

# Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2014)

7ο Πανελλήνιο Συνέδριο Διδακτικής της Πληροφορικής



**Αναπαραστάσεις μαθητών και φοιτητών για τον αλγόριθμο ταξινόμησης ευθείας ανταλλαγής: Μια ανάλυση βασισμένη στην ταξινόμια SOLO**

*Ευριπίδης Βραχνός, Αθανάσιος Τζιμογιάννης*

## Βιβλιογραφική αναφορά:

Βραχνός Ε., & Τζιμογιάννης Α. (2022). Αναπαραστάσεις μαθητών και φοιτητών για τον αλγόριθμο ταξινόμησης ευθείας ανταλλαγής: Μια ανάλυση βασισμένη στην ταξινόμια SOLO. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, 1, 072-081. ανακτήθηκε από <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/4375>

# Αναπαραστάσεις μαθητών και φοιτητών για τον αλγόριθμο ταξινόμησης ευθείας ανταλλαγής: Μια ανάλυση βασισμένη στην ταξινόμηση SOLO

Ευριπίδης Βραχνός, Αθανάσιος Τζιμογιάννης

[evrachnos@gmail.com](mailto:evrachnos@gmail.com), [ajimoyia@uop.gr](mailto:ajimoyia@uop.gr)

Τμήμα Κοινωνικής και Εκπαιδευτικής Πολιτικής, Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου

## Περίληψη

Η ταξινόμηση αποτελεί ένα από τα θεμελιώδη προβλήματα στη διδασκαλία του προγραμματισμού υπολογιστών. Οι αλγόριθμοι ταξινόμησης χρησιμοποιούνται ως εισαγωγικά παραδείγματα ανάλυσης και σχεδίασης αλγορίθμων. Στην ελληνική δευτεροβάθμια εκπαίδευση, οι μαθητές έρχονται σε επαφή με τον αλγόριθμο ταξινόμησης ευθείας ανταλλαγής στα πλαίσια του μαθήματος Ανάπτυξη Εφαρμογών σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον (ΑΕΠΠ). Παρόλο που η εφαρμογή του αλγορίθμου φαίνεται εξαιρετικά απλή, δεν ισχύει το ίδιο για την κατανόηση της λειτουργίας του. Η εργασία αυτή μελετά τις αναπαραστάσεις των μαθητών της Γ' Λυκείου και πρωτοετών φοιτητών Πληροφορικής για τον αλγόριθμο της ευθείας ανταλλαγής και επιχειρεί να ερμηνεύσει πιθανές παρανοήσεις των μαθητών με βάση την ταξινόμηση SOLO. Η έρευνα που παρουσιάζεται διεξήχθη σε μαθητές Γ' Λυκείου και πρωτοετείς φοιτητές Πληροφορικής, στους οποίους δόθηκαν για επίλυση επτά αλγοριθμικά προβλήματα. Τα αποτελέσματα έδειξαν ελλείψεις αναπαραστάσεων των μαθητών και των φοιτητών για τον αλγόριθμο ταξινόμησης. Η εργασία προτείνει ως εισαγωγικούς αλγόριθμους ταξινόμησης τους αλγόριθμους επιλογής και εισαγωγής και την αξιοποίηση εναλλακτικών διδακτικών προσεγγίσεων και περιβαλλόντων που συμβάλλουν στην οικοδόμηση ολοκληρωμένων αναπαραστάσεων για αλγόριθμους επεξεργασίας πινάκων.

**Λέξεις κλειδιά:** αλγόριθμος ταξινόμησης ευθείας ανταλλαγής, παρανοήσεις, ταξινόμηση SOLO

## Εισαγωγή

Ο προγραμματισμός, ως γνωστική και εκπαιδευτική δραστηριότητα, συνιστά ένα έργο με ιδιαίτερες δυσκολίες. Πολλοί μαθητές, ακόμη και φοιτητές, δεν μπορούν να σχεδιάσουν ολοκληρωμένα και λογικά ορθά προγράμματα ακόμη και μετά από πολλά μαθήματα στον προγραμματισμό. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία δύο είναι, κατά βάση, οι πηγές δυσκολιών (Κόμης & Τζιμογιάννης, 2006; Τζιμογιάννης, 2005):

α) Ένα πρόγραμμα απαιτεί το χειρισμό πολλών αφηρημένων οντοτήτων που έχουν μικρή σχέση με τα στοιχεία της καθημερινής εμπειρίας των μαθητών (π.χ. λογικά δεδομένα, εμφωλευμένες δομές επιλογής, βρόχος, μετρητής, αρχικοποίηση μεταβλητής, δείκτης πίνακα, αναδρομή κ.ά.).

β) Σε αντίθεση με τους έμπειρους προγραμματιστές, οι οποίοι έχουν αναπτύξει μηχανισμούς και υποδείγματα προγραμματισμού, οι αρχάριοι (μαθητές και φοιτητές), συνήθως, οργανώνουν φτωχά τις προγραμματιστικές τους γνώσεις σε ένα πλαίσιο προσανατολισμένο στο συντακτικό της γλώσσας (Ebrahimi, 1994; Jimoyannis, 2011; Soloway & Spohrer, 1986; 1989), με αποτέλεσμα να μη μπορούν εύκολα να τις εφαρμόσουν για την επίλυση προβλημάτων που δεν είναι εκ των προτέρων γνωστά.

Ο σχεδιασμός των διδακτικών στρατηγικών που θα πρέπει να ακολουθηθούν έτσι ώστε να αντιμετωπιστούν οι παρανοήσεις και οι γνωστικές δυσκολίες των μαθητών, προϋποθέτει τον εντοπισμό των δυσκολιών αυτών, καθώς και των αναπαραστάσεων που έχουν οι

μαθητές για τις προγραμματιστικές έννοιες. Για τον σκοπό αυτό έχουν διενεργηθεί πολλές έρευνες σχετικά με την έννοια της μεταβλητής (Τζιμογιάννης κ.ά., 2005; Sajaniemi & Kuittinen, 2005), τις υπολογιστικές δομές επιλογής και επανάληψης, την έννοια της αναδρομής (Putnam, 1989; Soloway & Spohrer, 1989; Green 1990), τους πίνακες (Βραχνός & Τζιμογιάννης, 2010) κ.ά.

Ωστόσο το θέμα των παρανοήσεων των αρχάριων προγραμματιστών σχετικά με βασικές κατηγορίες αλγορίθμων, όπως είναι οι αλγόριθμοι ταξινόμησης ή αναζήτησης, δεν έχει μελετηθεί εκτεταμένα (Nieminen, 2006; 2008; Geller & Dios, 1998; Simon et al., 2006). Ο αλγόριθμος ταξινόμησης ευθείας ανταλλαγής (straight exchange sort), ευρύτερα γνωστός και ως αλγόριθμος ταξινόμησης φουσαλίδας (bubble sort), αποτελεί τον πρώτο αλγόριθμο με τον οποίο έρχονται σε επαφή οι φοιτητές στα εισαγωγικά μαθήματα προγραμματισμού διεθνών και ελληνικών πανεπιστημίων. Μάλιστα είναι ο μοναδικός αλγόριθμος ταξινόμησης που διδάσκεται στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση, γεγονός που αποτέλεσε πρόσθετο κίνητρο για την διενέργεια της έρευνας αυτής.

Η παρούσα εργασία μελετά και διερευνά τις αντιλήψεις και τις αναπαραστάσεις μαθητών Λυκείου και φοιτητών Πληροφορικής σχετικά με τη λειτουργία του αλγορίθμου ταξινόμησης φουσαλίδας. Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζεται το θεωρητικό πλαίσιο στο οποίο βασίστηκε η έρευνα και αναλύεται η αξιοποίηση της ταξινομίας SOLO για τη διερεύνηση των αντιλήψεων των μαθητών και φοιτητών σχετικά με αυτόν τον αλγόριθμο ταξινόμησης. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η συντριπτική πλειονότητα των μαθητών του δείγματος είχαν βασικές παρανοήσεις όσον αφορά τον τρόπο λειτουργίας του αλγορίθμου ταξινόμησης. Αναδείχθηκαν ιδιαίτερες δυσκολίες των μαθητών και των φοιτητών του δείγματος, όχι τόσο στην υλοποίηση του αλγορίθμου όσο στην διερεύνηση και ερμηνεία της λειτουργίας διάφορων εκδοχών του αλγορίθμου που δόθηκαν.

### Ο αλγόριθμος ταξινόμησης Ευθείας Ανταλλαγής

Η ταξινόμηση έχει περίοπτη θέση στα εισαγωγικά μαθήματα προγραμματισμού και αλγοριθμικής, όχι μόνο γιατί αποτελεί ένα από τα θεμελιώδη αλγοριθμικά προβλήματα αλλά, κυρίως, γιατί είναι το συνηθέστερο παράδειγμα εισαγωγής των φοιτητών σε τεχνικές σχεδίασης και ανάλυσης αλγορίθμων. Ο αλγόριθμος ταξινόμησης ευθείας ανταλλαγής βασίζεται στη σύγκριση και την αντιμετάθεση γειτονικών στοιχείων ενός πίνακα μέχρι τα στοιχεία του πίνακα να διαταχθούν στην επιθυμητή σειρά (αύξουσα/φθίνουσα). Σε πολλές περιπτώσεις, ο αλγόριθμος επιλέγεται για την μύηση των αρχάριων προγραμματιστών, κυρίως, λόγω της σύντομης κωδικοποίησής του. Όπως φαίνεται παρακάτω, ο αλγόριθμος μπορεί να περιγραφεί σε μόλις τρεις εντολές κώδικα, κάτι που διευκολύνει τη διαχείριση και τον γρήγορο προγραμματισμό του.

Για  $i$  από 2 μέχρι  $N$

    Για  $j$  από  $N$  μέχρι  $i$  με βήμα  $-1$

        Αν  $A[j] < A[j - 1]$  Τότε Αντιμετάθεσε  $A[j]$ ,  $A[j - 1]$

    Τέλος\_Επανάληψης

Τέλος\_Επανάληψης

Αρκετοί επιστήμονες και εκπαιδευτικοί έχουν ασκήσει έντονη κριτική για την επιλογή της ευθείας ανταλλαγής ως εισαγωγικού αλγορίθμου ταξινόμησης, αλλά και για την

πρακτική χρησιμότητά της (Astrachan, 2003; Knuth 1998; Nieminen, 2006; 2008). Σε αντίθεση με τους αλγόριθμους επιλογής (selection sort) και εισαγωγής (insertion sort), οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι αρχάριοι προγραμματιστές οφείλονται στο γεγονός ότι ο αλγόριθμος της φυσαλίδας α) δεν προκύπτει άμεσα από την εμπειρία και β) δεν μπορεί να χτιστεί εύκολα πάνω στις προϋπάρχουσες γνώσεις τους (Nieminen, 2006; 2008; Geller & Dios, 1998; Simon et al., 2006; Hadas, 2013).

Από εκπαιδευτική σκοπιά, η ταξινόμηση φυσαλίδας δεν μπορεί να προσεγγιστεί εύκολα με πρακτικές διερευνητικής μάθησης και εποικοδόμησης πάνω στην προϋπάρχουσα αλγοριθμική γνώση των μαθητών. Επιπλέον, δεν μπορεί να συνδεθεί με εμπειρίες από την καθημερινή ζωή, αφού σχεδόν κανείς δεν χρησιμοποιεί αυθόρμητα τον αλγόριθμο φυσαλίδας για να ταξινομήσει ένα σύνολο φυσικών αντικειμένων με το χέρι. Αυτό, ίσως, συνιστά έναν πρόσθετο παράγοντα δυσκολίας για τους μαθητές. Τα παραπάνω, σε συνδυασμό με τη διδακτική εμπειρία των ερευνητών σχετικά με τους αλγόριθμους ταξινόμησης, αποτέλεσαν το κίνητρο για την πραγματοποίηση της μελέτης αυτής.

## **Το πλαίσιο της έρευνας**

### **Στόχος και ερευνητικά ερωτήματα**

Ο βασικός στόχος της έρευνας ήταν να μελετήσουμε τις αντιλήψεις και τις αναπαραστάσεις μαθητών Λυκείου και φοιτητών Πληροφορικής σχετικά με τη λειτουργία του αλγορίθμου ταξινόμησης φυσαλίδας. Τα ερευνητικά ερωτήματα που τέθηκαν ήταν τα εξής:

- Ποιες δυσκολίες και παρανοήσεις εμφανίζουν οι μαθητές-φοιτητές για τους αλγόριθμους ταξινόμησης;
- Σε ποιο βαθμό οι μαθητές-φοιτητές διακρίνουν αν ένας αλγόριθμος εκτελεί ταξινόμηση;
- Υπάρχουν σημαντικές διαφορές στις προσεγγίσεις μεταξύ μαθητών Γ' λυκείου και πρωτοετών φοιτητών;

### **Δείγμα**

Η έρευνα διεξήχθη σε διάστημα 2 ετών, το 2009 και το 2010, σε τρία γενικά λύκεια της ευρύτερης αστικής περιοχής της Αθήνας (1ο Γενικό Λύκειο Πετρούπολης, Πειραματικό Γενικό Λύκειο Ιλίου, Πειραματικό Γενικό Λύκειο Αγίων Αναργύρων), και στο Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου, στην Τρίπολη. Στην έρευνα συμμετείχαν 136 μαθητές της Γ' λυκείου Τεχνολογικής Κατεύθυνσης που παρακολουθούσαν το μάθημα *Ανάπτυξη Εφαρμογών σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον* και 50 πρωτοετείς φοιτητές του Τμήματος Επιστήμης Υπολογιστών, οι οποίοι είχαν ολοκληρώσει το εισαγωγικό μάθημα προγραμματισμού στη γλώσσα C του 1ου εξαμήνου. Η πλειονότητα των μαθητών και των φοιτητών δήλωσαν ότι έχουν πρόσβαση σε υπολογιστή στο σπίτι, και ότι έχουν αναπτύξει τουλάχιστον ένα πρόγραμμα σε κάποια γλώσσα προγραμματισμού.

### **Μεθοδολογία**

Η έρευνα έλαβε χώρα τουλάχιστον ένα μήνα μετά τη διδασκαλία της σχετικής ενότητας που αναφέρεται στον αλγόριθμο ταξινόμησης φυσαλίδας. Διεξήχθη σε δύο περιόδους, τον Μάρτιο του 2009 και τον Μάρτιο του 2010 (δεύτερο ακαδημαϊκό εξάμηνο για το Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών). Δεν υπήρξε καμία διδακτική παρέμβαση πριν τη διεξαγωγή της έρευνας. Οι συμμετέχοντες μαθητές-φοιτητές είχαν διδαχθεί τον αλγόριθμο ταξινόμησης ευθείας ανταλλαγής από τους καθηγητές τους. Για τη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου διατέθηκε μια διδακτική ώρα, στην οποία ήταν παρών ο καθηγητής κάθε τάξης και ο

διδάσκων του μαθήματος προγραμματισμού στη γλώσσα C του Τμήματος Επιστήμης Υπολογιστών του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου.

### Ερωματολόγιο

Για την καταγραφή των αντιλήψεων και των αναπαραστάσεων των μαθητών σχετικά με τον αλγόριθμο ταξινόμησης φυσαλίδας χρησιμοποιήθηκε ερωτηματολόγιο, το οποίο σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε ειδικά για την παρούσα μελέτη. Το ερωτηματολόγιο περιελάμβανε επτά αλγοριθμικά προβλήματα σε ψευδογλώσσα επικεντρωμένα στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του αλγορίθμου.

Τα προβλήματα σχεδιάστηκαν με βάση τους παρακάτω άξονες:

**α) Ανάγνωση Κώδικα:** Μπορεί ο μαθητής να αναγνωρίσει τη λειτουργία που επιτελεί ένα τμήμα αλγορίθμου; (π.χ. αύξουσα/φθίνουσα ταξινόμηση, εύρεση μεγίστου/ελαχίστου κ.λπ.)

**β) Η αναγκαιότητα του αλγορίθμου ταξινόμησης:** Κατά πόσο οι μαθητές είναι σε θέση να διακρίνουν την αναγκαιότητα του αλγορίθμου ταξινόμησης σε ένα πρόβλημα επεξεργασίας δεδομένων;

**γ) Ευστάθεια αλγορίθμου ταξινόμησης:** Ένας αλγόριθμος ταξινόμησης είναι ευσταθής όταν τα στοιχεία με την ίδια τιμή εμφανίζονται στην έξοδο με την ίδια σειρά που εμφανίζονται στην είσοδο. Για παράδειγμα, ο αλγόριθμος της φυσαλίδας είναι ευσταθής ενώ ο αλγόριθμος της γρήγορης ταξινόμησης (quick sort) όχι.

### Ανάλυση των απαντήσεων με χρήση της ταξινομίας SOLO

Για την αξιολόγηση των απαντήσεων των μαθητών επιλέχθηκε η ταξινομία SOLO (Structure of the Observed Learning Outcomes) των Biggs και Collis (1982) η οποία περιγράφει την αυξανόμενη πολυπλοκότητα της κατανόησης ενός αντικειμένου από τους μαθητές διακρίνοντας πέντε γνωστικά επίπεδα.

Η ταξινομία SOLO έχει χρησιμοποιηθεί στην αξιολόγηση μαθησιακών αποτελεσμάτων στον προγραμματισμό, μετά από τροποποίηση και ερμηνεία των πέντε επιπέδων (Lister et al., 2006; de Raadt, 2007; Jimoyiannis, 2011). Στην παρούσα ανάλυση ακολουθήσαμε μια ανάλογη ταξινόμηση για τις απαντήσεις των μαθητών στα έργα της έρευνας. Στον Πίνακα 1 δίνεται ένα ενδεικτικό παράδειγμα (Βραχνός & Τζιμογιάννης 2010) ταξινόμησης αντιλήψεων των μαθητών στον προγραμματισμό, σύμφωνα με την ταξινομία SOLO.

**Πίνακας 1: Κατάταξη αντιλήψεων κατά SOLO**

Εντολή εκχώρησης: $a[i] \leftarrow a[i] + 1$	Επίπεδο SOLO
Υπολογίζει το $a[i]$	Προ-δομικό
Εκχωρεί στο $a[i]$ το $a[i] + 1$	Μόνο-δομικό
Η τιμή του $a[i]$ αυξάνεται κατά 1	Πολύ-δομικό
Μετρητής (σε επαναληπτική δομή)	Συνθετικό

**Προ-δομικό επίπεδο (pre-structural):** Σε αυτό κατατάσσονται οι απαντήσεις που δεν σχετίζονται με το πρόβλημα ή έχουν βασικά λάθη σε προγραμματιστικές δομές.

**Μόνο-δομικό επίπεδο (uni-structural):** Στο επίπεδο αυτό κατηγοριοποιούνται οι απαντήσεις, στις οποίες ο μαθητής εξηγεί τι κάνει ένα τμήμα εντολών γραμμής προς γραμμή, αλλά δεν έχει οικοδομήσει λειτουργικές αναπαραστάσεις για ολόκληρο το τμήμα κώδικα που του δίνεται. Για παράδειγμα, για την εντολή  $a[i] \leftarrow a[i] + 1$  δίνει την απάντηση “Η

εντολή εκχωρεί στο  $a[i]$  το  $a[i] + 1$ ". Ο μαθητής δεν μπορεί να περιγράψει το ρόλο της στον αλγόριθμο.

**Πολυ-δομικό επίπεδο (multi-structural):** Οι απαντήσεις που κατατάσσονται στο επίπεδο αυτό είναι παρόμοιες με αυτές του μονο-δομικού, μόνο που τώρα αφορούν όλο το τμήμα του κώδικα. Δηλαδή ο μαθητής αντιλαμβάνεται τη λειτουργία κάθε εντολής μεμονωμένα και μπορεί να εκτελέσει τον αλγόριθμο στο χαρτί βήμα-βήμα. Δεν είναι όμως σε θέση να οικοδομήσει ολοκληρωμένες αναπαραστάσεις για το συνολικό ρόλο ενός τμήματος εντολών αλγορίθμου και, κατά συνέπεια, για το σκοπό που σχεδιάστηκε.

**Συνθετικό επίπεδο (relational):** Η κατανόηση της αφηρημένης λειτουργίας του αλγορίθμου κατατάσσεται στο συνθετικό επίπεδο της ταξινόμησης. Για παράδειγμα, η αναγνώριση ότι ένα δοσμένο τμήμα αλγορίθμου "εκτελεί αύξουσα ταξινόμηση" ανήκει στο συνθετικό επίπεδο.

**Επίπεδο θεωρητικής γενίκευσης (extended abstract):** Στο ανώτατο επίπεδο της ταξινόμησης SOLO ο μαθητής συνδέει το πρόβλημα με ένα ευρύτερο πλαίσιο. Δηλαδή έχει την ικανότητα να γενικεύσει το πρόβλημα αξιοποιώντας στρατηγικές γνώσεις και δεξιότητες προγραμματισμού που έχει αναπτύξει. Το επίπεδο αυτό καταγράφεται σπάνια σε έννοιες και εργαλεία που χρησιμοποιούνται στα εισαγωγικά μαθήματα προγραμματισμού, και δεν θα μας απασχολήσει σε αυτή την εργασία.

### Ανάλυση αποτελεσμάτων

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται η ανάλυση, με βάση την ταξινόμηση SOLO, των απαντήσεων που δόθηκαν από τους μαθητές και τους φοιτητές στα προβλήματα που τους τέθηκαν. Στην εργασία αυτή, λόγω περιορισμένου χώρου, αναφέρουμε ενδεικτικά τα αποτελέσματα από τρία έργα του ερωτηματολογίου. Το πρώτο έργο, στο οποίο δεν θα αναφερθούμε εδώ, είχε ως στόχο να εφαρμόσουν οι μαθητές την ταξινόμηση ευθείας ανταλλαγής, με χαρτί και μολύβι, και να τους βοηθήσει να αποκτήσουν αυτοπεποίθηση για τα επόμενα προβλήματα. Η μεγάλη πλειονότητα των μαθητών και των φοιτητών απάντησε επαρκώς. Τα αποτελέσματα δίνονται με προσέγγιση δεκάτου

### Έργο 3

Δίνεται ο πίνακας  $A$  με  $N$  ακέραιους αριθμούς και ο παρακάτω αλγόριθμος:

Για  $i$  από  $N-1$  μέχρι  $1$  με βήμα  $-1$   
 Για  $j$  από  $1$  μέχρι  $i$   
 Αν  $A[j] < A[j+1]$  Τότε  
      $temp \leftarrow A[j]$   
      $A[j] \leftarrow A[j+1]$   
      $A[j+1] \leftarrow temp$   
 Τέλος\_Αν  
 Τέλος\_Επανάληψης  
 Τέλος\_Επανάληψης

Τι αναμένετε να συμβεί κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου; Να εξηγήσετε συνοπτικά τη λειτουργία του.

Η εκδοχή αυτή του αλγορίθμου είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως ταξινόμηση βυθού ή βαριδιού (sinking sort), καθώς τα στοιχεία του πίνακα αντί να κατευθύνονται προς τα πάνω σαν φουσαλίδες κινούνται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Αυτό φαίνεται κυρίως από την

εσωτερική επανάληψη που ξεκινά τις συγκρίσεις από το πρώτο στοιχείο του πίνακα. Μια άλλη δυσκολία που αναμένεται να συναντήσουν οι μαθητές είναι ότι αντί των ‘γνώριμων’ στοιχείων  $A[j]$ ,  $A[j-1]$  εδώ συγκρίνονται τα  $A[j]$ ,  $A[j+1]$ . Η αλλαγή αυτή έγινε με στόχο να διερευνηθεί ο βαθμός κατανόησης του ρόλου των δεικτών  $i, j$  στον αλγόριθμο ταξινόμησης.

**Πίνακας 2: Απαντήσεις των μαθητών για το Έργο 3**

α/α	Απάντηση	Ποσοστό %		Επίπεδο SOLO
		Μαθητές (N = 136)	Φοιτητές (N = 50)	
0	Δεν απάντησαν	11.8	10.0	-
1	Ο αλγόριθμος είναι λάθος, θέλει $j-1$ αντί για $j+1$ , δεν εκτελεί ταξινόμηση	16.2	8.0	Προ-δομικό
2	Εκτελεί αντιμεταθέσεις στα στοιχεία του πίνακα	14.6	12.0	Πολυ-δομικό
3	Εκτελεί αύξουσα	36.8	38.0	Συνθετικό
4	Εκτελεί φθίνουσα	20.6	32.0	Συνθετικό

Συνολικά το 57.4% των μαθητών και το 70% των φοιτητών διέκριναν ότι ο παραπάνω αλγόριθμος εκτελεί ταξινόμηση. Οι απαντήσεις αυτές κατατάσσονται στο συνθετικό επίπεδο της ταξινομίας SOLO. Ωστόσο αρκετοί μαθητές αλλά και φοιτητές έκαναν λάθος στο είδος της ταξινόμησης και απάντησαν ότι είναι αύξουσα. Αυτό το αποδίδουμε στην αλλαγή της έκφρασης-δείκτη από  $j-1$  σε  $j+1$ . Ωστόσο και αυτές οι απαντήσεις κατατάσσονται στο συνθετικό επίπεδο γιατί οι μαθητές διέκριναν ότι ο αλγόριθμος εκτελεί ταξινόμηση.

Αυτό που παρουσιάζει εξαιρετικό ενδιαφέρον εδώ είναι ότι το 16.2% των μαθητών και το 8% των φοιτητών απάντησαν ότι ο αλγόριθμος είναι λάθος και ότι «για να εκτελεί ταξινόμηση, έπρεπε να έχει  $j, j-1$  αντί για  $j, j+1$ ». Αυτό αποτελεί ένδειξη ότι οι μαθητές αυτοί αποστηθίζουν τον αλγόριθμο της ταξινόμησης, όπως είναι διατυπωμένος στα σχετικά εγχειρίδια, και δεν είναι σε θέση να τον τροποποιήσουν για κάποια ειδική περίπτωση.

#### Έργο 4

Έστω ο πίνακας  $A$  με στοιχεία όπως παρακάτω:

39	23	29	14	38	23
----	----	----	----	----	----

Ποια θα είναι η μορφή του πίνακα  $A$ , μετά την εκτέλεση του παρακάτω αλγορίθμου; Να εξηγήσετε συνοπτικά τη λειτουργία του παρακάτω αλγορίθμου:

```

Για  $i$  από 4 μέχρι 6
  Για  $j$  από 6 μέχρι  $i$  με βήμα -1
    Αν  $A[j] < A[j-1]$  Τότε
       $temp \leftarrow A[j]$ 
       $A[j] \leftarrow A[j-1]$ 
       $A[j-1] \leftarrow temp$ 
    Τέλος_Αν
  Τέλος_Επανάληψης
Τέλος_Επανάληψης
    
```

Στο έργο αυτό δόθηκε στους μαθητές ένα τμήμα αλγορίθμου το οποίο εκτελεί 'ημιτελή' ταξινόμηση του πίνακα A, αφού εκτελεί μόνο 3 περάσματα του αλγορίθμου ταξινόμησης φουσαλίδας, άρα ταξινομεί 3 από τα 6 στοιχεία του πίνακα. Δεδομένου ότι η έκδοση του αλγορίθμου που δόθηκε στους μαθητές συμφωνεί με αυτή του σχολικού βιβλίου, η απάντηση ότι ο αλγόριθμος εκτελεί ταξινόμηση κατατάσσεται στο πολυ-δομικό επίπεδο της ταξινόμησης SOLO και όχι στο συνθετικό, αφού οι μαθητές κάνουν απλά ανάκληση του αλγορίθμου. Αντίθετα, όσες απαντήσεις επικεντρώθηκαν στο ότι ταξινομείται ένα τμήμα του πίνακα, ακόμα αν και ήταν λανθασμένες όσον αφορά στο πλήθος ή στη διάταξη της ταξινόμησης, κατατάχθηκαν στο συνθετικό επίπεδο, καθώς θεωρούμε ότι έχουν κατανοήσει ότι η εξωτερική επανάληψη του αλγορίθμου καθορίζει πόσα περάσματα θα γίνουν και, επομένως, πόσα στοιχεία θα ταξινομηθούν.

Πίνακας 3: Απαντήσεις των μαθητών για το Έργο 4

α/α	Απάντηση	Ποσοστό %		Επίπεδο SOLO
		Μαθητές (N = 136)	Φοιτητές (N = 50)	
0	Δεν απάντησαν	20.6	34.0	-
1	Φθίνουσα σε όλον τον πίνακα	13.2	8.0	Πολυ-δομικό
2	Αύξουσα σε όλον τον πίνακα	19.9	18.0	Πολυ-δομικό
3	Ταξινόμηση ενός τμήματος του πίνακα (π.χ. μισού)	11.8	8.0	Συνθετικό
4	Αύξουσα ταξινόμηση των τελευταίων 3 στοιχείων	16.9	8.0	Συνθετικό
5	Αύξουσα ταξινόμηση των τελευταίων 4 στοιχείων	17.6	12.0	Συνθετικό

Είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρον το γεγονός ότι οι μαθητές πήγαν πολύ καλύτερα από τους πρωτοετείς φοιτητές του Τμήματος Πληροφορικής στο ερώτημα αυτό. Όπως φαίνεται στον Πίνακα 3, στο συνθετικό επίπεδο κατατάσσεται το 46,3% των απαντήσεων των μαθητών και μόνο το 28% των απαντήσεων των φοιτητών. Μια ερμηνεία θα μπορούσε να είναι ότι οι μαθητές έχουν εμβαθύνει περισσότερο στον αλγόριθμο ταξινόμησης φουσαλίδας, καθώς είναι ο μοναδικός αλγόριθμος ταξινόμησης που διδάσκεται στο Λύκειο ενώ περιλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη των πανελλαδικών εξετάσεων.

### Έργο 6

Δίνεται ο παρακάτω αλγόριθμος και οι πίνακες Όνομα και Βαθμός που αφορούν τα ονόματα και τις βαθμολογίες 5 μαθητών.

Για  $i$  από 2 μέχρι 5

  Για  $j$  από 5 μέχρι  $i$  με βήμα -1

    Αν  $\text{Βαθμός}[j] > \text{Βαθμός}[j-1]$  Τότε

      Αντιμετάθεσε  $\text{Βαθμός}[j]$ ,  $\text{Βαθμός}[j-1]$

      Αντιμετάθεσε  $\text{Όνομα}[j]$ ,  $\text{Όνομα}[j-1]$

    Τέλος\_Αν

  Τέλος\_Επανάληψης

Τέλος\_Επανάληψης

	Όνομα	Βαθμός
1	Θανάσης	18
2	Μυρτώ	19
3	Ελένη	18
4	Μαρία	20
5	Γεωργία	18

α) Ποια θα είναι τα πρώτα τέσσερα ονόματα μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου;

β) Τι αναμένετε να συμβεί στους 2 πίνακες, μετά την εκτέλεση του νέου αλγορίθμου, αν η συνθήκη  $\text{Βαθμός}[j] > \text{Βαθμός}[j-1]$  αλλάξει σε  $\text{Βαθμός}[j] \geq \text{Βαθμός}[j-1]$ ;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Η πρωτοτυπία αυτού του προβλήματος έγκειται στο γεγονός ότι για τη σύγκριση χρησιμοποιείται ένα χαρακτηριστικό των δεδομένων (βαθμός) ενώ αντιμετωπίζονται και τα ονόματα. Ο βαθμός σε αυτή την περίπτωση παίζει το ρόλο του κλειδιού που καθορίζει τη διάταξη των μαθητών. Το δεύτερο ερώτημα αλλάζει την ευστάθεια του αλγορίθμου.

Το 61% των μαθητών και το 44% των φοιτητών δεν απάντησαν ή οι απαντήσεις τους ήταν άσχετες με το πλαίσιο του προβλήματος. Το 10.3% των μαθητών απάντησε ότι στις ισοβαθμίες η ταξινόμηση γίνεται αλφαβητικά. Στις απαντήσεις που έδωσαν η σειρά της Γεωργίας, της Ελένης και του Θανάση άλλαξε παρόλο που και οι τρεις έχουν τον ίδιο βαθμό.

Μια εξήγηση για αυτή την προσέγγιση είναι ότι οι μαθητές προσπάθησαν να ανακαλέσουν ένα γνωστό πρόβλημα που να μοιάζει με αυτό που τους δόθηκε. Στο λύκειο οι μαθητές αντιμετωπίζουν πολλές παρόμοιες ασκήσεις στις οποίες κατά την ισοβαθμία τα ονόματα διατάσσονται αλφαβητικά. Έτσι ‘τροποποίησαν’ το δοσμένο πρόβλημα, ώστε να μοιάζει με αυτό που έχουν συνηθίσει να λύνουν.

**Πίνακας 4: Απαντήσεις των μαθητών για το Έργο 6**

α/α	Απάντηση	Ποσοστό %		Επίπεδο SOLO
		Μαθητές (N = 136)	Φοιτητές (N = 50)	
0	Δεν απάντησαν	41.2	36.0	-
1	Απαντήσεις χωρίς νόημα	19.8	8.0	Προ-δομικό
2	Φθίνουσα ταξινόμηση	13.2	10.0	Προ-δομικό
3	Αλφαβητική ταξινόμηση στην ισοβαθμία	10.3	8.0	Πολυ-δομικό
4	α) Φθίνουσα ταξινόμηση με βάση τους βαθμούς β) Δεν θα αλλάξει τίποτα	3.7	24.0	Πολυ-δομικό
5	α) Φθίνουσα ταξινόμηση με βάση τους βαθμούς β) Στην ισοβαθμία θα αλλάξει η σειρά	11.8	14.0	Συνθετικό

Τελικά μόνο το 11.8% των μαθητών και το 14% φοιτητών διέκρινε ότι στην ισοβαθμία η σειρά θα αλλάξει αλλά όχι αλφαβητικά. Μάλιστα παρουσιάζει ενδιαφέρον η απάντηση κάποιων μαθητών ότι θα έχουμε συνεχείς εναλλαγές επ’ άπειρον. Προφανώς οι μαθητές δεν διέκριναν ότι ο αλγόριθμος εκτελείται για συγκεκριμένο πλήθος επαναλήψεων, αλλά κατασκεύασαν στο μυαλό τους ένα νοητό μοντέλο ταξινόμησης, στο οποίο ο αλγόριθμος τερματίζει μόνο όταν σταματήσουν οι αντιμεταθέσεις των στοιχείων του πίνακα.

Άλλοι μαθητές απάντησαν ότι “θα υπάρξει πρόβλημα με όσους έχουν ίδιους βαθμούς και θα μπερδεντεί ο αλγόριθμος”. Μια άλλη ενδιαφέρουσα απάντηση ήταν ότι “ο πίνακας θα έχει μια λιγότερη τιμή αφού οι βαθμοί του Θανάση και της Γεωργίας θα καταλάβουν την ίδια θέση στον πίνακα” ή “τα ονόματα θα μπουν στο ίδιο κουτάκι”. Η παρανόηση που έχουν οι μαθητές σε αυτή την περίπτωση έχει τις ρίζες της σε μια άλλη παρανόηση για την έννοια της μεταβλητής, πάνω στην οποία χτίζεται η έννοια του πίνακα. Στην συγκεκριμένη περίπτωση οι μαθητές έχουν την παρανόηση ότι μια μεταβλητή μπορεί να διατηρήσει περισσότερες από μια τιμές και σε κάποιες περιπτώσεις ότι διατηρεί όλο το ιστορικό των τιμών που έχει λάβει (Jimoyiannis, 2011). Το εύρημα αυτό επιβεβαιώνει τα αποτελέσματα παλαιότερης έρευνας σχετικά με τις παρανοήσεις και τις δυσκολίες των μαθητών σε προβλήματα με πίνακες (Βραχνός και Τζιμογιάννης, 2010).

## Συμπεράσματα

Από τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής προκύπτει ότι η πλειονότητα των μαθητών του δείγματος δεν έχουν οικοδομήσει λειτουργικές αναπαραστάσεις για την έννοια του αλγορίθμου ταξινόμησης και δεν μπορούν να διακρίνουν αν ένας αλγόριθμος εκτελεί ταξινόμηση ή όχι. Οι μαθητές αναγνωρίζουν μόνο τον αλγόριθμο όπως αυτός ακριβώς παρουσιάζεται στο σχολικό βιβλίο. Οποιαδήποτε παραλλαγή, όσο μικρή και αν είναι, δημιουργεί σύγχυση και εισάγει δυσκολίες. Στα έργα με παραλλαγές του αλγορίθμου ευθείας ανταλλαγής λίγοι μαθητές (κάτω από 20%) κατάφεραν να δώσουν απαντήσεις που κατατάχθηκαν στο συνθετικό επίπεδο της ταξινόμησης SOLO. Οι περισσότερες απαντήσεις των μαθητών κατατάχθηκαν μεταξύ του μονο-δομικού και του πολυ-δομικού επιπέδου της ταξινόμησης. Η κατάταξη των απαντήσεων στα επίπεδα αυτά δείχνει ότι, ενώ οι μαθητές μπορούν να περιγράψουν τη λειτουργία κάθε μιας εντολής μεμονωμένα, δεν έχουν αναπτύξει ολοκληρωμένες αναπαραστάσεις για το ρόλο που επιτελούν συγκεκριμένα τμήματα του αλγορίθμου. Σε ένα πρόβλημα οι μαθητές έδωσαν περισσότερες απαντήσεις στο συνθετικό επίπεδο της ταξινόμησης SOLO από ότι οι φοιτητές. Αυτό ενδεχομένως οφείλεται στο ότι η μορφή του αλγορίθμου ταξινόμησης ήταν αρκετά κοντά σε αυτή που γνωρίζουν οι μαθητές από το σχολικό βιβλίο. Στα υπόλοιπα προβλήματα, τα οποία ήταν περισσότερο αυθεντικά, οι φοιτητές είχαν καλύτερες επιδόσεις από τους μαθητές.

Μια εξήγηση για τις δυσκολίες που παρουσιάζουν οι μαθητές είναι ότι ο αλγόριθμος της ευθείας ανταλλαγής είναι δύσκολο να χτιστεί σε προϋπάρχουσα γνώση σε αντίθεση με τους αλγόριθμους επιλογής και εισαγωγής (Nieminen, 2006; 2008; Geller & Dios, 1998; Simon et al., 2006; Hadas, 2013), για τους οποίους είναι πιο εύκολο για τον εκπαιδευτικό να χτίσει σκαλωσιές μάθησης. Για παράδειγμα, ο αλγόριθμος ταξινόμησης επιλογής μπορεί να οικοδομηθεί πάνω στην εύρεση του ελαχίστου στοιχείου πίνακα, κάτι που οι μαθητές ήδη γνωρίζουν. Επίσης, επειδή οι αλγόριθμοι ταξινόμησης χτίζονται πάνω στις έννοιες της μεταβλητής, του πίνακα και των δομών επανάληψης, είναι αναμενόμενο οι μαθητές να 'κληρονομήν' πολλές από τις παρανοήσεις για αυτές τις έννοιες (Βραχνός & Τζιμογιάννης, 2010).

Ο σχεδιασμός κατάλληλων διδακτικών παρεμβάσεων πρέπει να στοχεύει στην ανάδειξη των βασικών χαρακτηριστικών της δομής του πίνακα και των βασικών λειτουργιών του αλγορίθμου ταξινόμησης, όπως είναι η αντιμετάθεση, η σύγκριση και η προσπέλαση. Οι νέοι αλγόριθμοι, με τους οποίους έρχονται σε επαφή για πρώτη φορά οι αρχάριοι προγραμματιστές (μαθητές-φοιτητές), πρέπει να οικοδομηθούν πάνω στις προϋπάρχουσες γνώσεις και εμπειρίες τους (Hadas, 2013). Οι επαρκείς αναπαραστάσεις δεν είναι εύκολο να οικοδομηθούν ή να παρουσιαστούν με την παραδοσιακή διδασκαλία στον πίνακα ή/και με παραδείγματα που υλοποιούν οι μαθητές με χαρτί και μολύβι. Η χρήση εναλλακτικών περιβαλλόντων, όπως είναι τα περιβάλλοντα δυναμικής οπτικοποίησης αλγορίθμων (Urquiza-Fuentes & Velazquez-Iturbide, 2009; Naps et al., 2000; Vrachnos & Jimoyiannis, 2014; Liu et al., 2009), παρέχουν στους μαθητές δυνατότητες για πειραματισμό και διερεύνηση και μπορούν να συμβάλλουν στην οικοδόμηση επαρκών αναπαραστάσεων για τις δομές δεδομένων και τους αλγορίθμους ταξινόμησης.

## Αναφορές

- Astrachan, O. (2003). Bubble sort: an archaeological algorithmic analysis. *Proceedings of the 34th SIGCSE technical symposium on Computer science education (SIGCSE '03)*. (pp. 1-5). NY: ACM.
- Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning. The SOLO taxonomy*. NY: Academic Press.

- de Raadt, M. (2007). A review of Australian investigations into problem solving and the novice programmer. *Computer Science Education*, 17(3), 201-213.
- Ebrahimi, A. (1994). Novice programmer errors: Language constructs and plan composition. *International Journal of Human-Computer Studies*, 41, 457-480.
- Geller, J., & Dios, R. (1998). A low-tech, hands-on approach to teaching sorting algorithms to working students. *Computers & Education*, 31(1), 89-103.
- Green, T. R. G. (1990). *Psychology of Programming*. London: Academic Press.
- Hadas, L., R. (2013). A derivation-first approach to teaching algorithms. In *Proceeding of the 44th ACM technical symposium on Computer science education (SIGCSE '13)* (pp. 573-578). NY: ACM.
- Jimoyiannis, A. (2011). Using SOLO taxonomy to explore students' mental models of the programming variable and the assignment statement. *Themes in Science & Technology Education*, 4(2), 53-74.
- Knuth, D. (1998). *The art of computer programming, volume 3: Sorting and searching*. Redwood City, CA: Addison-Wesley.
- Lister, R., Simon, B., Thomson, E., Whalley, J. L., & Prasad, C. (2006). Not seeing the forest for the trees: novice programmers and the SOLO taxonomy. *Proceedings of the 11th annual SIGCSE conference on Innovation and Technology in Computer Science Education* (pp. 118-122). Bologna, Italy: ACM Press.
- Liu, C.H., Jiu, Y.W., & Jason, J-Y. (2009). Using design sketch to teach bubble sort in high school. *The Journal of Computing*, 1(1), 20-25.
- Naps, T. L., Eagan, J., R., & Norton, L., L. (2000). JHAVE - An environment to actively engage students in web-based algorithm visualizations. *Proceedings of the 31st SIGCSE Technical Symposium on Computer Science Education* (pp. 109-113). Austin, Texas: ACM Press.
- Nieminen, J. (2006). *Bubble sort as the first sorting algorithm*. Retrieved 20 January 2014, from [http://warp.povusers.org/grrr/bubblesort\\_eng.html](http://warp.povusers.org/grrr/bubblesort_eng.html)
- Nieminen, J. (2008). *Bubble sort misconceptions*. Retrieved 20 January 2014, from [http://warp.povusers.org/grrr/bubblesort\\_misconceptions.html](http://warp.povusers.org/grrr/bubblesort_misconceptions.html)
- Putnam, R. T., Sleeman, D., Baxter, J., & Kuspa, L. (1989). A summary of misconceptions of high school Basic programmers. In E. Soloway & J. C. Spohrer (eds.), *Studying the Novice Programmer* (pp. 301-314). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sajaniemi, J., & Kuittinen, M. (2005). An experiment on using roles of variables in teaching introductory programming. *Computer Science Education*, 15(1), 59-82.
- Simon, B., Chen, T.-Y., Lewandowski, G., McCartney, R., & Sanders, K. (2006). Commonsense computing: What students know before we teach (Episode 1): Sorting. *Proceedings of the 2nd International Workshop on Computing Education Research* (pp. 29-40). NY: ACM.
- Soloway, E., & Spohrer, J. C. (1989). *Studying the Novice Programmer*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum
- Spohrer, J. C., & Soloway, E. (1986). Novice mistakes: Are the folk wisdoms correct?. *Communications of the ACM*, 29(7), 624-632.
- Thomson, E. (2007). Holistic assessment criteria: applying SOLO to programming projects. *Proceedings of the 9th Australian Computer Society* (pp. 155-162). Darlinghurst, Australia.
- Urquiza-Fuentes, J. & Velazquez-Iturbide J.A. (2009). A survey of successful evaluations of program visualization and algorithm animation systems. *ACM Transactions of Computing Education*, 9(2), 1-21.
- Vrachnos, E., & Jimoyiannis, A. (2014). Design and evaluation of a web-based dynamic algorithm visualization environment for novices. *Procedia Computer Science Journal*, 27, 229-239.
- Βραχνός, Ε., & Τζιμογιάννης, Α., (2010). Μελέτη των αναπαραστάσεων μαθητών της Γ' Λυκείου για την έννοια του πίνακα χρησιμοποιώντας την ταξινόμια SOLO. Στο Μ. Γρηγοριάδου (επιμ.), *Πρακτικά 5ου Πανελληνίου Συνεδρίου "Διδακτική της Πληροφορικής"* (σ. 81-90). Αθήνα.
- Κόρης, Β., & Τζιμογιάννης, Α. (2006). Ο Προγραμματισμός ως μαθησιακή δραστηριότητα: από τις εμπειρικές προσεγγίσεις στη γνώση παιδαγωγικού περιεχομένου. *Θέματα στην Εκπαίδευση*, 7(3), 229-255.
- Τζιμογιάννης, Α. (2005). Προς ένα παιδαγωγικό πλαίσιο διδασκαλίας του προγραμματισμού στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Στο Α. Τζιμογιάννης (επιμ.), *Πρακτικά 3ου Πανελληνίου Συνεδρίου "Διδακτική της Πληροφορικής"* (σ. 99-111). Κόρινθος.
- Τζιμογιάννης, Α., Πολίτης, Π. & Κόρης, Β. (2005). Μελέτη των αναπαραστάσεων τελειόφοιτων μαθητών Ενιαίου Λυκείου για την έννοια της μεταβλητής. Στο Α. Τζιμογιάννης (επιμ.), *Πρακτικά 3ου Πανελληνίου Συνεδρίου "Διδακτική της Πληροφορικής"* (σ. 61-70). Κόρινθος.