ePublishing

Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2015)

4ο Πανελλήνιο Συνέδριο «Ένταξη και Χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία»

Εργαστήριο "Εκπαιδευτικό Λογισμικό Μαθηματικών GeoGebra: Περιβάλλον - Εργαλεία - Δημιουργία Εφαρμογών - Διδακτικές Προτάσεις με Προσομοιώσεις - Φύλλα Εργασίας"

Γ. Μπολοτάκης

Βιβλιογραφική αναφορά:

Μπολοτάκης Γ. (2022). Εργαστήριο "Εκπαιδευτικό Λογισμικό Μαθηματικών GeoGebra: Περιβάλλον - Εργαλεία - Δημιουργία Εφαρμογών - Διδακτικές Προτάσεις με Προσομοιώσεις - Φύλλα Εργασίας". *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, *1*, 302–308. ανακτήθηκε από https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/4274

Εργαστήριο "Εκπαιδευτικό Λογισμικό Μαθηματικών GeoGebra: Περιβάλλον - Εργαλεία - Δημιουργία Εφαρμογών - Διδακτικές Προτάσεις με Προσομοιώσεις - Φύλλα Εργασίας"

Γ. Μπολοτάκης

Γυμνάσιο Δοξάτου, gbolotis@gmail.com

Περίληψη

Διδακτικές ενότητες:

1. Περιβάλλον του GeoGebra - Διαμόρφωση χώρου σχεδίασης
2. Εξειδικευμένα Εργαλεία του GeoGebra
3. Ιδιότητες Αντικειμένων - Βασικές Εντολές
4. Δημιουργία εύκολων και απλών εφαρμογών GeoGebra
5. Διδακτικές προτάσεις με το GeoGebra (προσομοίωση τάξης, προσομοιώσεις, φύλλα εργασίας):
   - Μέτρηση μήκους του κύκλου με κλωστή (ακτίνιο, αριθμός π, τύπος μήκους)
   - Μέτρηση μήκους του κύκλου με περιστροφή τροχού (ακτίνιο, αριθμός π, τύπος μήκους)
   - Μέτρηση μήκους του κύκλου με εγγεγραμμένα – περιγεγραμμένα κανονικά πολύγωνα
   - Μέτρηση μήκους τόξου ως κλάσμα του μήκους του κύκλου
   - Μέτρηση εμβαδού του κυκλικού δίσκου με επανατοποθέτηση άπειρων τομέων του
   - Μέτρηση εμβαδού του κυκλικού τομέα ως κλάσμα του εμβαδού του κυκλικού δίσκου
   - Μέτρηση εμβαδού του κυκλικού δίσκου με εγγεγραμμένα – περιγεγραμμένα κανονικά πολύγωνα

Λέξεις κλειδιά: *GeoGebra, προσομοίωση, φύλλο εργασίας*

1. Επιμορφούμενοι

Μαθηματικοί, προπτυχιακοί – μεταπτυχιακοί φοιτητές Μαθηματικών Τμημάτων, εκπαιδευτικοί πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, κλπ

2. Εξοπλισμός

Κάθε επιμορφούμενος θα έχει τον ***προσωπικό*** του φορητό Η/Υ (***LapTop***) με ***ποντίκι*** (για ευκολότερη σχεδίαση) με εγκατεστημένη την τελευταία έκδοση (5) του GeoGebra (http://www.geogebra.org/download κλικ στο εικονίδιο , αφού κατεβεί

το αρχείο εξ' ολοκλήρου, αποθηκεύεται στον φάκελο «Λήψεις» ή στον φάκελο «Ληφθέντα Αρχεία», διπλό κλικ στο αρχείο, κλπ).

3. Χώρος Διεξαγωγής-χωρητικότητα

Αίθουσα με τραπέζια – θρανία και παροχές ρεύματος για πενήντα (50) φορητούς Η/Υ

4. Διάρκεια:

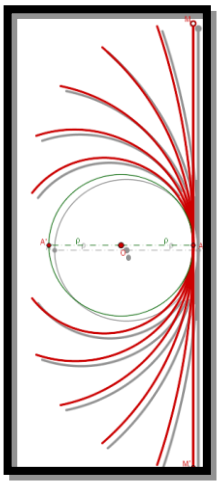
Πέντε (5) διδακτικές ώρες

5. Αναλυτική παρουσίαση διδακτικών προτάσεων

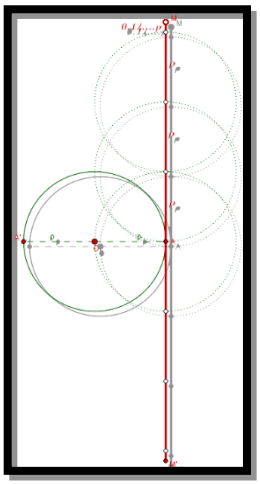
5.1 Μέτρηση μήκους κύκλου με κλωστή (ακτίνιο, αριθμός π, τύπος μήκους)

Ο μαθητής, καθοδηγούμενος από το ***φύλλο εργασίας***, ευθυγραμμίζει την γραμμή του κύκλου (*Εικόνα 1*), μετρά το ευθύγραμμο τμήμα με μονάδα την ακτίνα του κύκλου *(Εικόνα 2)*, εφαρμόζει το μετρημένο ευθύγραμμο τμήμα καμπυλώνοντάς το πάλι στον κύκλο *(Εικόνα 3)*, οπότε ανακαλύπτει την έννοια του ***ακτινίου (rad)***, τον αριθμό ***π***, τον ***τύπο*** του μήκος του κύκλου και την ***αντιστοιχία*** μοιρών – ακτινίων.

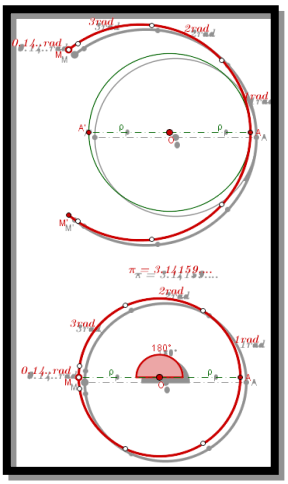
5.2 Μέτρηση μήκους κύκλου με περιστροφή τροχού (ακτίνιο, αριθμός π, τύπος μήκους)



Εικόνα 1: *Ευθυγράμμιση Κλωστής*

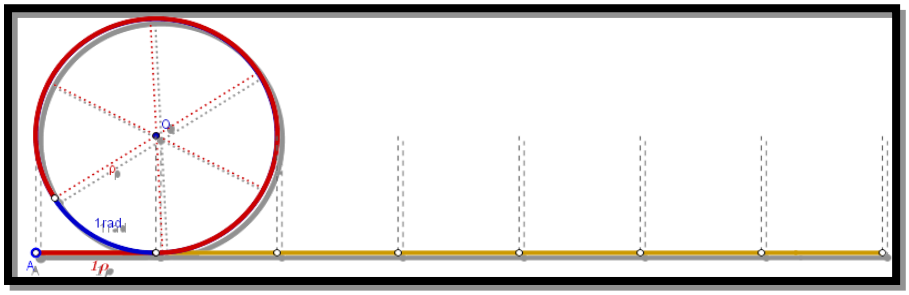


Εικόνα 2: *Μέτρηση με μονάδα την ακτίνα του κύκλου*



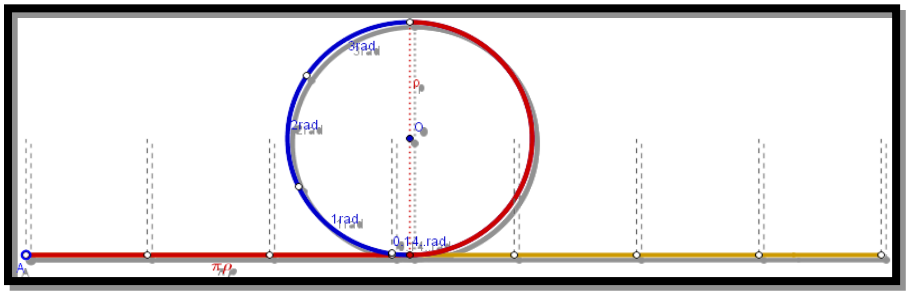
Εικόνα 3: *Εφαρμογή κλωστής στον κύκλο – ακτίνιο (rad) - αριθμός π*

Ο μαθητής, μετακινώντας τον αντίστοιχο δρομέα, περιστρέφει τροχό, του οποίου ξετυλίγεται το κάλυμμα πάνω σε ευθύγραμμο τμήμα χωρισμένο σε ευθύγραμμα τμήματα ίσα με την ακτίνα του τροχού. Σταματά την περιστροφή μόλις ξετυλιχτεί τμήμα ίσο με μία ακτίνα και ανακαλύπτει την έννοια του ακτινίου (*Εικόνα 4*).



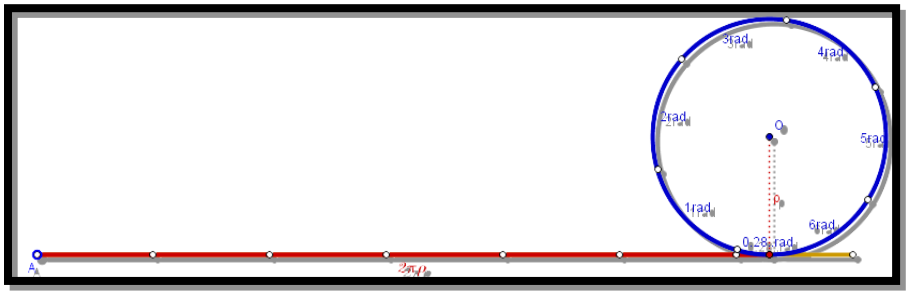
Εικόνα 4: *ακτίνιο (rad) = τόξο μήκους μιας ακτίνας*

Δίνοντας κίνηση στο δρομέα με κλικ σε αντίστοιχο κουμπί, περιστρέφεται ο τροχός μέχρι να ξετυλιχτεί κατά το ήμισυ το κάλυμμα, οπότε ανακαλύπτει τον αριθμό ***π*** *(Εικόνα 5).*



Εικόνα 5: *μήκος ημικυκλίου, αριθμός π*

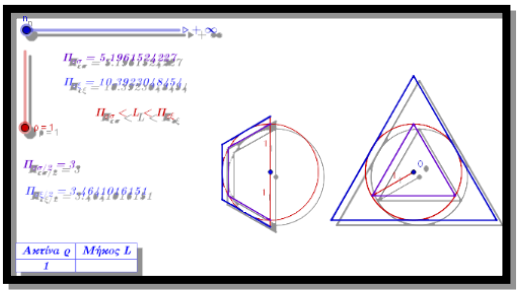
Δίνοντας κίνηση πάλι με κλικ σε κουμπί στο δρομέα, περιστρέφεται ο τροχός μέχρι να ξετυλιχτεί εξ' ολοκλήρου, οπότε ανακαλύπτεται το μήκος του κύκλου *(Εικόνα 6).*



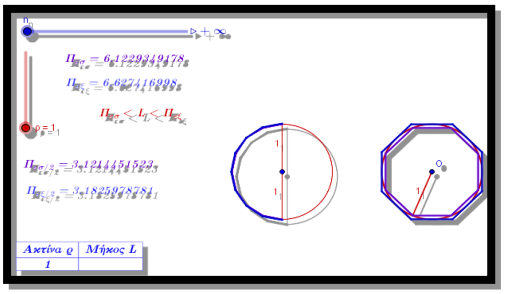
Εικόνα 6: *μήκος κύκλου = 2 π*

5.3 Μέτρηση μήκους του κύκλου με εγγεγραμμένα – περιγεγραμμένα κανονικά – πολύγωνα

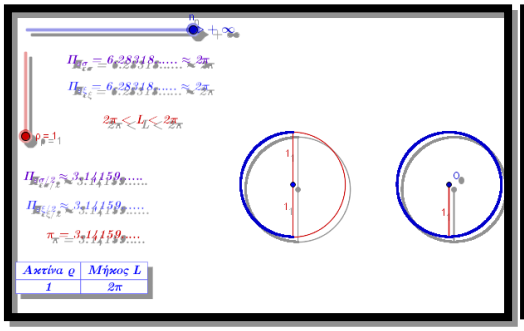
Ο μαθητής, μετακινώντας τον αντίστοιχο δρομέα, δίνει διάφορες τιμές στην ακτίνα του κύκλου και κατόπιν δίνοντας κίνηση με κλικ σε κουμπί στο δρομέα ($n \rightarrow \infty$) που καθορίζει το πλήθος των κανονικών πολυγώνων, παρακολουθεί την σύγκλιση των μηκών των πολυγώνων. Για ακτίνα ίση με μονάδα παρακολουθεί και την μέτρηση του ημικυκλίου για να κατανοήσει την έννοια του αριθμού ***π*** *(Εικόνες 7,8,9,10)*.



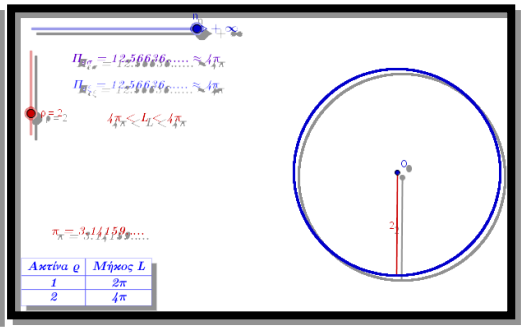
Εικόνα 7: *Υπολογισμός μήκους ημικυκλίου – κύκλου, αριθμού π, για ακτίνα=1*



Εικόνα 8: *Υπολογισμός μήκους ημικυκλίου – κύκλου, αριθμού π, για ακτίνα=1*



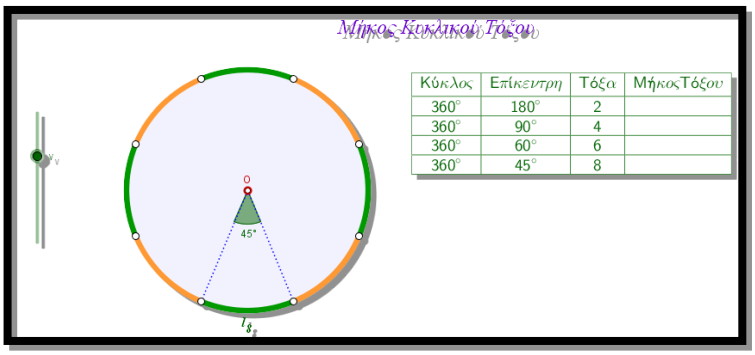
Εικόνα 9: *Τιμή μήκους ημικυκλίου – κύκλου, αριθμού π, για ακτίνα=1*



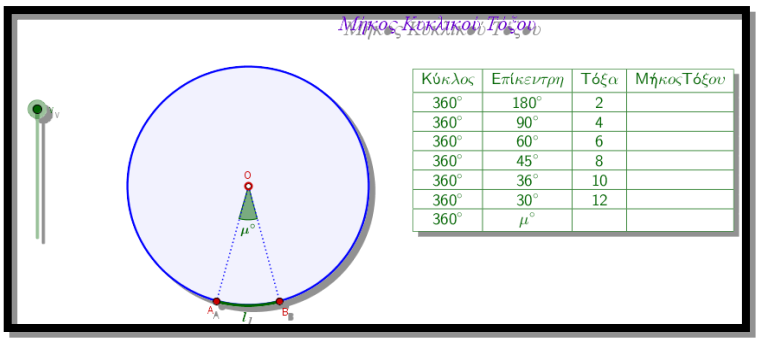
Εικόνα 10: *Υπολογισμός μήκους κύκλου για διάφορες τιμές της ακτίνας*

5.4 Μέτρηση μήκους τόξου ως κλάσμα του μήκους του κύκλου

Ο μαθητής, μετακινώντας τον αντίστοιχο δρομέα, καθορίζει το πλήθος των ίσων τόξων στα οποία χωρίζεται αυτόματα ο κύκλος, παρακολουθεί τις τιμές της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας και του πλήθους των τόξων που καταγράφονται στον πίνακα και καλείται να ανακαλύψει τις αντίστοιχες τιμές στην κενή στήλη του πίνακα. Μετά από ικανό πλήθος διαμερίσεων του κύκλου σε ίσα τόξα, εμφανίζεται η γενική μορφή $\boldsymbol{\mu^o}$ του μέτρου της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας και καλείται ο μαθητής ανακαλύψει και να διατυπώσει τον τύπο που δίνει το μήκος του τόξου ως κλάσμα του μήκους του κύκλου *(Εικόνες 11,12)*.



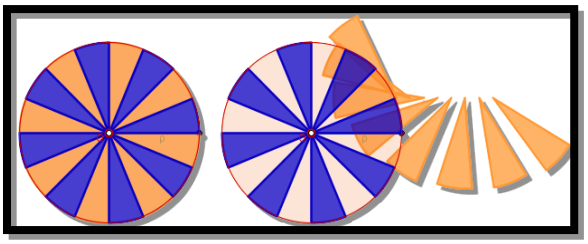
Εικόνα 31: *Υπολογισμός Μήκους Κυκλικού Τόξου με γνωστή επίκεντρη γωνία*



Εικόνα 22: *Υπολογισμός Τύπου Μήκους Κυκλικού Τόξου*

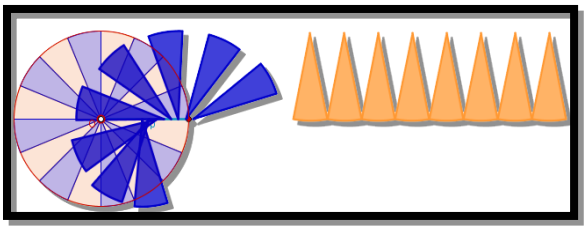
5.5 Μέτρηση εμβαδού κυκλικού δίσκου με επανατοποθέτηση άπειρων τομέων του

Ο μαθητής, με διαδοχικά πατήματα στο αντίστοιχο κουμπί, αρχικά χωρίζει τον κυκλικό δίσκο σε σχετικά μικρό αριθμό ίσων κυκλικών τομέων π.χ. μέχρι 12. Κατόπιν πατώντας το αντίστοιχο κουμπί, παρατηρεί την στροφή – μεταφορά και οριζόντια διάταξη των μισών τομέων *(Εικόνα 13)*.



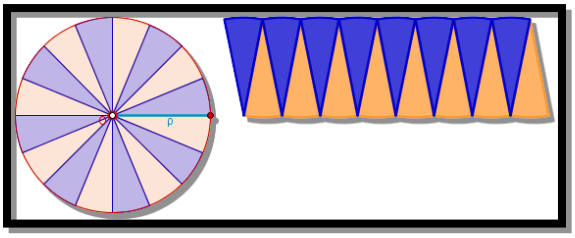
Εικόνα 13: *Μεταφορά – στροφή πορτοκαλί τομέων σε οριζόντια διάταξη*

Κατόπιν πατώντας το αντίστοιχο κουμπί, παρατηρεί την στροφή – μεταφορά και οριζόντια διάταξη και των υπόλοιπων τομέων *(Εικόνα 14)*.



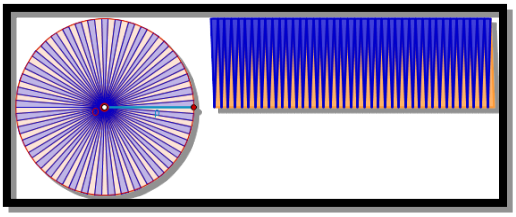
Εικόνα 14: *Μεταφορά – στροφή μπλε τομέων σε οριζόντια διάταξη*

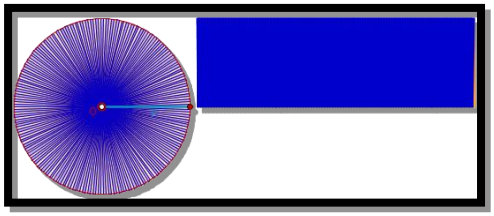
Δημιουργείται καμπυλόγραμμο παραλληλόγραμμο *(Εικόνα 15)*. Ερωτάται ο μαθητής ποιο το μήκος και ποιο το πλάτος του καμπυλόγραμμου παραλληλόγραμμου.



Εικόνα 15: *Δημιουργία καμπυλόγραμμου παραλληλόγραμμου*

Κατόπιν δίνοντας κίνηση με κουμπί στο δρομέα ($n \to \infty$) που καθορίζει το πλήθος των τομέων του κυκλικού δίσκου, παρακολουθεί την μετατροπή του καμπυλόγραμμου παραλληλόγραμμου σε ορθογώνιο ισοδύναμο του κυκλικού δίσκου *(Εικόνες 16,17)*.

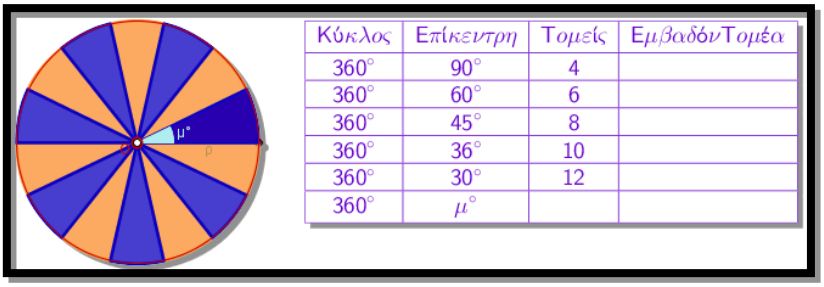




Εικόνα 16: *Απεριόριστη αύξηση πλήθους* ***Εικόνα 17:*** *Τελική μορφή τετραπλεύρου τομέων*

5.6 Εμβαδό κυκλικού τομέα ως κλάσμα του εμβαδού του κυκλικού δίσκου

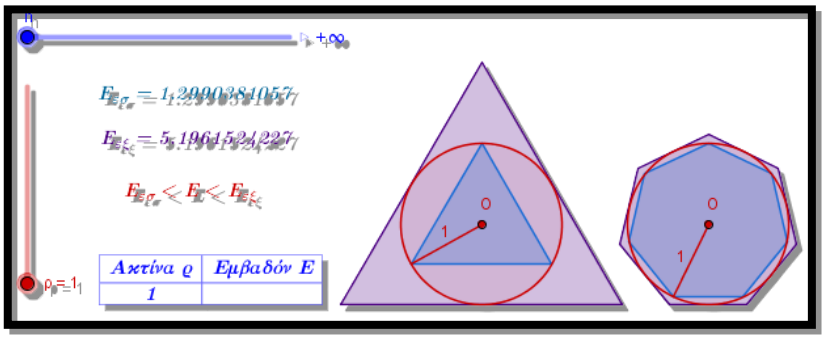
Ο μαθητής, μετακινώντας τον αντίστοιχο δρομέα, καθορίζει το πλήθος των ίσων τομέων στους οποίους χωρίζεται ο κυκλικός δίσκος, παρακολουθεί τις τιμές που καταγράφονται στον πίνακα και καλείται να συμπληρώσει την κενή στήλη του πίνακα και τελικά να καταλήξει στον τύπο που δίνει το εμβαδό του τομέα *(Εικ. 18)*.



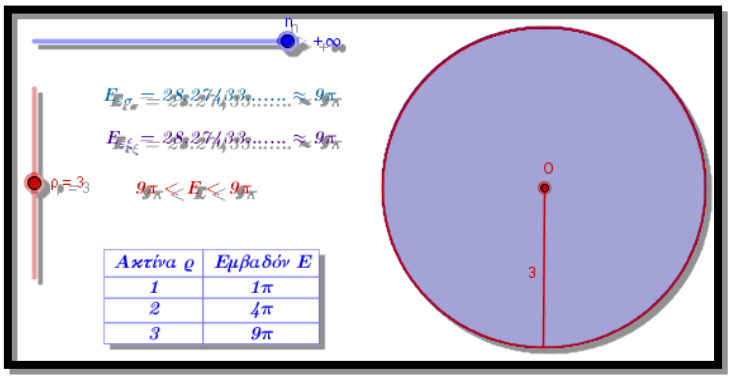
Εικόνα 18: *Υπολογισμός Τύπου Εμβαδού Κυκλικού Τομέα*

5.7 Μέτρηση εμβαδού του κυκλικού δίσκου με εγγεγραμμένα – περιγεγραμμένα κανονικά-πολύγωνα

Ο μαθητής, μετακινώντας τον αντίστοιχο δρομέα, δίνει διάφορες τιμές στην ακτίνα του κύκλου και κατόπιν δίνοντας κίνηση με κουμπί στο δρομέα (n→∞) που καθορίζει το πλήθος των κανονικών πολυγώνων παρακολουθεί την σύγκλιση των τιμών των εμβαδών των πολυγώνων *(Εικόνες 19,20)*.



Εικόνα 19*: Υπολογισμός Εμβαδού Κύκλου, με εγγεγραμμένα - περιγεγραμμένα κανονικά πολύγωνα, ακτίνα=1*



Εικόνα 20: *Υπολογισμός Τύπου Εμβαδού Κύκλου, με εγγεγραμμένα - περιγεγραμμένα κανονικά πολύγωνα*

Βιβλιογραφία

Κυνηγός, Χρ. (2007). *Παιδαγωγική Αξιοποίηση των Ψηφιακών Τεχνολογιών για τη Διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Ελλ. Γράμματα.

Μπολοτάκης, Γ. (2015). *GeoGebra εύκολα και απλά*. Εκδόσεις: *SmartLearn*