

# Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2017)

5ο Πανελλήνιο Συνέδριο «Ένταξη και Χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία»

**5ο Πανελλήνιο Επιστημονικό Συνέδριο**  
Ένταξη και Χρήση των ΤΠΕ στην  
Εκπαιδευτική Διαδικασία  
Αθήνα  
21-23 Απριλίου 2017  
Παιδαγωγικό Τμήμα  
Α.Σ.ΠΑΙ.Τ.Ε.

Διαδίκτυα Περιβάλλοντα  
Ψηφιακή Αφήγηση  
Επιμόρφωση  
ΤΠΕ  
Εκπαιδευτική Ρομποτική  
Έρευνα

Ψηφιακά Παιχνίδια  
Αξιολόγηση  
STEM  
Εκπαιδευτική Ρομποτική

Εργαλεία Web 2.0  
Ψηφιακά Αποθετήρια ΕΛ/ΛΑΚ  
Οπτικοακουστικός Γραμματισμός  
Ειδική Αγωγή

etpe2017.aspete.gr

ΑΣΠΑΙΤΕ  
Υπό την Αιγίδα του Υπουργείου Παιδείας, Έρευνας και Θρησκευμάτων  
ΕΤΕΠΕ  
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΕΝΩΣΗ  
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ  
& ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Διαθεματικές προσεγγίσεις με την χρήση του μαθηματικού λογισμικού Geogebra για την διδασκαλία των Μαθηματικών και της Φυσικής

Παναγιώτα Αργύρη

## Βιβλιογραφική αναφορά:

Αργύρη Π. (2022). Διαθεματικές προσεγγίσεις με την χρήση του μαθηματικού λογισμικού Geogebra για την διδασκαλία των Μαθηματικών και της Φυσικής. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, 1, 891–895. ανακτήθηκε από <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/4141>

# Διαθεματικές προσεγγίσεις με την χρήση του μαθηματικού λογισμικού Geogebra για την διδασκαλία των Μαθηματικών και της Φυσικής

Αργύρη Παναγιώτα

[argiry@gmail.com](mailto:argiry@gmail.com)

Πρότυπο Γενικό Λύκειο Ευαγγελικής Σχολής Σμύρνης

## Περίληψη

Στην εποχή των έντονων τεχνολογικών και επιστημονικών αλλαγών προβάλλεται η πρόκληση για διεπιστημονική προσέγγιση των επιστημών με την χρήση των νέων τεχνολογιών. Μέσα σε αυτό το πλαίσιο η ένταξη των μαθηματικών εκπαιδευτικών λογισμικών στην σχολική τάξη, που ενσωματώνουν τα γνωστικά πεδία των Μαθηματικών και της Φυσικής, μπορούν να αξιοποιηθούν κατάλληλα για την καλλιέργεια των επιστημονικών δεξιοτήτων διερεύνησης. Στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται προτάσεις διαθεματικών διδακτικών προσεγγίσεων διερευνητικής μάθησης με βάση το λογισμικό Geogebra στην κινηματική φυσική, στις ταλαντώσεις και στο ρυθμό μεταβολής φυσικών μεγεθών.

**Λέξεις κλειδιά:** Διεπιστημονικότητα, Μαθηματικά, Φυσική, Geogebra

## Θεωρητικό πλαίσιο

Η αναγκαιότητα της ενεργητικής σύνδεσης των Μαθηματικών και της Φυσικής διατυπώνεται ως ζητούμενο στην εκπαιδευτική διαδικασία από τα αναλυτικά προγράμματα σπουδών. Για την ανάδειξη της σημασίας και του ρόλου της μαθηματικής γνώσης πρέπει να ανοίγονται παράθυρα σύνδεσης με τον πραγματικό κόσμο, ώστε ο μαθητής να αντιλαμβάνεται ότι “οι μαθηματικές έννοιες, οι δομές και οι ιδέες έχουν εφευρεθεί ως εργαλεία για να οργανώσουν τα φαινόμενα του φυσικού, κοινωνικού και πνευματικού κόσμου” (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2011). Οι βασικές αρχές της μάθησης των επιστημών υποστηρίζουν «την ενεργό συμμετοχή των μαθητών, την κοινωνική τους αλληλεπίδραση, την ανάπτυξη της αυτορύθμισης και της εσωτερικής σκέψης τους, την σύνδεση νέων πληροφοριών με τις προϋπάρχουσες γνώσεις τους και την χρήση των νέων τεχνολογιών» (Βοσνιάδου, 2001).

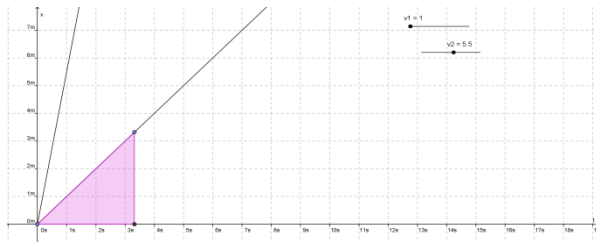
Μία σημαντική πτυχή των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας (ΤΠΕ) είναι η οπτικοποίηση των εννοιών. Αυτό σημαίνει ότι συμβάλλει στην αποτελεσματική προσέγγιση εννοιών από διαφορετικά γνωστικά πεδία, μέσω της μοντελοποίησης. Με άλλα λόγια, οι ΤΠΕ συμβάλλουν σημαντικά στην διαδικασία περιγραφής φαινομένων ή διαδικασιών με τη χρήση μαθηματικών εξισώσεων και συμβόλων. Η απεικόνιση των σχέσεων και των συσχετίσεων των μεταβλητών ενός μοντέλου επιτρέπει πολλές επεκτάσεις στους τομείς της επιστήμης. Με την χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού Geogebra επιτυγχάνεται η διεπιστημονική προσέγγιση εννοιών της φυσικής και των μαθηματικών μέσω των πολλαπλών αναπαραστάσεων και η μετάβαση από το φυσικό σύστημα στη

μαθηματική περιγραφή (αλγεβρική ή γράφημα) και αντίστροφα (Οβαδίας, Τριανταφύλλου, 2007).

## Δραστηριότητες σύνδεσης των επιστημονικών πεδίων των Μαθηματικών και της Φυσικής

### Η κινηματική Φυσική και ιδιότητες των γραφικών παραστάσεων στα Μαθηματικά

#### Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

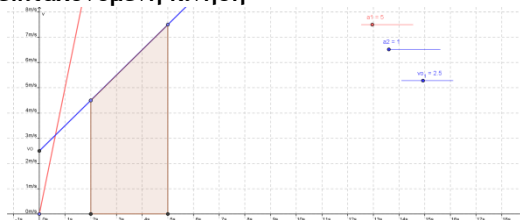


Σχήμα 1: Γραφικές παραστάσεις της μετατόπισης  $x$  σε συνάρτηση με τον χρόνο  $t$  για τις κινήσεις δύο σωμάτων

#### Ερωτήσεις για διερεύνηση

- Να συμπληρώσετε τους πίνακες τιμών για τη μεταβολή της θέσης  $x$  σε συνάρτηση με τον χρόνο  $t$  για τις δύο κινήσεις.
- Να υπολογίσετε τους λόγους τιμών  $x/t$  και στις δύο περιπτώσεις. Τι παρατηρείτε;
- Ποιο συμπέρασμα προκύπτει για τις κινήσεις τους;
- Να υπολογίσετε τις κλίσεις των ευθειών  $v_1$  και  $v_2$ . Τι παρατηρείτε;
- Ποια μαθηματική συνάρτηση (σχέση) μπορεί να περιγράψει την μεταβολή των  $x-t$ ; Να καταγράψετε τις εξισώσεις κίνησης σε κάθε περίπτωση.
- Αν μεταβάλλουμε τις ταχύτητες  $v_1$  και  $v_2$  ποιες μεταβολές παρατηρούνται στις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις; Εξηγήστε.
- Να υπολογίσετε, με βάση την γραφική παράσταση, το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα 1 από  $t=0$  s έως  $t=3$ s ή  $t=5$  ή  $t=10$ . Να επιβεβαιώσετε τους υπολογισμούς σας και αλγεβρικά.

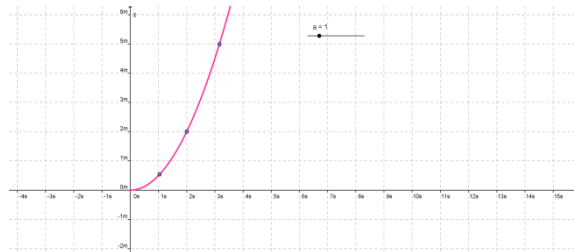
#### Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση



Σχήμα 3: Γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας  $v$  σε συνάρτηση με τον χρόνο  $t$  για τις κινήσεις δύο σωμάτων.

**Ερωτήσεις για διερεύνηση**

- Ποια διαφορά παρατηρείτε στις κινήσεις 1 και 2;
- Να υπολογίσετε τις κλίσεις των ευθειών  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ ;
- Ποια μαθηματική συνάρτηση (σχέση) μπορεί να περιγράψει την μεταβολή των  $v-t$ ; Να καταγράψετε τις εξισώσεις κίνησης σε κάθε περίπτωση.
- Αν μεταβάλλουμε τις επιταχύνσεις  $a_1$  και  $a_2$  ή την αρχική ταχύτητα  $v_0$ , ποιες μεταβολές παρατηρούνται στις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις; Εξηγήστε.
- Να υπολογίσετε, με βάση την γραφική παράσταση, τη χρονική στιγμή που θα συναντηθούν τα δύο σώματα. Να επιβεβαιώσετε τους υπολογισμούς σας και αλγεβρικά.
- Να υπολογίσετε, με βάση την γραφική παράσταση, το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα 2 από  $t=3s$  έως  $t=5s$ . Να επιβεβαιώσετε τους υπολογισμούς σας και αλγεβρικά.



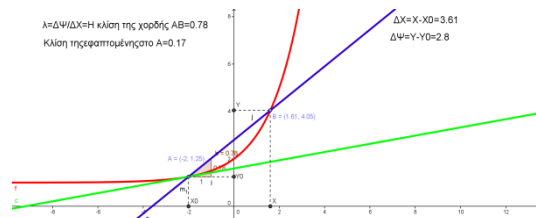
**Σχήμα 3:** Γραφική παράσταση της θέσης  $x$  σε συνάρτηση με τον χρόνο  $t$  της κίνησης ενός σώματος.

**Ερωτήσεις για διερεύνηση**

- Ποια μαθηματική συνάρτηση (σχέση) μπορεί να περιγράψει την μεταβολή των  $x-t$ ; Να γράψετε την εξίσωση  $x-t$ .
- Αν μεταβάλλουμε την επιτάχυνση  $a$  ποιες μεταβολές παρατηρούνται στη γραφική παρασάση; Εξηγήστε.
- Μπορούμε με βάση το «άνοιγμα» της παραβολής για τις κινήσεις των δύο σωμάτων να συμπεράνουμε ποιο σώμα κινείται με μεγαλύτερη επιτάχυνση. Εξηγήστε.

**Ρυθμός μεταβολής στη Φυσική και η έννοια της παραγώγου στα Μαθηματικά**

Η θεμελιώδης έννοια του ρυθμού μεταβολής στη Φυσική συνδέεται με την έννοια της παραγώγου στα Μαθηματικά, μέσω του λογισμικού Geogebra.

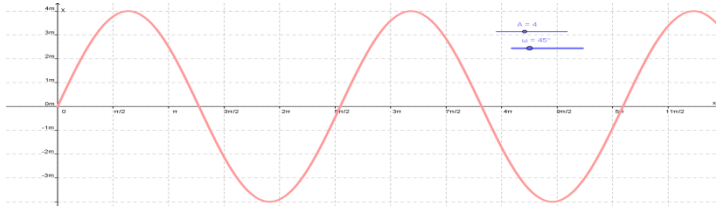


#### Σχήμα 4: Προσέγγιση της ευθείας της εφαπτομένης από την γραφική παράσταση της συνάρτησης.

##### Ερωτήσεις για διερεύνηση

- Προσδιορίστε τον συντελεστή διεύθυνσης της χορδής AB
- Όταν  $x \rightarrow x_0$  ποια είναι η σχετική θέση της χορδής AB σε σχέση με την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης στο σημείο A;
- Ποιος είναι ο συντελεστής διεύθυνσης της χορδής AB, όταν  $x \rightarrow x_0$ ;
- Παρατηρείστε την μεταβολή του λόγου  $\frac{\Delta\psi}{\Delta x}$ , όταν το σημείο B «πλησιάζει» το σημείο A.
- Γράψετε τον ορισμό της παραγώγου της συνάρτησης  $f$ , όταν  $x \rightarrow x_0$ .

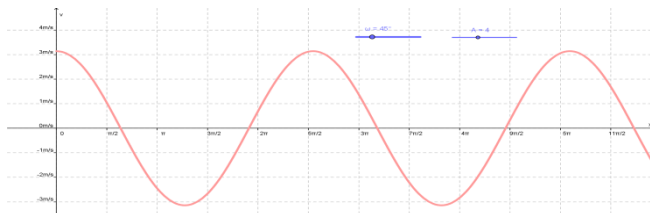
#### Τριγωνομετρικές συναρτήσεις στα Μαθηματικά και απλές Αρμονικές Ταλαντώσεις (α.α.τ)



Σχήμα 5: Η παραπάνω γραφική παράσταση περιγράφει την απομάκρυνση  $x$  σε συνάρτηση με τον χρόνο  $t$  από την θέση ισορροπίας  $O$  ενός σώματος που εκτελεί α.α.τ.

##### Ερωτήσεις για διερεύνηση

- Για  $A=4$  και  $\omega=\pi/4$  να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης  $x$  σε συνάρτηση με τον χρόνο  $t$ .
- Να κατασκευάσετε τον πίνακα μονοτονίας και ακροτάτων της ημιτονοειδούς συνάρτησης.
- Ποιες χρονικές στιγμές το σώμα αποκτά την μέγιστη απομάκρυνση. Ποια είναι αντίστοιχα η μέγιστη απομάκρυνση, σε αυτές τις χρονικές στιγμές; Να επιβεβαιώσετε τα συμπεράσματά σας και αλγεβρικά.
- Αν μεταβάλλουμε τις παραμέτρους  $A$  και  $\omega$ , ποια χαρακτηριστικά μεγέθη της ημιτονοειδούς συνάρτησης μεταβάλλονται;



Σχήμα 6 : Η παραπάνω γραφική παράσταση περιγράφει την ταχύτητα  $u$  σε συνάρτηση με τον χρόνο  $t$  από την θέση ισορροπίας  $O$  ενός σώματος που εκτελεί α.α.τ.

## Συμπεράσματα

Στις παραπάνω δραστηριότητες χρησιμοποιήθηκαν τα πλεονεκτήματα και οι δυνατότητες που διαθέτει το λογισμικό Geogebra για την προώθηση της διερευνητικής μάθησης και της διαθεματικής διδασκαλίας. Μία σημαντική ιδιότητα που διαθέτει το λογισμικό Geogebra είναι η δυνατότητα του 'συροίματος' (drag mode) μέσω της εισαγωγής δρομέων (ΙΤΥ, 2010). Οι γραφικές παραστάσεις μετασχηματίζονται συνεχώς και σε πραγματικό χρόνο, ώστε να παρατηρούνται οι επιδράσεις των μεταβολών των μεταβλητών του αντίστοιχου μοντέλου. Ο μαθητής κάνει υποθέσεις, που μπορεί ταυτόχρονα να τις ελέγχει. Σε αυτό συμβάλει η ταχύτητα ανταπόκρισης του λογισμικού, όπου δίνει την δυνατότητα απεριορίστου αριθμού δοκιμών, μέχρι να επιτευχθεί η γενικέυση των κανόνων από τον ίδιο το μαθητή. Η δημιουργία πολλαπλών αναπαραστάσεων επιστημονικών εννοιών και η σύνδεση τους με εικονικό, ενεργητικό και συμβολικό τρόπο παρέχει κίνητρα για μάθηση.

## Αναφορές

- Βοσνιάδου, Σ., (2001). *Ήως μαθαίνουν οι μαθητές*. Τμήμα Μεθοδολογίας, Ιστορίας και Θεωρίας της Επιστήμης (ΜΙΘΕ).
- ΙΤΥ, (2010). *Επιμορφωτικό υλικό για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στα Κέντρα Στήριξης Επιμόρφωσης*. Τεύχος 4: Κλάδος ΠΕ03, Β' έκδοση Αναθεωρημένη & Εμπλουτισμένη. Πάτρα: ΙΤΥ.
- ΙΤΥ, (2010). *Επιμορφωτικό υλικό για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στα Κέντρα Στήριξης Επιμόρφωσης*. Τεύχος 1: Γενικό Μέρος, Α' έκδοση. Πάτρα: ΙΤΥ.
- Οβαδίας Σ., Τριανταφύλλου Τ. (2007). Διδακτική προσέγγιση τη έννοιας του ρυθμού μεταβολής στη Φυσική της Α' Λυκείου μέσα από Μαθηματικά Λογισμικά. *Πρακτικά 4<sup>ο</sup> Συνέδριο στη Σύρο «ΤΠΕ στην Εκπαίδευση»*, Σύρος 23-24 Μαΐου.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο στο πλαίσιο υλοποίησης της Πράξης «ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21ου αιώνα)», (2011)..*Εργαλεία Διδακτικών Προσεγγίσεων: Επιστημονικό Πεδίο: Μαθηματικά. Πρόγραμμα Σπουδών για τα Μαθηματικά στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση*. Εκπόνηση Προγραμμάτων Σπουδών Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης και οδηγιών για τον εκπαιδευτικό. Νέο πρόγραμμα σπουδών, στους Άξονες Προτεραιότητας 1,2,3, -Οριζόντια Πράξη», με κωδικό MIS 295450.
- Ντολιοπούλου Ε. (1999) *Σύγχρονες τάσεις της προσχολικής αγωγής*, Εκδόσεις «τοπωθήτω». Αθήνα.

## Παράρτημα

Οι κατασκευές στο λογισμικό geogebra με τα αντίστοιχα φύλλα εργασίας

<http://ggbm.at/Yq08vmMz>

<http://ggbm.at/iA05R7fK>

<http://ggbm.at/PZVGyNM7>

<http://ggbm.at/CUejcQml>

<http://ggbm.at/cUKXRGIM>