

# Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (1999)

1ο Συνέδριο ΕΤΠΕ «Οι ΤΠΕ στην Εκπαίδευση»



Δραστηριότητες στο χώρο των αναλογιών με χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού μοντελοποίησης

Β. Κόμης, Α. Δημητρακοπούλου, Π. Πολίτης

## Βιβλιογραφική αναφορά:

Κόμης Β., Δημητρακοπούλου Α., & Πολίτης Π. (2022). Δραστηριότητες στο χώρο των αναλογιών με χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού μοντελοποίησης. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, 1, 129-141. ανακτήθηκε από <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/4722>

# Δραστηριότητες στο χώρο των αναλογιών με χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού μοντελοποίησης

B. Κόμης, Α. Δημητρακοπούλου, Π. Πολίτης

## Εισαγωγή: η έννοια της αναλογικότητας

Η έννοια της αναλογικότητας καταλαμβάνει ιδιαίτερη θέση στη διδασκαλία τόσο των μαθηματικών όσο και των επιστημών γενικότερα. Ενώ στο Δημοτικό σχολείο σχετίζεται με τις έννοιες του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης, στο Γυμνάσιο και το Λύκειο επιτρέπει να περιγραφούν διάφορες σχέσεις ανάμεσα σε φυσικά μεγέθη (μαθηματικά, φυσική κλπ.). Παράλληλα, παίζει σημαντικό ρόλο στην καθημερινή ζωή και απαντάται σε πολλά προβλήματα.

Η πολυπλοκότητα της διδασκαλίας της έννοιας κρύβεται πίσω από ένα **αριθμητικό μοντέλο** ιδιαίτερα απλό ( $y=ax$ ,  $y=a/x$ ) το οποίο επιτρέπει σε όποιον χειρίζεται σωστά τους πραγματικούς αριθμούς να λύσει κάθε πρόβλημα αναλογιών. Η προσέγγιση της έννοιας των αναλογιών αποτελεί ένα ιδιαίτερα ενδιαφέρον ζήτημα τόσο στο χώρο της Διδακτικής των Μαθηματικών όσο και της Γνωσιακής Ψυχολογίας (Boisnard, 1994, Lieury, 1995). Η κατανόηση της αναλογίας συνιστά πρόκληση στη διδασκαλία των Μαθηματικών, αφού πάνω σε αυτή στηρίζονται σημαντικές έννοιες και τρόποι μαθηματικού συλλογισμού. Συνιστά επίσης πρόκληση και από πρακτική άποψη, αφού πάρα πολλά προβλήματα της καθημερινής ζωής είναι προβλήματα που εμπλέκουν στον ένα ή στον άλλο βαθμό συλλογισμούς με αναφορές στην αναλογία. Πολλές πρόσφατες έρευνες στο χώρο της διδακτικής των Μαθηματικών έχουν αναδείξει ότι η αναλογία θέτει πολλά διδακτικά και μαθησιακά προβλήματα και καθιστούν φανερό ότι δεν μπορούμε να κατανοήσουμε πλήρως την έννοια αυτή παρά μόνο μέσα από ένα πλαίσιο δραστηριοτήτων επίλυσης προβλημάτων (Boisnard, 1994, Smith, 1991).

Στην παρούσα δημοσίευση θα τεκμηριωθεί διδακτικά η προσέγγιση της έννοιας της αναλογίας με τη χρήση εξειδικευμένου εκπαιδευτικού λογισμικού. Το λογισμικό αυτό δημιουργήθηκε στα πλαίσια του έργου "Σειρήνες" (το οποίο χρηματοδοτείται από το Υπουργείο Παιδείας) και ονομάζεται "Δημιουργός Μοντέλων".

Ο "Δημιουργός Μοντέλων" συνιστά ένα ανοικτό υπολογιστικό περιβάλλον μάθησης που επιτρέπει στους μαθητές την επινόηση και το σχεδιασμό μοντέλων, τη διερεύνηση της συμπεριφοράς τους, τη βελτίωση τους και ενδεχομένως τον έλεγχο των ορίων της εγκυρότητας τους. Πρόκειται για ένα αντικειμενοστραφές περιβάλλον μοντελοποίησης, με έμφαση στον **ποιοτικό** (qualitative) και στον ημιποσοτικό (semi quantitative) τύπο συλλογισμού, καθώς και στους εναλλακτικούς τρόπους έκφρασης και οπτικοποίησης μοντέλων (Κόμης, 1998, Komis, 1998, Dimitrakopoulou, 1999).

## **Παιδαγωγική τεκμηρίωση: λογισμικό με έμφαση στην επίλυση προβλημάτων**

Στην κλασική διδασκαλία των Μαθηματικών της Α' όσο και της Β' Γυμνασίου οι αναλογίες προσεγγίζονται καταρχήν με τη βοήθεια πίνακα τιμών και στη συνέχεια με γραφική παράσταση ευθείας που περνά από την αρχή του ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων. Τα παραδείγματα και οι ασκήσεις στα σχολικά βιβλία αναφέρονται σε συγκεκριμένα μεγέθη, όπως βάρος - αξία, μήκος - τιμή, κλπ. Ενώ ζητείται ποιοτική προσέγγιση (επίλυση) προβλημάτων χωρίς συγκεκριμένες τιμές, **δεν παρέχονται εργαλεία επαλήθευσης** των λύσεων των μαθητών [Komis et. al., 1998]. Στην επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων ο μαθητής είναι υποχρεωμένος να δώσει (ακόμα και αν δεν του ζητείται) τιμές και να αποφανθεί στη συνέχεια για τη σχέση αναλογίας.

Εντούτοις, οι σύγχρονες προσεγγίσεις στη Διδακτική των Μαθηματικών και στη Γνωσιακή Ψυχολογία προσφέρουν εναλλακτικές προοπτικές στη διδασκαλία της αναλογίας. Στα πλαίσια τους, το ενδιαφέρον εστιάζεται καταρχήν στην κατανόηση και στη συνέχεια στην επίλυση συγκεκριμένων προβλημάτων (Boisnard, 1994, Lieury, 1996). Η κατανόηση επικεντρώνεται συνεπώς σε ένα πρόβλημα, και είναι συνακόλουθα μερική. Η προσέγγιση όμως παρόμοιων προβλημάτων που ανήκουν στην ίδια κλάση επιτρέπει τη γενίκευση της έννοιας, τουλάχιστον σε αυτή την κλάση. Τέτοιες έννοιες είναι ο όγκος, ο χρόνος, η πυκνότητα, η ταχύτητα, η παροχή, η κλίμακα, το έργο, η δύναμη, το ποσοστό, κλπ. Ο "Δημιουργός\_Μοντέλων" προσεγγίζει τις αναλογίες μέσω καταστάσεων μοντελοποίησης (Ogbotn, 1990, Bliss, 1992, Teodoro, 1994, Mellar, 1994) που παρέχουν **προσομοιώσεις** πραγματικών αντικειμένων για άμεση επαλήθευση του μοντέλου που δημιούργησε ο μαθητής, ενώ παράλληλα προσφέρει όλες τις άλλες εναλλακτικές μορφές αναπαράστασης που χρησιμοποιούνται στα Μαθηματικά (**πίνακες τιμών, γραφικές παραστάσεις και ραβδογράμματα**).

Όλες οι σύγχρονες προσεγγίσεις της ψυχολογίας της μάθησης εστιάζουν την προσοχή τους στις δραστηριότητες επίλυσης προβλημάτων και όχι μόνο στο χώρο της μαθηματικών (Vosniadou, 1994, Weil Barais, 1994, Βοσνιάδου 1998). Η επίλυση προβλημάτων αποτελεί επίσης αναντικατάστατο στάδιο κάθε μορφής πνευματικής δραστηριότητας (Kahney, 1993). Η επίλυση προβλημάτων κατέχει μια ιδιαίτερη θέση στη διδασκαλία των μαθηματικών, αφού είναι μια δραστηριότητα της οποίας το αποτέλεσμα είναι εύκολα μεταδόσιμο και αξιολογήσιμο. Επιπλέον, συνιστά δραστηριότητα που καταλαμβάνει το μεγαλύτερο χώρο και χρόνο στους διδακτικούς σχεδιασμούς. Είναι παράλληλα δραστηριότητα από την παρατήρηση της οποίας μπορούν να εντοπισθούν ευρύτερα στοιχεία για τον τρόπο αξιοποίησης προηγούμενων εμπειριών, για τον τρόπο λειτουργικής ενεργοποίησης αναπαραστάσεων εννοιών και συλλογιστικών μοντέλων του υποκειμένου (Παπαμιχαήλ, 1994).

1 . Ο "Δημιουργός Μοντέλων" χρηματοδοτήθηκε από το Υπουργείο Παιδείας με ενδιάμεσο φορέα υλοποίησης το ΙΤΥ.

Η μάθηση μέσω επίλυσης προβλημάτων δεν πρέπει να ταυτίζεται με τη διαδικασία επίλυσης απλών ασκήσεων εφαρμογής κανόνων και τύπων. Κάτω από το πρίσμα αυτό, η όλη προσέγγιση που υιοθετείται στο πλαίσιο του "Δημιουργού Μοντέλων" στηρίζεται στη διδακτική στρατηγική της δημιουργίας καταστάσεων - προβλημάτων τις οποίες πρέπει να αντιμετωπίσουν οι μαθητές - χρήστες του λογισμικού.

Ο "Δημιουργός Μοντέλων" προτείνει ένα περιβάλλον εργασίας εμπλουτισμένο με αντικείμενα που θα παίζουν ένα **ενδιάμεσο (transitional) ρόλο** βοηθώντας στο νοητικό χειρισμό εκ μέρους των μαθητών αφηρημένων αντικειμένων ή εννοιών. Λειτουργεί καταυτό τον τρόπο ως πέρασμα από τη διαισθητική στη φορμαλιστική μάθηση. Η προσέγγιση της έννοιας της αλληλεξάρτησης μεταξύ μεγεθών γίνεται καταρχήν με ποιοτικό τρόπο ενώ στη συνέχεια το λογισμικό επιτρέπει το πέρασμα στον ποσοτικό συλλογισμό τόσο με τη χρήση πινάκων αντίστοιχων τιμών όσο και με τη χρήση αλγεβρικής μοντελοποίησης και γραφικών παραστάσεων (Σχήμα 1).



Σχήμα 1. Επίλυση προβλήματος αναλογίας

Στα πλαίσια του "Δημιουργού Μοντέλων", η κατανόηση της αναλογικότητας προκύπτει από τη σύνθεση διακριτών σημαντικών προσεγγίσεων:

- Πολλές και διαφορετικές διαδικασίες **διερεύνησης** όσο και **έκφρασης** (μέσω μοντελοποίησης πραγματικών προβλημάτων). Οι χρήσεις της μοντελοποίησης ομαδοποιούνται σε δύο άξονες: **έκφραση** (δραστηριότητες μοντελοποίησης, με δημιουργία νέων μοντέλων) και **διερεύνηση** (δραστηριότητες διερεύνησης έτοιμων μοντέλων μέσω της προσομοίωσης τους) (Bliss, 1992, Komis, 1998).
- Κλάσεις προβλημάτων μικρότερης ή μεγαλύτερης πολυπλοκότητας με εστίαση σε προβλήματα καθημερινής ζωής.
- "Γλώσσες" έκφρασης και αναπαράστασης περισσότερο ή λιγότερο εξεζητημένες. Το λογισμικό μοντελοποίησης κατατάσσεται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες

(Bliss, 1992, Beckett, 1995) που υποστηρίζουν τους αντίστοιχους τύπους συλλογισμού και έκφρασης με τη βοήθεια μοντέλων: ποσοτική (quantitative), ημιποσοτική (semi-quantitative) και ποιοτική (qualitative) μοντελοποίηση.

### **Διδακτική προσέγγιση: αναλογίες και "Δημιουργός Μοντέλων"**

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να παρουσιαστεί μια κατάσταση αναλογίας, οι οποίοι αντιστοιχούν σε διαφορετικούς συμβολισμούς, ορολογίες και εννοιολογικά ή φυσικά πλαίσια αναφοράς. Στα σχολικά Μαθηματικά οι κύριες προσεγγίσεις σχετίζονται με το **λόγο** και τις **συναρτήσεις**. Στο "Δημιουργό Μοντέλων" εκτός από την **προσομοίωση της πραγματικής κατάστασης** γίνεται εισαγωγή και άλλων "γλωσσικών" μορφών (ή αναπαραστάσεων): οι **πίνακες τιμών**, οι γραφικές **παραστάσεις** (όπως χρησιμοποιούνται και στην κλασική διδασκαλία των Μαθηματικών) και τα **ραβδογράμματα**. Ο χώρος δημιουργίας - δοκιμής (Σχήμα 2) των μοντέλων παρέχει τη δυνατότητα των εναλλακτικών ή και πολλαπλών ταυτόχρονα αναπαραστάσεων. Είναι συνεπώς εφικτό αλλά και διδακτικά απαραίτητο να προσομοιώνεται το μοντέλο και παράλληλα (ή στη συνέχεια) να αναπαρίσταται γραφικά.

Οι εναλλακτικές αναπαραστάσεις μπορούν να συνυπάρξουν στο παράθυρο δημιουργίας - δοκιμής του μοντέλου συνιστώντας ένα σύστημα που επιτρέπει στο μαθητή να τις συγκρίνει και να αναγάγει συμπεράσματα για την ορθότητα του μοντέλου του. Παρέχουν επίσης ένα ομαλό πέρασμα από την αναλογική - διαισθητική εποπτεία των φαινομένων στη λογική και φορμαλιστική τους αναπαράσταση (μέσω αλγεβρικής μοντελοποίησης). Είναι εξάλλου γνωστό από τις εργασίες στη διδακτική των επιστημών (Johnsua, 1993), ότι η αλλαγή εκφράσεων της αναλογίας και η σύγκρουση ανάμεσα σε πολλές διαφορετικές "εκφράσεις" - αυτό που ονομάζεται "αλλαγή πλαισίου" στη Διδακτική (Lieuury, 1996) - συμβάλλουν με καθοριστικό τρόπο στην κατανόηση των διαδικασιών που χρησιμοποιούμε και στον ορθό χειρισμό νέων κλάσεων προβλημάτων.

Η επίλυση προβλημάτων με το "Δημιουργό Μοντέλων" προσεγγίζεται καταρχήν με χρήση **ημιποσοτικού συλλογισμού**. Ο ημιποσοτικός συλλογισμός συνιστά μια επιμέρους κατηγορία του **ποιοτικού συλλογισμού** (qualitative reasoning) [Bliss, 1992] και χρησιμοποιείται στη μοντελοποίηση όταν οι σχέσεις που συνδέουν τα επιμέρους στοιχεία του μοντέλου εκφράζονται με όρους "όταν το ένα αυξάνει και το άλλο αυξάνει", "όταν το ένα ελαττώνεται και το άλλο ελαττώνεται". "όταν το ένα αυξάνει το άλλο ελαττώνεται", κλπ. Δεν γίνεται χρήση αλγεβρικών τύπων όπως στον **ποσοτικό συλλογισμό**, απαλλάσσοντας σε πρώτη φάση τους μαθητές της Α' αλλά και της Β' Γυμνασίου από τη χρήση μιας δύσκολης σχετικά συμβολικής γλώσσας (αυτής των μαθηματικών εξισώσεων). Η κύρια συνεπώς διδακτική απαίτηση κατά τη χρήση του "Δημιουργού Μοντέλων" συνίσταται στο να συσχετίσουν οι μαθητές τις ιδιότητες των αντικειμένων (τις μεταβλητές) με τις κατάλληλες σχέσεις (αναλογίας, αντιστρόφου αναλογίας, κλπ) με καθαρά ποιοτικό τρόπο.

Στα προβλήματα αναλογιών ο μαθητής μπορεί (μέσω του λογισμικού) να χειριστεί τόσο συγκεκριμένα αντικείμενα όσο και αφηρημένες έννοιες.

- > Τα συγκεκριμένα **αντικείμενα** (όπως βαρέλια, ρολόγια, στέρνες, κλπ.) που έχουν κάποιες ιδιότητες (μεταβλητές) οι οποίες παίρνουν τιμές από ένα πεδίο τιμών (όχι εμφανές στο μαθητή).
- > Οι συγκεκριμένες **ιδιότητες** των αντικειμένων (όπως όγκος, παροχή, χρόνος, κλπ.) που αποτελούν αφηρημένες έννοιες και πάνω σε αυτές πρέπει τελικά να συλλογιστεί ο μαθητής ώστε να λύσει το πρόβλημα.

Στη δεύτερη περίπτωση έχει να χειρισθεί απευθείας τις μεταβλητές και τις τιμές τους όπως γίνεται στην παραδοσιακή διδασκαλία των αναλογιών. Κάτω από το πρίσμα αυτό, το λογισμικό παρέχει τη δυνατότητα του άμεσου χειρισμού (direct manipulation) συγκεκριμένων αντικειμένων (και έμμεσα των ιδιοτήτων τους που συνιστούν τις αφηρημένες έννοιες) καθώς και διαισθητική - αναλογική εποπτεία, με τη βοήθεια υλικού πολυμέσων, της εξέλιξης του συστήματος (με προσομοίωση) που δημιουργείται από τα αντικείμενα και τη συσχέτιση τους. Μπορούμε λοιπόν να θεωρήσουμε δύο επίπεδα λειτουργίας του λογισμικού:

- το πρώτο, που αντιστοιχεί στα **αντικείμενα** που είναι εφοδιασμένα με ιδιότητες,
- το δεύτερο, που αντιστοιχεί στις **έννοιες** (μεταβλητές), οι ιδιότητες των αντικειμένων που παίρνουν τιμές και εξαρτώνται μεταξύ τους με σχέσεις.

Στο χώρο του λογισμικού οι μαθητές μπορούν να ασχοληθούν με διάφορες δραστηριότητες που χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες: δραστηριότητες διερεύνησης και δραστηριότητες έκφρασης. Στις δραστηριότητες διερεύνησης δίνεται το θέμα μελέτης και ένα έτοιμο μοντέλο, το οποίο οι μαθητές διερευνούν. Στις δραστηριότητες έκφρασης δεν υπάρχει έτοιμο μοντέλο και οι μαθητές πρέπει να υλοποιήσουν το δικό τους με βάση κάποιο προκαθορισμένο θέμα μελέτης.

Στο λογισμικό έχουν ενταχθεί έτοιμα σενάρια - θέματα μελέτης που περιστρέφονται γύρω από την έννοια της αναλογίας ενώ οι χρήστες του μπορούν να δημιουργήσουν και τα δικά τους θέματα, μελέτης. Έχουν ως αφετηρία τους τα Μαθηματικά της Α', Β' και Γ' Γυμνασίου όπου η εν λόγω έννοια (αλλά και ο συλλογισμός της αναλογίας) διδάσκεται αλλά πολύ εύκολα μπορεί να εμπλουτισθεί με παραδείγματα που αφορούν την ίδια έννοια και σε άλλους χώρους των μαθηματικών (στα μαθηματικά της Ε' και ΣΤ Δημοτικού και στα Μαθηματικά της Α' Λυκείου), της Φυσικής (κινηματική, κλπ.) αλλά και σε κάθε χώρο προβλημάτων που επιλύεται με εξισώσεις πρώτου βαθμού.

Τα θέματα μελέτης συνδέονται άμεσα με το πρόγραμμα σπουδών και αφορούν το κεφάλαιο των αναλογιών (Πίνακας 1) που διδάσκεται στην Α' Γυμνασίου, το κεφάλαιο εισαγωγής στις συναρτήσεις και τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά στη Β' Γυμνασίου και το κεφάλαιο συναρτήσεων της Γ' Γυμνασίου (σύμφωνα με το τρέχον αναλυτικό πρόγραμμα).

### **Δραστηριότητες έκφρασης με το "Δημιουργό Μοντέλων"**

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται ένα θέμα μελέτης και μια παιδαγωγική και διδακτική προσέγγιση υλοποίησης του με τη χρήση του "Δημιουργού Μοντέλων".

### Θέμα μελέτης - δημιουργία ενός μοντέλου: "Η βρύση και το βαρέλι"

Στο χώρο θέματα μελέτης το πρόβλημα - κατάσταση διατυπώνεται ως εξής: "Μια βρύση τροφοδοτεί με νερό ένα βαρέλι. Α. Ποιά σχέση συνδέει το χρόνο με τον όγκο του νερού που μπαίνει στο βαρέλι όταν η παροχή της βρύσης παραμένει σταθερή; Β. Σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα ποια σχέση πιστεύεις ότι συνδέει την παροχή νερού της βρύσης με τον όγκο του νερού που μπαίνει στο βαρέλι; Δημιούργησε το κατάλληλο μοντέλο στο χώρο δημιουργίας μοντέλων."

Στο σενάριο αυτό καλούνται οι μαθητές να δημιουργήσουν ένα μοντέλο στο χώρο των αναλογιών. Δοκιμάζοντας το μοντέλο που έχουν δημιουργήσει μπορούν να κάνουν αρκετές διαπιστώσεις για τη συμπεριφορά του. Ταυτόχρονα αιτιολογούν διασθητικά την άποψη τους και εκφράζουν γνώμη για τα μοντέλα των άλλων ομάδων μαθητών. Η σύγκριση δύο εναλλακτικών μοντέλων μιας ομάδας πάνω στο ίδιο πρόβλημα καθώς και η καταγραφή των αλλαγών που γίνονται στο μοντέλο συνιστά βασική γνωστική βοήθεια για τους μαθητές στην προσπάθεια έκφρασης του μοντέλου τους. Στην περίπτωση αυτή μπορεί να γίνει χρήση του Σημειωματάριου που εμπεριέχει το λογισμικό. Το Σημειωματάριο επιτρέπει στους μαθητές να κρατήσουν σημειώσεις όταν μελετούν το πρόβλημα, όταν δημιουργούν τα μοντέλα τους και τις υποθέσεις - προβλέψεις που κάνουν για την εκτέλεση του καθώς και τις εξηγήσεις τους. Συνιστά συνεπώς ένα εργαλείο το οποίο διευκολύνει την ανάπτυξη της "μεταγνωσιακής επίγνωσης" (metacognitive awareness) (Vosniadou, 1994, Dimitrakopoulou, 1997).

Πίνακας 1: συσχέτιση προγράμματος σπονδών με τους μαθησιακούς και τους διδακτικούς στόχους του "Δημιουργού Μοντέλων"

Α' Γυμνασίου	
Γνωστικό θέμα	ποσά ανάλογα
Είδος συλλογισμού	ημιποσοτικός, και σε προέκταση ποσοτικός
Γενικοί στόχοι μάθησης	να διαπιστώνουν γραφικά αν δύο ποσά είναι ανάλογα να επιλύουν προβλήματα καθημερινής ζωής που απαιτούν αναλογίες
Γενικοί διδακτικοί στόχοι	διασθητική προσέγγιση, μη χρήση αλγεβρικών τύπων επίλυση προβλημάτων με ποσά ανάλογα, εισαγωγή στην έννοια της αντίστροφης αναλογίας
Β' Γυμνασίου	
Γνωστικό θέμα	ποσά ανάλογα - ποσά αντιστρόφως ανάλογα, συναρτήσεις

Είδος συλλογισμού Γενικοί στόχοι μάθησης	ημιποσοτικός, και σε προέκταση ποσοτικός να διαπιστώνουν γραφικά αν δύο ποσά είναι ανάλογα, να διαπιστώνουν γραφικά αν δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, να επιλύουν προβλήματα καθημερινής ζωής που απαιτούν αναλογίες
Γενικοί διδακτικοί στόχοι	διαισθητική προσέγγιση, μη χρήση αλγεβρικών τύπων, επίλυση προβλημάτων με ποσά ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα, συσχέτιση αναλογίας με συνάρτηση, συσχέτιση αντίστροφης αναλογίας με συνάρτηση, πέρασμα από τον ημιποσοτικό στον ποσοτικό συλλογισμό
Γ Γυμνασίου	
Γνωστικό θέμα	Συναρτήσεις ( $\psi=ax$ , $\psi=ax+\beta$ , $\psi=a/x$ )
Είδος συλλογισμού	ημιποσοτικός, και σε προέκταση ποσοτικός
Γενικοί στόχοι μάθησης	να διαπιστώνουν γραφικά αν δύο ποσά είναι ανάλογα να επιλύουν προβλήματα καθημερινής ζωής που απαιτούν αναλογίες
Γενικοί διδακτικοί στόχοι	διαισθητική προσέγγιση, μη χρήση αλγεβρικών τύπων, συσχέτιση αναλογίας και αντίστροφης αναλογίας με συναρτήσεις, πέρασμα από τον ημιποσοτικό στον ποσοτικό συλλογισμό

Οι **διδακτικοί στόχοι** που μπορούν να επιτευχθούν στο πλαίσιο (αυτού του θέματος μελέτης είναι: διαισθητική προσέγγιση της έννοιας της αναλογίας, γραφική αναπαράσταση δύο ανάλογων ποσών, αντιμετώπιση ενός απλού προβλήματος καθημερινής ζωής. κατανόηση της έννοιας "πίνακας αντίστοιχων τιμών". κατανόηση της έννοιας του "λόγου της αναλογίας", συσχέτιση αναλογίας και γραφικής αναπαράστασης της αναλογικής σχέσης, συσχέτιση πίνακα τιμών και γραφικής παράστασης, συσχέτιση πίνακα τιμών και ραβδογράμματος.

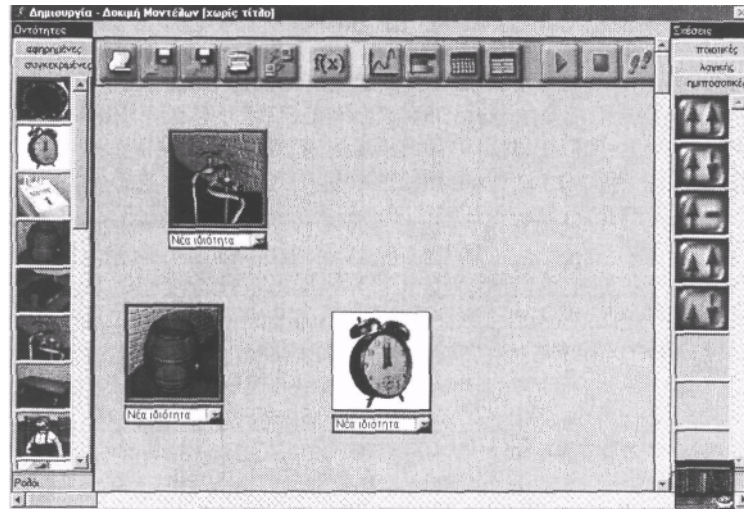
Παρακάτω περιγράφεται η υλοποίηση του μοντέλου στο χώρο εργασίας και παρουσιάζονται διάφορες δραστηριότητες που μπορούν να αναπτυχθούν σύμφωνα με το προτεινόμενο σενάριο.

#### **Δημιουργία μοντέλου**

Η επιλογή και τοποθέτηση αντικειμένων γίνεται με απλό κλικ από το παράθυρο οντοτήτων (Σχήμα 2). Ως βασική σχεδιαστική επιλογή του λογισμικού έχει επιλεγεί ο **άμεσος χειρισμός** (direct manipulation) στο χώρο εργασίας. Η σημασία των επιλογών που κάνουν οι μαθητές πρέπει να είναι κοινά αναγνωρίσιμη και αποδεκτή και να τείνει στην "ελάττωση

της σημασιολογικής απόστασης" (Tiberghien, 1992).

**Η διεπιφάνεια** εργασίας (interface) και η **εργονομία** του λογισμικού επιλέχθηκε στο να ικανοποιούν τα κριτήρια της "λιτότητας" και της "ελαχιστοποίησης της απόστασης εκτέλεσης" (δηλαδή την απόσταση ανάμεσα στους στόχους και τις προθέσεις του μαθητή και τη σειρά των δράσεων που απαιτούνται για την εκτέλεση) (O' MalleyC, 1990).



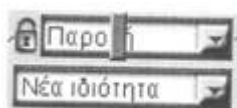
Σχήμα 2. Επιλογή αντικείμενων

Το λογισμικό επιτρέπει επίσης την έκφραση μέσω) της μέγιστης δυνατής **οπτικοποίησης** (visualisation) τόσο των οντοτήτων και των ιδιοτήτων τους όσο και των σχέσεων ή των κανόνων που τις διέπουν ή επιδρούν πάνω σε αυτές. Η οπτικοποίηση συνιστά καθοριστικό σημείο στην υποστήριξη της ανάπτυξης των συλλογισμών στα παιδιά και ευνοεί το πέρασμα από τον συλλογισμό πάνω σε αντικείμενα, στον συλλογισμό με αφηρημένες έννοιες (Teodoro, 1997).

### **Καθορισμός ιδιοτήτων και σύνδεση ιδιοτήτων με σχέσεις**

Για κάθε αντικείμενο προσδιορίζεται η κατάλληλη ιδιότητα από το πλαίσιο 'Νέα ιδιότητα'. Στη συνέχεια, επιλέγονται οι κατάλληλες σχέσεις και συνδέονται ανά δύο μεταξύ τους οι ιδιότητες των αντικειμένων. Η επιλογή μιας σχέσης γίνεται με κλικ και τράβηγμα στο χώρο εργασίας.

### Κλείδωμα ιδιοτήτων



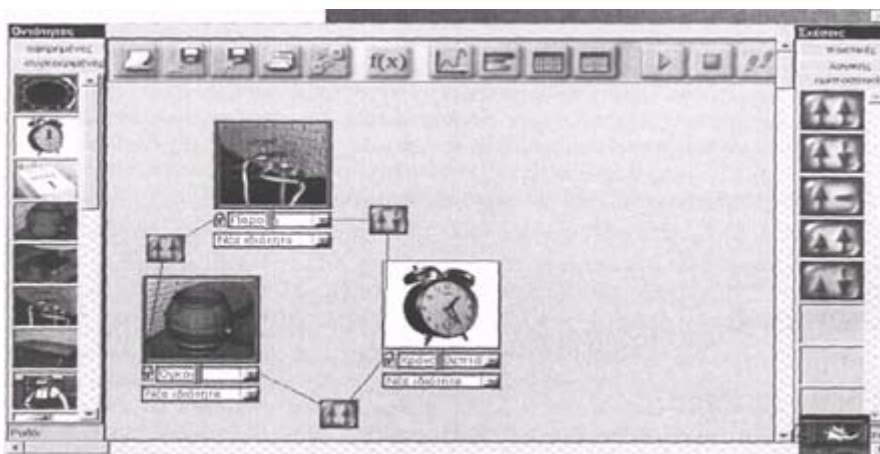
Αφού οι ιδιότητες συνδεθούν μεταξύ τους με τις κατάλληλες σχέσεις, "κλειδώνονται" αυτές που δεν μεταβάλλονται σε αυτή τη φάση του μοντέλου. Στο πλαίσιο αυτό μπορεί να διατηρηθεί μεγέθους, χωρίς να είναι απαραίτητο να γίνει χρήση μαθηματικού φορμαλισμού. Το κλείδωμα γίνεται με κλικ πάνω στο λουκέτο της ιδιότητας. Το λουκέτο ανοίγει πάλι κάνοντας κλικ πάνω σε αυτό.

### Τελική μορφή μοντέλου - "εναλλακτικά" μοντέλα

Στην τελική του μορφή το μοντέλο παρουσιάζεται στο Σχήμα 3. Είναι δυνατόν, όταν οι μαθητές δημιουργούν τα δικά τους μοντέλα, να παράγουν "εναλλακτικά μοντέλα" (σε πειραματισμούς που έγιναν κατά την ανάπτυξη του λογισμικού τα περισσότερα μοντέλα των μαθητών μπορούν να χαρακτηριστούν ως "εναλλακτικά"). Πιο συνηθισμένη περίπτωση στο παρόν θέμα μελέτης είναι αυτή με το μοντέλο που περιέχει δύο μόνο αντικείμενα, όπως βρύση - βαρέλι (δεν λαμβάνεται υπόψη ο χρόνος) βαρέλι - ρολόι (δεν λαμβάνεται υπόψη η παροχή, αφού θεωρείται σταθερή). Στην πρώτη περίπτωση έχουμε ένα μοντέλο το οποίο δεν απαντά στο πρόβλημα της μοντελοποίησης ενώ στη δεύτερη έχουμε ένα ημιτελές μοντέλο το οποίο εντούτοις μπορεί να απαντήσει εν μέρει στο θέμα μελέτης (σχέση χρόνου - όγκου).

### Δοκιμή μοντέλου

Η δοκιμή του μοντέλου επιτρέπει στους μαθητές τη διερεύνηση της συμπεριφοράς του, τη βελτίωση του και τον έλεγχο των ορίων της εγκυρότητας του. Η δοκιμή αυτή μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους: σταδιακή, χειροκίνητη ή κανονική εκτέλεση.



Σχήμα 3. Τελική μορφή τον μοντέλου

**Σταδιακή εκτέλεση (βήμα - βήμα):** όταν το μοντέλο είναι έτοιμο, μπορεί να "δοκιμαστεί", δηλαδή να προσομοιωθεί, ώστε να παρατηρηθεί η συμπεριφορά του

χρησιμοποιώντας την εντολή *Βήμα-Βήμα* που επιτρέπει εύκολη παρατήρηση της συμπεριφοράς του μοντέλου.

**Χειροκίνητη εκτέλεση (ή με άμεσο χειρισμό):** ο έλεγχος συμπεριφοράς του μοντέλου μπορεί να γίνει με τη χρήση του μεταβολέα κάποιας ιδιότητα οπότε γίνεται άμεσος χειρισμός (direct manipulation) του μοντέλου.

**Κανονική εκτέλεση:** η κανονική εκτέλεση του μοντέλου γίνεται από το χειριστήριο πατώντας το πλήκτρο *Εκτέλεση* και σταματά με το πλήκτρο *Σταμάτημα* και παράγει την εκτέλεση του μοντέλου από μια αρχική έως μια τελική τιμή οι οποίες δεν είναι εμφανείς στους μαθητές.

### **Εναλλακτικές αναπαραστάσεις του μοντέλου**

Για την ορθή και πλήρη κατανόηση του μοντέλου το λογισμικό ευνοεί τη χρήση εναλλακτικών και πολλαπλών (αφού μπορούν να συνυπάρξουν στο χώρο του μοντέλου) αναπαραστάσεων όπως ραβδογράμματα, πίνακες τιμών και γραφικές παραστάσεις.

Η χρήση αυτών των αναπαραστάσεων μπορεί να γίνει είτε χωριστά είτε ταυτόχρονα (σε διαφορετικά παράθυρα). Στην πιο σύνθετη περίπτωση μπορούμε να έχουμε την προσομοίωση της πραγματικής κατάστασης του μοντέλου και τις τρεις προηγούμενες αναπαραστάσεις (ραβδογράμματα, πίνακας τιμών και γραφική παράσταση). Οι εναλλακτικές και πολλαπλές μορφές αναπαράστασης (multiple representations) τόσο των μοντέλων (των οντοτήτων, των ιδιοτήτων τους, και των μεταξύ τους σχέσεων) όσο και των δεδομένων της πραγματικότητας, σημαντικά γνωστικά βοηθήματα τόσο του συλλογισμού όσο και της μάθησης [Komis, 1998].

### **Ο συντάκτης εξισώσεων**

Το πέρασμα από τον ημιποσοτικό (semi-quantitative) στον ποσοτικό (quantitative) συλλογισμό, αλλά και η δημιουργία απλών συναρτήσεων υλοποιείται από το **Συντάκτη Εξισώσεων**. Οι πρωταρχικοί συλλογισμοί με τη βοήθεια του λογισμικού δεν κάνουν χρήση μαθηματικής μοντελοποίησης (με δημιουργία δηλαδή αλγεβρικών τύπων). Το πέρασμα στη μαθηματική μοντελοποίηση (με τη δημιουργία και δοκιμή τύπων) βοηθά τους μαθητές στο να κατανοήσουν πλήρως την έννοια της αναλογίας και παράλληλα τους δίνει ένα ισχυρό και απλό εργαλείο μαθηματικής έκφρασης.

Με το Συντάκτη Εξισώσεων είναι δυνατή η δημιουργία εκφράσεων της μορφής  $f(x)=y$ . Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό του είναι ότι όταν έχουμε ήδη ένα μοντέλο στο χώρο δημιουργίας μοντέλων, αυτός περιέχει εκτός από τα  $x$  και  $y$  (καθώς και  $V$ ,  $S$ ,  $t$ ,  $a$  που χρησιμοποιούνται για μοντέλα Φυσικής) και τη λίστα με όλες τις ιδιότητες του μοντέλου που βρίσκεται στην επιφάνεια εργασίας. Το παράθυρο του Συντάκτη εξισώσεων εμφανίζεται στο Σχήμα 4.



Σχήμα 4. Συντάκτης εξισώσεων

Στο Σχήμα 4 ο συντάκτης περιέχει και τις ιδιότητες που συμμετέχουν στο μοντέλο *H βρύση και το βαρέλι*. Μπορούμε συνεπώς να δημιουργήσουμε μαθηματικές σχέσεις χρησιμοποιώντας αυτές τις ιδιότητες, όπως π.χ.  $\text{χρόνος(λεπτά)}=5*\text{όγκος}$ . Αφού δημιουργήσουμε μια έγκυρη μαθηματική σχέση μπορούμε να την αναπαραστήσουμε κάνοντας χρήση των εναλλακτικών αναπαραστάσεων του λογισμικού.

#### Συζήτηση - Συμπεράσματα

Όπως διαγράφεται από τα προηγούμενα, ο "Δημιουργός Μοντέλων" μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε δύο άξονες (όχι μόνο στο χώρο των αναλογιών αλλά σε όλο το φάσμα των μαθησιακών δραστηριοτήτων που εμπεριέχει):

- ως υποβοηθητικό του υπάρχοντος αναλυτικού προγράμματος, στα πλαίσια των τρεχουσών πρακτικών, ή
- να ενταχθεί σε μια προσπάθεια πιο ουσιαστικής αξιοποίησης του αναλυτικού προγράμματος και βελτίωσης του.

Η προσέγγιση όμως που αξιοποιεί με τον καλύτερο τρόπο το εκπαιδευτικό λογισμικό αντιμετωπίζει τις δραστηριότητες μοντελοποίησης ως μια μέθοδο διδασκαλίας και μάθησης που δεν αποσκοπεί στο να εξετάσουν απλά οι μαθητές ορισμένα έτοιμα μοντέλα (μέσω δραστηριοτήτων διερεύνησης), αλλά στο να τους δώσει την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους, να εξετάσουν την εγκυρότητα και τα όρια ισχύος των ιδεών αυτών και να φτάσουν να οικοδομήσουν σταδιακά την επιστημονική γνώση. Για το λόγο αυτό, πρέπει να ληφθούν υπόψη ορισμένες βασικές αρχές, που μπορούν να βοηθήσουν να οργανωθεί η διδασκαλία με τρόπο που να υποστηρίζει ουσιαστικά τους μαθητές στη διαδικασία μάθησης.

Καταρχήν, η διδασκαλία οργανώνεται σε δραστηριότητες "κύκλων μοντελοποίησης" που εμπλέκουν τους μαθητές σε όλες τις φάσεις (επινόηση-δημιουργία μοντέλου, αξιολόγηση του και εφαρμογή σε άλλες καταστάσεις). Οι δραστηριότητες αυτές προωθούν την ολοκληρωμένη κατανόηση της διαδικασίας μοντελοποίησης και της απόκτησης συντονισμένων ικανοτήτων μοντελοποίησης.

Στη συνέχεια, ο καθηγητής οργανώνει τις δραστηριότητες, προτείνοντας στην αρχή την κατάσταση που θα μελετηθεί, και στη συνέχεια συζητά με το σύνολο της τάξης έτσι ώστε να διαμορφωθεί ένα κοινό επίπεδο κατανόησης για τη φύση του θέματος μελέτης. Με το πέρας αυτής της φάσης, οι μαθητές σε μικρές ομάδες συνεργάζονται για την οργάνωση και το σχεδιασμό των ενεργειών τους.

Τέλος, οι μαθητές καλούνται να παρουσιάσουν και να αιτιολογήσουν τα συμπεράσματα τους προφορικά ή/και γραπτά για κάθε φάση, περιλαμβάνοντας τη διαμόρφωση των μοντέλων και την αξιολόγηση τους με δεδομένα.

Ο "Δημιουργός Μοντέλων" υλοποιήθηκε με βάση τις σύγχρονες παιδαγωγικές προσεγγίσεις (μάθηση μέσω ανακάλυψης, συνεργατική μάθηση, έκφραση και διερεύνηση νοητικών μοντέλων) και τις νέες τεχνικές ανάπτυξης λογισμικού(αντικειμενοστραφής με συνιστώσες). Στην παρούσα φάση ένα πλήρες πρότυπο έχει υλοποιηθεί το οποίο και θα αξιολογηθεί τους επόμενους μήνες στα πιλοτικά σχολεία εφαρμογής του έργου "Οδυσσέας".

### **Ευχαριστίες**

*Ο "Δημιουργός Μοντέλων" υλοποιήθηκε με χρηματοδότηση του Υπουργείου Παιδείας και ενδιάμεσο φορέα το ΙΤΥ, στο πλαίσιο του έργου "Σειρήνες". Ευχαριστούμε τον Γιάννη Γουμενάκη για τις υποδείξεις του.*

### **Αναφορές**

- BECKETT L. BOOHAN R. (1995). Computer Modelling for the Young -and not so Young - Scientist. *Microcomputer Based Labs: Educational Research and Standards*. R. Thinker (ed), Springer Verlag. NATO ASI Series. Vol. 156. pp.227-238
- BLISS J., OGBORN J., BOOHAN R., BROSANAN.T., BROUGH D., MELLAR (1992). Tools for Exploratory Learning Program End of Award Review Report. London, University of London.
- BOINARD D., HOUBEDINE J., JULO J., KERBOEUF M.-P., MERRI M.. (1994). La proportionnalité et ses problèmes, Hachette.
- DIMITRACOPOULOU A., KOMIS V., APOSTOLOPOULOS P., POLITIS P.. (1999). *"Design principles of a new modelling environment for young students, supporting various types of reasoning and interdisciplinary approaches"* AI-ED 99, 9\* International Conference on Artificial Intelligence in Education, Le Mans. France (in press)
- DIMITRACOPOULOU A., VOSNIADOU S., IOANNIDES C. (1997). Exploring and Modeling the real world through designed environments for young children. In *7th European Conference for Research on Learning and Instruction, EARLI*. August 26-30, 1997. Athens, Greece.
- JOHSUA S., DUPIN J. -J., (1993). Introduction a la didactique des sciences et des mathematiques, P.U.F.

- KAHNEY H., (1993). Problem Solving, Current Issues, Open University Press.
- KOMIS V., DIMITRACOPOULOU A., POLITIS P., (1998). "Contribution a la Creation d'un environnement informatique de modelisation". 4eme colloque Hypermedias et Apprentissages, Poitiers, 15-17 Octobre. 1998. pp. 167-169
- LEWIS R.. (1998). Learning together: a rationale, some experiences and a framework, Hypermedias et Apprentissages.
- LIEURY A. et coll., (1996). Manuel de Psychologie de l'Education et de la Formation, Dunod.
- MELLAR H., BLISS J., BOOHAN, R., OGBORN. J., TOMPSETT, (Eds), (1994). *Learning with Artificial Worlds: Computer Based Modelling in the Curriculum*, The Palmer Press, London
- O' MALLEY C. (1990). Interfaces issues for guided discovery environments. In M. Elsom-Cook (Ed.) *Guided Discovery Tutoring: A framework for ICAI Research*. London Paul Chapman Publishing Ltd.
- OGBORN J. (1990). *A future for modelling in science education*. Journal of Computer Assisted Education. Oxford. Blackwell Scientific
- OGBORN J. (1997). "WordMaker": Design Principles for an Object Oriented Modelling System accessible to Young Pupils" In 7th European Conference for Research on Learning and Instruction, EARLI. August 26-30. 1997. Athens. Greece
- ROCHELLE J., HENDERSON B., SPOHRER J. & LILLY J. (1997). *Banking On Educational Software: A wired economy unfolds*. TECHNOS. Vol. 6. No 4. Wenler 1997
- SMITH M.. (1991). *Toward a Unified Theory of Problem Solving*. Lawrence Erlbaum Associates. Publishers.
- TEODORO V. D. (1994). *Learning with Computer-Based Exploratory Environments in Science and Mathematics*, in S. Vosniadou, E. De Cone. H. Mandl (Eds.). *Technology -Based Learning Environments: Psychological and Educational Foundations*, NATO ASI Series. Serie I: Computer and Systems Sciences, Vol. 137. pp. 179-186. Berlin : Springer Verlag.
- TEODORO V.D. (1997). *Modellus: Using a Computational Tool to Change the Teaching and Learning of Mathematics and Science*. Paper presented at the UNESCO Colloquium "New Technologies and the Role of the Teacher" Open University. Milton Keynes, UK, 26-29 April 1997.
- TIBERGHIE A. (1992). *Analysis of interfaces from the point of view of epistemology and didactics*. In A. Tiberghien & H Mandl (Eds) *Intelligent Learning Environments and Knowledge Acquisition in Physics*. Berlin: Springer-Verlag.
- VOSNIADOU S.. De CORTE E., MANDL H., (edited by) *Technology-Based Learning Environments*, Springer Verlag, 137,1994
- WEBB M., (1995). "Computer-based modelling in school science" in SCR, 1993, pp.33-4.
- WEIL-BARAIS A. (1994). *Les Apprentissages en Sciences Physiques*, In G. Vergnaud (Ed) *Apprentissages et Didactiques. ou en est-on? Serie: Former, Organiser pour Enseigner*, ed. HACHETTE Education, Paris.
- ΒΟΣΝΙΑΔΟΥ Σ., (1998). *Γνωσιακή Ψυχολογία*. Gutenberg.
- ΚΟΜΗΣ Β., ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΠΟΥΛΟΥ Α., ΠΟΛΙΤΗΣ Π., (1998). "Ζητήματα σχεδιασμού ανοικτών περιβαλλόντων μάθησης: το παράδειγμα του λογισμικού "Δημιουργός Μοντέλων"". *Δημερίδα με θέμα "η Πληροφορική στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση"*, ΕΠ Υ -ΥΠΕΠΘ. Δεκέμβριος 1998, σελ. 198-205.
- ΠΑΠΑΜΙΧΑΗΛ Γ., (1994). *Η γνωστική εκπαίδευση στην πρώτη σχολική ηλικία*, Οδυσσέας.