cambridge: Cambridge University Press.
- Jonassen, D.H. & Reeves, T. (1995). Learning with Technology: Using computers as cognitive tools. In *Hand Book of Research for Educational Communications and Technology*. Macmillan Library.
- Jonassen, D.H. (2000). *Computers as Mindtools for Schools: Engaging Critical Thinking*. Columbus, OH: Prentice-Hall.
- Mathews, M. (2006). Investigating the Effectiveness of Problem Templates on Learning in Intelligent Tutoring Systems, Computer Science & Software Engineering. *Bsc Honours Report*. University of Canterbury.
- Slatter, P. (1987). *Building Expert Systems: cognitive emulation*. New York: ACM Press.
- Sleeman, D. & Brown, J. S. (1982). *Intelligent Tutoring Systems*. New York: Academic Press.