Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2015)

4ο Πανελλήνιο Συνέδριο «Ένταξη και Χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία»

Ένα Τόξο Πολλές Γωνίες

Δ. Τζούμπα, Σ. Μαυρουδής

Ένα Τόξο Πολλές Γωνίες

Δ. Τζούμπα[1], Σ. Μαυρουδής[2]

[1]Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, dtzoumpa@gmail.com
[2] Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, smayroudis@sch.gr

Περίληψη

Μια διαφορετική προσέγγιση στην διδασκαλεία της επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας ενός κύκλου και η σχέση που τις συνδέει, επιχειρήθηκε να γίνει με την βοήθεια του προγράμματος GEOGEBRA. Συνολικά 42 μαθητές (αγόρια & κορίτσια) χωρίστηκαν σε ζεύγη και πειραματίστηκαν χρησιμοποιώντας τις Τ.Π.Ε. ως εργαλεία μάθησης. Συνεργάστηκαν, διερεύνησαν και αντιμετώπισαν την γνώση με μία διαφορετική βιωματική διαδικασία. Η μεθοδολογία που εφαρμόστηκε, έκανε χρήση Φύλλου Εργασίας, με τους μαθητές να παρατηρούν και να καταγράφουν τα αποτελέσματα, ενώ ανακάλυψαν την σχέση που συνδέει τις δύο γωνίες.

Λέξεις κλειδιά: *επίκεντρη, εγγεγραμμένη, τόξο περιφέρειας κύκλου*

1. Εισαγωγή

Καθώς η εκμάθηση των Μαθηματικών αποτελεί μια εμπειρική, υποθετικό - παραγωγική διαδικασία, ζητούμενο είναι η δημιουργία και ανάπτυξη προσωπικών νοημάτων από τους μαθητές μέσα από υποθέσεις, εικασίες, αποδείξεις, ανασκευές, αντιπαραδείγματα και συνεχείς τροποποιήσεις και ελέγχους (Κυνηγός, 2007). Για την περίπτωση των Μαθηματικών η ψηφιακή τεχνολογία, μπορεί να αξιοποιηθεί ακριβώς σε αυτό το πλαίσιο όταν χρησιμοποιούνται ειδικά σχεδιασμένα ψηφιακά εκφραστικά εργαλεία σε συνδυασμό με εργαλεία υποστήριξης συλλογικού διαλόγου και επιχειρηματολογίας (Ματσαγγούρας 1987; Κουτσελίνη & Θεοφιλίδης, 2002). Τα εργαλεία αυτά επίσης, υποστηρίζουν την διασύνδεση μεταξύ μαθηματικών περιοχών που είναι κατακερματισμένες στο αναλυτικό πρόγραμμα, όπως η Άλγεβρα και η Γεωμετρία. Με τα εργαλεία αυτά οι μαθητές αποκτούν εμπειρίες εμπλοκής με την λογικό-μαθηματική σκέψη τις οποίες είναι αδύνατον να έχουν χωρίς τα δυναμικά αυτά μέσα. Ο δυναμικός χειρισμός, η παρατήρηση και οι αλληλεξαρτώμενες παραστάσεις, είναι οι ιδιότητες των εργαλείων που ενδιαφέρουν την διδακτική των μαθηματικών (Κυνηγός 2007).

Η προοπτική χρήσης της τεχνολογίας στο μάθημα, σε αντίθεση με την ευρέως θεωρούμενη αυταπόδεικτη αξία της, φέρνει στο προσκήνιο όλες τις παραμέτρους που σχετίζονται με τους ρόλους και τις δραστηριότητες των συμμετεχόντων στη διδακτική πράξη (Κυνηγός & Δημαράκη, 2002), την ανάγκη μελέτης των μαθηματικών εννοιών που ευνοεί ένα υπολογιστικό περιβάλλον (Sutherland & Balacheff, 1999), το είδος των ανατιθέμενων στους μαθητές έργων (Hoyles, 2001) και, γενικότερα, το πλαίσιο στο οποίο λαμβάνει χώρα η διδασκαλία (Nardi, 1996). Η προσέγγιση αυτή υπαγορεύεται από την καταλυτική επιρροή της χρήσης της τεχνολογίας σε όλα τα επίπεδα της σχεδίασης και της εξέλιξης του μαθήματος στην τάξη στα οποία συμπεριλαμβάνονται στοιχεία όπως η συνεργατική μάθηση σε ομάδες, η αλλαγή των παραδοσιακών ρόλων δασκάλων και μαθητών και η ενίσχυση της ανάπτυξης μαθητοκεντρικών διδακτικών μοντέλων, όπου ο δάσκαλος έχει τη δυνατότητα να παρεμβαίνει στη μαθησιακή διαδικασία ενεργά, ως σύμβουλος και συνεργάτης των παιδιών (Hoyles & Noss, 1992).

2. Μεθοδολογία

Η εργασία αυτή υλοποιήθηκε μέσα σε σχολική αίθουσα με την χρήση υπολογιστή που εκτελούσε το πρόγραμμα GEOGEBRA, διασυνδεδεμένο με διαδραστικό πίνακα και γραφίδα κατάδειξης θέσης επί του διαδραστικού πίνακα («μαγικό ραβδάκι») αντί για χρήση του ποντικιού, καθώς και με έντυπα φύλλα εργασίας. Ο μαθητές προέρχονταν από δύο τμήματα της Β Γυμνασίου, 20 & 22 ατόμων, χωρισμένοι σε ζεύγη για την εκτέλεση των εργασιών. Ο χρόνος διεξαγωγής της διαδικασίας ήταν τρεις διδακτικές ώρες για κάθε τμήμα. Τους ζητήθηκε να κατασκευάσουν και να εξερευνήσουν διάφορες γωνίες μέσα σε κύκλο καθώς και να απαντήσουν σε συγκεκριμένες ερωτήσεις, οι οποίες οδήγησαν στην αποκάλυψη της άμεσης σύνδεσης μεταξύ αυτών. Καθόλη την διάρκεια, ενθαρρύνονταν να επεκτείνουν συνεχώς την διερεύνησή τους. Η θεωρητική επίλυση επαληθεύτηκε από τους ίδιους, σε μια πραγματική άσκηση επί χάρτου αντί του πίνακα. Στο τέλος της διαδικασίας, αξιολόγησαν τον διαφορετικό τρόπο διδασκαλίας.

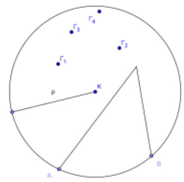
3. Στόχοι

Σε αυτή την εργασία, τέθηκαν συγκεκριμένοι στόχοι. Ο πρώτος εξ αυτών ήταν σε κοινωνικό – πολιτισμικό επίπεδο, να μάθουν οι μαθητές να συνεργάζονται μεταξύ τους, να λειτουργούν ως μέλη μιας ομάδας και να τοποθετούνται με τεκμηριωμένες απόψεις. Ο επόμενος στόχος ήταν διδακτικός, δηλαδή, να μπορούν οι μαθητές να κάνουν εικασίες – πειραματισμούς και να επαληθεύουν ή και όχι, τις εικασίες τους, χρησιμοποιώντας κατάλληλα κατασκευασμένο διαδραστικό περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας με την βοήθεια του λογισμικού GEOGEBRA. Τέλος σε γνωστικό επίπεδο, να μπορούν οι μαθητές να διαπιστώνουν την σχέση που συνδέει μια επίκεντρη και μια εγγεγραμμένη γωνία που βαίνουν στο ίδιο τόξο ενός κύκλου, όπως επίσης και πώς μεταβάλλεται η περιεχόμενη γωνία που βαίνει στο τόξο αυτό καθώς η κορυφή της πλησιάζει την περιφέρεια του κύκλου.

4. Δραστηριότητα 1η

Σε φύλλο εργασίας που δόθηκε στις ομάδες, διατυπώθηκε ο ορισμός της επίκεντρης γωνίας και η σχέση της με το αντίστοιχο τόξο. Εν συνεχεία δόθηκε κύκλος με κέντρο

Κ και ακτίνα ρ (Κ, ρ), στην περιφέρεια του οποίου υπήρχαν δύο σημεία Α, Β (Σχήμα 1)

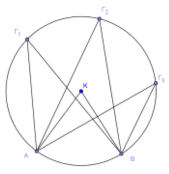


Σχήμα 1:*Κύκλος (Κ, ρ) και τα σημεία Α, Β, $Γ_i$*

Ζητήθηκε από τις ομάδες να μετρήσουν την γωνία που σχηματίζεται από τέσσερα σημεία πάνω στον κυκλικό δίσκο $Γ_i$, με τα σημεία Α και Β. Με την χρήση μοιρογνωμονίου έγιναν οι μετρήσεις και καταγράφθηκαν στο φύλλο εργασίας. Με την βοήθεια του προγράμματος GEOGEBRA στο οποίο είχε σχεδιαστεί το Σχήμα 1, μετρήθηκαν αυτές οι γωνίες, μετακινώντας με την γραφίδα πάνω στον διαδραστικό πίνακα, την κορυφή μια γωνίας που οι πλευρές της διέρχονταν από τα σημεία Α, Β. Στην δραστηριότητα αυτή είχε τεθεί το ερώτημα, τι συμβαίνει στην γωνία όταν η κορυφή πλησιάζει στην περιφέρεια του κύκλου. Το σύνολο των ομάδων παρατήρησε οτι όσο πλησιάζει η κορυφή στην περιφέρεια του κύκλου, η περιεχόμενη γωνία μειώνεται. Ο σκοπός της συγκεκριμένης δραστηριότητας ήταν, να προσκαλέσει τον μαθητή σε κάτι απλό και συνηθισμένο μέσα από τις μετρήσεις. Τα κανάλια συνεργασίας και επικοινωνίας των μαθητών δημιούργησαν την αρχική επαφή κατά την διαδικασία. Οι μαθητές απέκτησαν θάρρος και αυτοπεποίθηση, καθώς το ζητούμενο ήταν εύκολο και το κάλυψαν από μόνοι τους γρήγορα.

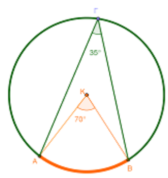
5. Δραστηριότητα 2η

Στο φύλλο εργασίας των μαθητών και σε ένα νέο κύκλο (Κ, ρ) δόθηκαν τα σημεία Α, Β στην περιφέρειά του. Ζητήθηκε να μετρήσουν την γωνία που σχηματίζεται με κορυφή το κέντρο Κ του κύκλου και τα δύο σημεία Α, Β. Επιπλέον, ζητήθηκε να επιλέξουν τρία τυχαία σημεία στην περιφέρεια του κύκλου και να μετρηθούν οι αντίστοιχες γωνίες που σχημάτιζαν τα σημεία αυτά ως κορυφές, με τα σημεία Α, Β (Σχήμα 2).



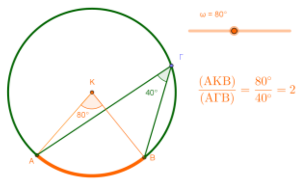
Σχήμα 2: *Κύκλος (κ, ρ) και οι τρεις εγγεγραμμένες*

Ένα - ένα, τα αποτελέσματα των μετρήσεων με το μοιρογνωμόνιο ανακοινώνονταν σειριακά από την κάθε ομάδα και οι υπόλοιπες επαλήθευαν τις μετρήσεις. Όταν κάποια ομάδα αναφέρθηκε στην γωνία με κορυφή το σημείο Κ, μερικοί μαθητές θυμήθηκαν από την προηγούμενη δραστηριότητα, τον ορισμό της επίκεντρης γωνίας ενός κύκλου. Μετά από λίγο ήρθε και η σειρά της εγγεγραμμένης. Η ερώτηση στην δραστηριότητα αυτή ήταν τι παρατηρούσαν μεταξύ της επίκεντρης και των τριών εγγεγραμμένων. Οι απαντήσεις, εκτός από το να δώσουν το προφανές οτι οι γωνίες έχουν κοινά τα σημεία Α, Β κατέληξαν στο οτι η επίκεντρη είναι διπλάσια της εγγεγραμμένης (Σχήμα 3).



Σχήμα 3: *Η επίκεντρη είναι διπλάσια της εγγεγραμμένης*

Σκοπός της ερώτησης ήταν, η απλή αυτή παρατήρηση που έγινε από τους ίδιους, να αποτελέσει παρακάτω μια «ισχυρή πρόταση». Οι μαθητές επιστράτευσαν και το «μαγικό ραβδάκι» που κινούσε τις κορυφές στην περιφέρεια του κύκλου και οι γωνίες υπολογιζόντουσαν αυτόματα. Στο πρόγραμμα GEOGEBRA, συνδέθηκε το σημείο Β με δρομέα που όριζε κατάλληλα το άνοιγμα της γωνία ΑΚΒ, μεταβάλλοντας το μήκος του τόξου ΑΒ. Όσο οι μαθητές κινούσαν τον δρομέα που μετέβαλε το μήκος του τόξου, σχολίαζαν οτι η προηγούμενη παρατήρησή τους, συνέχιζε να ισχύει. Κάποιοι, μπήκαν στον πειρασμό και μετακίνησαν όχι μόνο τον δρομέα αλλά και το σημείο στην περιφέρεια του κύκλου, την κορυφή της εγγεγραμμένης. Και για την μαθηματική επιβεβαίωση της παρατήρησής τους, δηλώθηκε στο GEOGEBRA ο λόγος των γωνιών της επίκεντρης ως προς την εγγεγραμμένη. Για κάθε διαφορετική θέση του δρομέα, ο λόγος παρέμενε σταθερός και ίσος με 2 (Σχήμα 4).



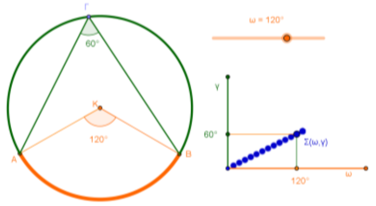
Σχήμα 4: *Σταθερός λόγος γωνιών επίκεντρης ως προς εγγεγραμμένη*

Βέβαια το γεγονός οτι υπήρχε το «μαγικό ραβδάκι», κινητοποίησε ακόμη και αδιάφορους και απομονωμένους από τη διδασκαλία μαθητές. Ουσιαστικά, ένα βιωματικό παιχνίδι ενεργοποίησε απαθείς – αδιάφορους μαθητές και προβλημάτισε όσους η σκέψη τους είχε εμποτιστεί από την κλασσική – τυποποιημένη διαδικασία μάθησης.

6. Δραστηριότητα 3η

Με την βοήθεια του λογισμικού GEOGEBRA, δίπλα από τον κύκλο με την εγγεγραμμένη και την επίκεντρη σχεδιάστηκε ένα σύστημα συντεταγμένων που προσδιόριζε ένα σημείο Σ που είχε συντεταγμένες το άνοιγμα των γωνιών αυτών.

Οι μαθητές πειραματίστηκαν με το σχήμα μετακινώντας αρχικά την κορυφή της επίκεντρης γωνίας με την γραφίδα πάνω στον διαδραστικό πίνακα. Παρατήρησαν οτι το σημείο Σ παρέμενε ακίνητο. Στην συνέχεια, μετακίνησαν τον δρομέα. Οι πρώτες παρατηρήσεις τους ανέφεραν ότι το σημείο Σ φαίνεται να κινείται σε ευθεία. Στη συνέχεια, στο πρόγραμμα GEOGEBRA δηλώθηκε το σημείο Σ να αφήνει ίχνος κατά την κίνησή του. Μεταβάλλοντας τον δρομέα σε όλο το εύρος κίνησης (που άλλαζε το άνοιγμα της επίκεντρης από 0^o έως 180^o) σχηματίστηκε μια ευθεία σημείων που διέρχονταν από την αρχή των αξόνων. Εδώ οι μαθητές κατά μεγάλη μας έκπληξη σύνδεσαν την παρατήρηση του σταθερού λόγου των γωνιών της Δραστηριότητας 2 με την ευθεία που κινείται το σημείο Σ και ανακάλεσαν την έννοια των ανάλογων ποσών. Για τους μαθητές πλέον, η επίκεντρη και η εγγεγραμμένη που βαίνουν στο ίδιο τόξο κύκλου, είναι μια γνωστή τους συνάρτηση της μορφής $y = 2x$ (Σχήμα 5).

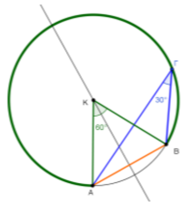


Σχήμα 5*: Η σχέση επίκεντρης και εγγεγραμμένης ως μια συνάρτηση $y = 2x$*

Σκοπός της δραστηριότητας αυτής, ήταν να οπτικοποιήσει την σχέση και το είδος της εξάρτησης μεταξύ των δύο γωνιών.

7. Δραστηριότητα 4η

Για την εμπέδωση των συμπερασμάτων και παρατηρήσεων, δόθηκαν στους μαθητές δύο τυχαία σημεία στο επίπεδο Α, Β και ζητήθηκε να βρεθούν οι διάφορες θέσεις ενός σημείου Γ, έτσι ώστε η περιεχόμενη γωνία ΑΓΒ να είναι ίση με 30^o για όλες τις θέσεις του σημείου. Τα δεδομένα αυτά παραμετροποιήθηκαν στο περιβάλλον του προγράμματος GEOGEBRA. Οι μαθητές θέλοντας να εφαρμόσουν ό,τι είχαν μάθει, προσπαθούσαν να βρουν που υπήρχαν επίκεντρες και εγγεγραμμένες γωνίες. Πάνω σε αυτή την λογική υπήρχε μια συνολική ομαδικότητα των παιδιών που το ένα συμπλήρωνε το άλλο. Σιγά σιγά ακόμη και μαθητές που κατά την διάρκεια του σχολικού έτους δεν συμμετείχαν στο μάθημα, άρχισαν να εμπλέκονται σε αυτό το ομαδικό «παιχνίδι». Οι σκέψεις τους ακούγονταν να λένε οτι για να είναι η γωνία 30^o για όλα τα σημεία Γ, πρέπει να κατασκευάσουν κύκλο που η γωνία ΑΓΒ να είναι εγγεγραμμένη έτσι ώστε όλα τα σημεία της περιφέρειας του κύκλου να μπορούν να παράγουν μια τέτοια γωνία που θα βλέπει στο ίδιο τόξο. Για την κατασκευή του κύκλου, θα έπρεπε τα σημεία Α, Β να ανήκουν στην περιφέρειά του (Σχήμα 6).



***Σχήμα 6**: Κατασκευή γωνίας 30ο με δύο σημεία στο επίπεδο Α, Β*

Σε αυτό το σημείο υπήρξαν δύο προσεγγίσεις. Η μία προσέγγιση πρότεινε να κατασκευαστεί (από το πρόγραμμα GEOGEBRA) η μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ και να εκλεγεί σημείο Κ πάνω σε αυτή, τέτοιο ώστε η (μετρούμενη από το πρόγραμμα GEOGEBRA) γωνία να είναι 60ο. Τότε, με κέντρο το σημείο Κ και ακτίνα την απόσταση ΚΑ θα κατασκευαζόταν ο κύκλος. Είναι γνωστό πως σε ένα ισοσκελές τρίγωνο, η ευθεία που διέρχεται από το μέσο της τρίτης πλευράς, είναι κάθετη σε αυτή. Η δεύτερη προσέγγιση περιείχε περισσότερη «γεωμετρία». Πρότεινε να κατασκευαστεί κύκλος με κέντρο το σημείο Α και ακτίνα το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ και μετά να κατασκευαστεί άλλος κύκλος με κέντρο το σημείο Β και ακτίνα το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ. Τότε η ευθεία που θα συνέδεε τα σημεία τομής των δύο κύκλων ήταν μεσοκάθετος και μάλιστα τα σημεία αυτά κατασκεύαζαν ισόπλευρο τρίγωνο. Αυτή η προσέγγιση «έκλεβε» την κατασκευή της μεσοκαθέτου από το πρόγραμμα GEOGEBRA και αφαιρούσε την ανάγκη να δοκιμαστούν τα διάφορα σημεία Κ επί της μεσοκαθέτου που θα έδιναν την 60ο γωνία. Είναι γνωστό πως σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο, όλες οι γωνίες του είναι 60ο. Βέβαια κάποιοι μαθητές παρατήρησαν οτι αυτή η προσέγγιση με τους δύο κύκλους βρίσκει εφαρμογή μόνο στην περίπτωση που αναζητούμε μια 30ο γωνία.

8. Αξιολόγηση

Για την επιβεβαίωση των στόχων της εργασίας, δόθηκε στους μαθητές ένα νέο φύλλο εργασίας με το εξής πρόβλημα. Ο Δ/κτης μιας πυροβολαρχίας ανέλαβε την ευθύνη να διατάξει τα πυροβόλα του έτσι ώστε να μην μπορεί να εισέλθει κανένα πλοίο στον όρμο των Αμπελακίων Σαλαμίνας. Ο περιορισμός που υπήρχε ήταν οτι τα πυροβόλα είχαν άνοιγμα πυρός 20ο . Θα έπρεπε να βρεθούν σημεία στον χάρτη ώστε όλα τα πυροβόλα να κάλυπταν πλήρως το άνοιγμα του όρμου (Σχήμα 7).

***Σχήμα 7**: Τα κανόνια στον όρμο των Αμπελακίων*

Το 77,3% των μαθητών απάντησε σωστά, το 9% κάπου μπερδεύτηκε με την λύση των ισόπλευρων τριγώνων, ενώ το υπόλοιπο 13,7% δεν έφτασε σε αποτέλεσμα. Η αξιολόγηση των μαθητών που συμμετείχαν δεν εμφανίζουν τέτοια κατανομή απόδοσης στα Μαθηματικά. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές που ήταν «μελετηροί», αλλά δεν επέτυχαν καλά αποτελέσματα με την νέα διαδικασία όταν ρωτήθηκαν ποια ήταν η αιτία που συνέβη αυτό, απάντησαν ότι τους ξένιζε ο νέος τρόπος διδασκαλίας «μαθαίνω να ανακαλύπτω» και επιπλέον ένιωσαν να ισοσκελίζονται από συμμαθητές τους που δεν τους θεωρούσαν ισοδύναμους ανταγωνιστές. Ύψωσαν δηλαδή ασυνείδητα, ένα τοίχο προστασίας, προβάλλοντας αρνητισμό στο νέο και προστασία στην φήμη τους. Ως αξιολόγηση, δεν λαμβάνουμε υπόψιν μας μόνο την βαθμολογική επίδοση των μαθητών, αλλά την δυνατότητα αφομοίωσης και αντίληψης των εννοιών που παρουσιάστηκαν. Αυτό επηρεάζεται από την παρατηρητικότητα και την συνδυαστική σκέψη των μαθητών που έχει ως αποτέλεσμα την καταγραφή των συμπερασμάτων τους. Η ευκολία που παρείχε το λογισμικό, τόσο κατά την μετακίνηση των σημείων όσο και στον υπολογισμό των μοιρών, έδινε στον διδάσκοντα την μέγιστη διευκόλυνση. Οι μαθητές δεν ενεπλάκησαν σε τυποποιημένες μετρήσεις και επαναϋπολογισμούς τιμών. Κάθε μεταβολή στο σχήμα αποτυπώνονταν άμεσα και αριθμητικά. Η αλληλεπίδραση μεταξύ της μετακίνησης του δρομέα και της αλλαγής των μετρήσιμων μεγεθών, προσέλκυε την προσοχή των μαθητών όλο και περισσότερο. Το αναμενόμενο αποτέλεσμα που διαισθανόταν ο μαθητής, επιβεβαιωνόταν άμεσα χωρίς να του αποσπά δυνάμεις η διαδικασία των αριθμητικών πράξεων. Οι μαθητές στο τέλος, εξέφρασαν και την άποψή τους σχετικά με την διαδικασία που ακολουθήθηκε, για αυτό το είδος μαθήματος που βίωναν για άλλη μια φορά. Στο σχετικό ερωτηματολόγιο, οι απόψεις τους έδειχναν οτι η προσέγγιση που ακολουθήθηκε, βάδισε με τρόπο που τους ήταν αρεστός. Προτίμησαν την συνεργασία μεταξύ τους, στην εργασία που έπρεπε να κάνουν αντί να εργάζονται κατά μόνας. Το τελευταίο, ενισχύεται από το γεγονός οτι, μέσω την ομαδικότητας, υπήρξε βελτίωση στην επιθυμία του συνεργάτη – συμμαθητή να ασχοληθεί ουσιαστικά και με ενδιαφέρον για τον τρόπο, ανακάλυψης – διδασκαλίας. Το ίδιο όμως, παρατήρησαν και οι ίδιοι για το εαυτό τους. Ουσιαστικά, η μάθηση μετατράπηκε από την «ανακάλυψη», σε μια εν γένει εμπειρία του μαθητή.

9. Συμπεράσματα

Από τα παραπάνω γίνεται αντιληπτό πως η συμβολή ενός λογισμικού όπως το GEOGEBRA, αποτελεί για τους μαθητές σημαντικό παράγοντα παρακίνησης στην μάθηση των Μαθηματικών.

Ήταν εμφανής η μεγάλη ευκολία μέσω του λογισμικού, να οπτικοποιείται άμεσα η μέτρηση των γωνιών. Έτσι, περιορίστηκε η αποστήθιση κανόνων και μεθόδων από τους μαθητές μας με το να κατανοήσουν τις έννοιες που χρησιμοποιήθηκαν. Τα ψηφιακά εργαλεία για την εκμάθηση μαθηματικών εννοιών, καθώς διαθέτουν ικανότητες επικοινωνίας με τον χρήστη, κατάφεραν να μετασχηματίσουν τη διδακτική διαδικασία. Η διάδραση και δυναμικός χαρακτήρας της τεχνολογίας στην περίπτωση αυτή, άλλαξαν κατά το καλύτερο αυτά που η διδακτική μπορεί να προσφέρει στη μαθησιακή διαδικασία. Με την εφαρμογή αυτή, ο μαθητής μπαίνει στο ρόλο του επιστήμονα που κάνει εικασίες, υποθέσεις, πειράματα, διατυπώνει δικά του θεωρήματα και ενδεχομένως τα αναθεωρεί μέσα από την διάψευσή τους.

Βιβλιογραφία

Hoyles, C. (2001). From describing to designing mathematical activity: The next step in developing the social approach to research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 46,* 273-286.

Hoyles, C. & Noss, R. (1992). A pedagogy for mathematical microworlds. *Educational Studies in Mathematics, 23,* 31-57.

Κουτσελίνη, Μ. & Θεοφιλίδης, Χ. (2002). *Διερεύνηση και συνεργασία για μια αποτελεσματική διδασκαλία.* Εκδόσεις Γρηγόρης.

Κυνηγός, Χ. & Δημαράκη, Ε. (επιμ.). (2002). *Νοητικά Εργαλεία και Πληροφοριακά Μέσα*. Αθήνα: Εκδόσεις Καστανιώτη.

Κυνηγός, Χ. (2007). *Το Μάθημα της Διερεύνησης. Παιδαγωγική αξιοποίηση της Σύγχρονης τεχνολογίας για την διδακτική των μαθηματικών. Από την Έρευνα στην Σχολική Τάξη*. Αθήνα: Εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα Α.Ε.

Ματσαγγούρας (1987). *Ομαδοκεντρική διδασκαλία και μάθηση*. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρη.

Nardi, B. (1996) (Ed.). *Context and Consciousness: Activity Theory and Human-Computer Interaction.* MIT Press.

Sutherland, R. & Balacheff, N. (1999). Didactical complexity of computational environments for the learning of mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 4*, 1-26.