ePublishing
ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗΣ
NATIONAL DOCUMENTATION CENTRE

Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

Τόμ. 1 (2017)

5ο Πανελλήνιο Συνέδριο «Ένταξη και Χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία»

Αξιοποίηση ψηφιακής εκδοχής του μαθηματικού παιχνιδιού NIM για την ανάπτυξη μαθηματικών συζητήσεων που αναφέρονται σε στρατηγικές

Βαγγέλης Νικολιδάκης, Βαγγέλης Παπαβασιλείου

Βιβλιογραφική αναφορά:

Νικολιδάκης Β., & Παπαβασιλείου Β. (2022). Αξιοποίηση ψηφιακής εκδοχής του μαθηματικού παιχνιδιού NIM για την ανάπτυξη μαθηματικών συζητήσεων που αναφέρονται σε στρατηγικές. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, *1*, 183–192. ανακτήθηκε από https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/4079

https://epublishing.ekt.gr | **e-Εκδότης:** EKT | **Πρόσβαση:** 15/04/2025 09:34:12

Αξιοποίηση ψηφιακής εκδοχής του μαθηματικού παιχνιδιού NIM για την ανάπτυξη μαθηματικών συζητήσεων που αναφέρονται σε στρατηγικές

Νικολιδάκης Βαγγέλης, Παπαβασιλείου Βαγγέλης
evnikol@edc.uoc.gr, vpapav@edc.uoc.gr
Π.τ.Δ.Ε. Πανεπιστήμιο Κρήτης

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία γίνεται παρουσίαση μιας διδακτικής παρέμβασης που υλοποιήθηκε κατά το σχολικό έτος 2014-2015, σε δημοτικό σχολείο αστικής περιοχής. Στο πλαίσιο της παρέμβασης αυτής, δημιουργήθηκαν ψηφιακές εκδοχές του μαθηματικού παιχνιδιού NIM με χρήση της γλώσσας προγραμματισμού java, τις οποίες και χρησιμοποίησαν οι μαθητές ενός τμήματος Ε' τάξης αρχικά για να γνωρίσουν το παιχνίδι και εν συνεχεία για να εξασκηθούν παίζοντας ένα σύνολο παρτίδων ανά ζεύγη. Ένα μέρος από τις παρτίδες επιλέχθηκε και αποτέλεσε αντικείμενο σχολιασμού και περαιτέρω συζήτησης σε απολογιστικές συνεδρίες που έγιναν είτε πρόσωπο με πρόσωπο στην τάξη είτε διαδικτυακά σε περιβάλλον chat. Εδώ παρουσιάζονται τα πρώτα αποτελέσματα από την ανάλυση των συζητήσεων, με το ενδιαφέρον να εστιάζεται στο κατά πόσο εμφανίζονται σε αυτές δείγματα μαθηματικού συλλογισμού και πιο συγκεκριμένα αναφορές σχετικά με στρατηγικές που χρησιμοποίησαν οι μαθητές στα παιχνίδια.

Λέξεις κλειδιά: NIM, σοβαρά παιχνίδια, απολογισμός, στρατηγική, συζήτηση

Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται έντονο ενδιαφέρον γύρω από το ζήτημα της αξιοποίησης των παιχνιδιών στην εκπαιδευτική πράξη. Αφετηρία για το ενδιαφέρον αυτό αποτελεί η παραδοχή ότι τα παιχνίδια ελκύουν τους μαθητές. Όντας αναπόσπαστο στοιχείο της κουλτούρας τους, θεωρείται πιθανόν ότι η χρήση τους για εκπαιδευτικούς σκοπούς μπορεί να έχει απήχηση (Houssart & Sams, 2008).

Θεωρητικό Υπόβαθρο

Τα «σοβαρά» μαθηματικά παιχνίδια

Τα ηλεκτρονικά παιχνίδια εικάζεται ότι εξασφαλίζουν την ενεργό συμμετοχή των μαθητών, προάγουν τη μάθηση μέσω δράσης και συμβάλλουν στην προώθηση της συνεργατικής μάθησης (Ke, 2008). Ωστόσο, τα εμπειρικά δεδομένα δεν επιβεβαιώνουν πάντα τις παραπάνω υποθέσεις (Kafai, 2006), κάτι που είναι λογικό να συμβαίνει αφού η διδακτική αξία κάθε παιχνιδιού είναι διαφορετική, ενώ και ο τρόπος διδακτικής τους αξιοποίησης ποικίλει. Σε σχέση με τα μαθηματικά, υπάρχουν ερευνητές, όπως η Ainley, που υποστηρίζουν ότι περισσότερο ωφέλιμα είναι εκείνα τα παιχνίδια που η δομή τους και οι κανόνες τους βασίζονται σε μαθηματικές έννοιες (Lee, 1996), στοιχείο που λήφθηκε υπόψη κατά τη διαδικασία επιλογής του παιχνιδιού που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία.

Μία ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα κατηγορία ηλεκτρονικών παιχνιδιών είναι τα λεγόμενα «σοβαρά» παιχνίδια (serious games). Πρόκειται για παιχνίδια που έχουν πρωτίστως

Κ. Παπανικολάου, Α. Γόγουλου, Δ. Ζυμπίδης, Α. Λαδιάς, Ι. Τζωρτζάκης, Θ. Μπράτιτσης, Χ. Παναγιωτακόπουλος (επιμ.), Πρακτικά Εργασιών 5ου Πανελλήνιου Συνεδρίου «Ένταξη και Χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία», σ. 183-192, Ανώτατη Σχολή ΠΑΙδαγωγικής & Τεχνολογικής Εκπαίδευσης, 21-23 Απριλίου 2017.ISSN 2529-0924, ISBN 978-618-83186-0-1.

παιδαγωγικό στόχο και δεν αποσκοπούν αποκλειστικά στο να διασκεδάσουν τους συμμετέχοντες, χωρίς φυσικά το τελευταίο να αποκλείεται να συμβαίνει (Young et al, 2012).

Τα «σοβαρά» παιχνίδια παρέχουν τη δυνατότητα στους μαθητές να αναπτύσσουν πολλαπλά κριτήρια και να δοκιμάζουν διαφορετικές στρατηγικές προσπαθώντας να επιλύσουν προβληματικές καταστάσεις (Ernest, 1986), κάτι που παρατηρήθηκε και σε μελέτη περίπτωσης (Kenna, 2015) με μαθητές 6ης τάξης δημοτικού σχολείου στο Manchester. Υποστηρίζεται ότι μέσα από μια διαδικασία δοκιμής και πλάνης, διατύπωσης υποθέσεων και ελέγχου, αλλά ακόμα και μέσα από την παρατήρηση των άλλων παιχτών, οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να ανακαλύψουν διάφορες στρατηγικές επίλυσης, που είναι χρήσιμες για την επιτυχία τους στα παιχνίδια αυτά και όχι μόνο (Offenholley, 2012).

Σε έρευνα στην Ιταλία (Bottino et al, 2014) όπου μαθητές ηλικίας 8-10 ετών ασχολήθηκαν με ψηφιακές εκδοχές «σοβαρών» παιχνιδιών σκέψης (mind games), διαπιστώθηκε ότι η ενασχόληση με τα παιχνίδια, βοήθησε τους μαθητές να βελτιώσουν συγκεκριμένες μαθηματικές δεξιότητες (ικανότητα εφαρμογής κανόνων, ικανότητα πρόβλεψης της εξέλιξης ενός παιχνιδιού κ.λπ.). Σε πιο πρώιμο στάδιο της ίδιας έρευνας (Bottino et al, 2007) είχε διαπιστωθεί ότι τα παιχνίδια αυτά ουσιαστικά επιβάλλουν την ανάπτυξη διεργασιών σκέψης, αφού οι μαθητές είναι αναγκασμένοι να προβαίνουν σε απαιτητικές ενέργειες, όπως να προβλέπουν τις συνέπειες που θα έχει μια σειρά ενεργειών, να σκέφτονται εναλλακτικά σενάρια δράσης και πιθανούς τρόπους εξέλιξης του παιχνιδιού και να δοκιμάζουν την αποτελεσματικότητα διαφορετικών στρατηγικών.

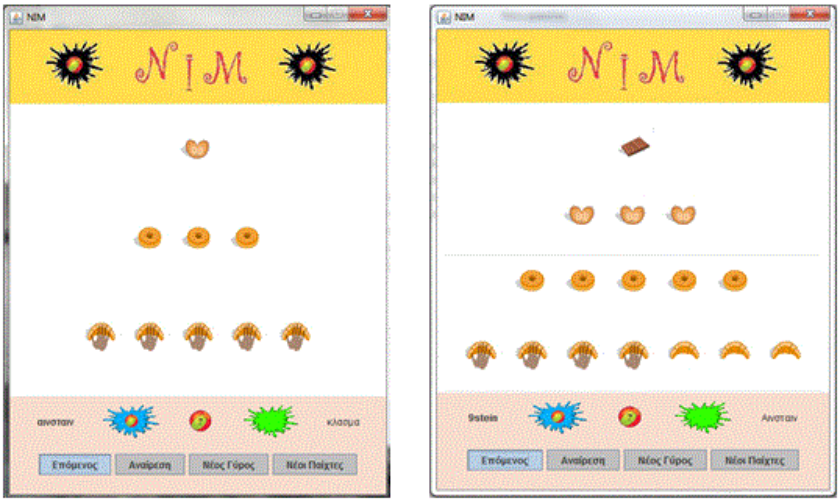
Το μαθηματικό παιχνίδι NIM

Το παιχνίδι που αξιοποιήθηκε στη διδακτική παρέμβαση, είναι το μαθηματικό παιχνίδι NIM. Ιστορικά, δεν υπάρχει βεβαιότητα για την ακριβή προέλευσή του. Υπάρχουν αναφορές ότι το παιχνίδι αυτό παιζόταν στην αρχαία Κίνα και ότι εμφανίστηκε στην Ευρώπη κατά τη διάρκεια του 16ου αιώνα. Η ονομασία NIM αποδίδεται στον Charles Bouton, ο οποίος και μελέτησε διεξοδικά το παιχνίδι αυτό και διατύπωσε σχετικό θεώρημα βάσει του οποίου μπορεί να προσδιοριστεί εκ των προτέρων ο νικητής κάθε παρτίδας. Η ονομασία αυτή προέκυψε πιθανόν από τη γερμανική λέξη "nimm" που σημαίνει «παίρνω» ή εναλλακτικά ίσως να αποτελεί «καθρεφτισμό» της αγγλικής λέξης WIN (Freiman & Applebaum, 2016). Το παιχνίδι έγινε ιδιαίτερα γνωστό από τον Ferranti, ο οποίος το 1951 παρουσίασε στο Φεστιβάλ Britain, τον υπολογιστή NIMROD, ο οποίος ήταν προγραμματισμένος να παίζει το παιχνίδι NIM (Djaouti et al, 2011).

Το NIM παίζεται με στοίβες από μάρκες ή άλλα αντικείμενα. Υπάρχουν αρκετές παραλλαγές ως προς το πλήθος των στοιβών και τον αριθμό των μάρκων που υπάρχουν σε κάθε στοίβα. Δύο συνηθισμένες διατάξεις είναι αυτές που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία και φαίνονται στην εικόνα 1. Στην πρώτη διάταξη (απλή εκδοχή – από εδώ και στο εξής αναφέρεται ως NIM_{135}) υπάρχουν 3 στοίβες, που περιέχουν 1, 3 και 5 μάρκες, αντίστοιχα, ενώ στη δεύτερη διάταξη (σύνθετη εκδοχή: NIM_{1357}) υπάρχουν 4 στοίβες που περιέχουν 1, 3, 5 και 7 μάρκες, αντίστοιχα.

Οι ψηφιακές εκδοχές των παιχνιδιών σχεδιάστηκαν στη γλώσσα προγραμματισμού java με την εφαρμογή Eclipse. Μία σημαντική παράμετρος των ψηφιακών εκδοχών -και ένας βασικός λόγος που υλοποιήθηκαν- υπήρξε η δυνατότητα καταγραφής όλων των κινήσεων των παιχτών κατά τη διάρκεια μιας παρτίδας και αποθήκευσής τους ως αρχείων εικόνας (screen snapshots). Το στοιχείο αυτό διευκόλυνε καταρχήν τους ερευνητές στην ανάλυση του συνόλου των παιχνιδιών που έλαβαν χώρα. Επιπρόσθετα, οι εικόνες με τις επιμέρους κινήσεις ήταν ένας άμεσος και ευχάριστος τρόπος για τους μαθητές ώστε να ασχοληθούν εκ

νέου και να συζητήσουν συστηματικά σχετικά με παρτίδες που οι ίδιοι έπαιξαν σε προγενέστερο χρόνο.



Εικόνα 1. Οι ψηφιακές εκδοχές του παιχνιδιού NIM

Στο παιχνίδι οι παίχτες παίζουν εναλλάξ. Η κίνηση που κάνει κάθε παίχτης όταν είναι ο γύρος του, είναι η εξής: μπορεί να αφαιρέσει μία ή περισσότερες (ακόμα και όλες) μάρκες από μία και μόνο στοίβα. Με τον τρόπο αυτό, σε κάθε γύρο του παιχνιδιού, περιορίζεται (ή ακόμα και μηδενίζεται) το πλήθος των μάρκων που υπάρχουν στις στοίβες. Όταν όλες οι μάρκες αφαιρεθούν και επομένως αδειάσουν όλες οι στοίβες, ο παίχτης που έρχεται η σειρά του να παίξει δεν έχει δυνατότητα να κάνει κάποια κίνηση, και έτσι χάνει το παιχνίδι. Θέτοντάς το λίγο διαφορετικά, νικητής του παιχνιδιού είναι ο παίχτης που θα πάρει την τελευταία μάρκα. Στη σχετική βιβλιογραφία απαντάται συχνά και μια διαφορετική εκδοχή του παιχνιδιού (η εκδοχή misère, η οποία και χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία), κατά την οποία χάνει ο παίχτης που παίρνει την τελευταία μάρκα (Conway, 1976).

Το παιχνίδι NIM, μολονότι δεν δημιουργήθηκε για εκπαιδευτικό σκοπό, μπορεί να θεωρηθεί ότι συνιστά σοβαρό μαθηματικό παιχνίδι, αφού εμπεριέχει μαθηματικό περιεχόμενο και επιπλέον παρουσιάζει έναν ανοιχτό, διερευνητικό χαρακτήρα, που επιτρέπει διαφορετικές προσεγγίσεις – λύσεις. Ως εκ τούτου, η αξιοποίησή του είναι πιθανόν να οδηγήσει στην προαγωγή της μαθηματικής σκέψης και στην ανάπτυξη σύνθετων και αφηρημένων μαθηματικών συλλογισμών (Freiman & Applebaum, 2016). Δεν είναι τυχαίο, άλλωστε, το γεγονός ότι μελέτες που παρουσιάζουν την ιστορία των σοβαρών παιχνιδιών, κάνουν αναφορές στο συγκεκριμένο παιχνίδι (Djaouti et al, 2011).

Αξιοποίηση των μαθηματικών παιχνιδιών για ανάπτυξη μαθηματικών συζητήσεων: η πρακτική του απολογισμού

Ήδη από το 1982, στη γνωστή αναφορά "Mathematics Counts" επισημαίνεται ότι τα παιχνίδια μπορούν να αυξήσουν την πιθανότητα οι μαθητές να εμπλακούν σε διάλογο, κυρίως για να εξηγήσουν τις κινήσεις που έκαναν οι ίδιοι στο παιχνίδι και για να κατανοήσουν τις διαφορετικές στρατηγικές που χρησιμοποίησαν οι υπόλοιποι παίχτες (Cockcroft Committee, 1982).

Αυτές οι συζητήσεις μπορεί να διεξάγονται στο πλαίσιο απολογιστικών συνεδριών που συνήθως λαμβάνουν χώρα αμέσως μετά την ολοκλήρωση των παιχνιδιών. Ο απολογισμός (debriefing) είναι μια διαδικασία που βοηθάει τους μαθητές να κάνουν ανασκόπηση και ανάλυση του παιχνιδιού και να «βγάλουν νόημα» από την εμπειρία που βίωσαν (Bilgin, et al, 2015 ; Fanning & Gaba, 2007).

Η πρακτική αυτή έχει χρησιμοποιηθεί επιτυχώς με μαθητές δημοτικού (Bilgin et al, 2015), δείχνοντας ότι επιφέρει βελτίωση της αυτεπάρκειάς τους (self-efficacy) και ενίσχυση των κινήτρων τους για μάθηση. Ο απολογισμός, μάλιστα, φαίνεται ότι αντιμετωπίζεται με σοβαρότητα από τους μαθητές (Crookall, 2010), οι οποίοι καταβάλλουν σημαντική προσπάθεια, κάνοντάς τον σε κάποιες περιπτώσεις να διαρκεί περισσότερο ακόμα και από το ίδιο το παιχνίδι.

Γνώση στρατηγικών και μαθηματική σκέψη

Αν και ο όρος «μαθηματική σκέψη» χρησιμοποιείται συχνά, δεν φαίνεται να υπάρχει ένας κοινά αποδεκτός ορισμός. Στην παρούσα εργασία, υιοθετείται η θέση της Stacey, η οποία παραθέτει ένα σύνολο γνωρισμάτων και δεξιοτήτων που υποδηλώνουν την ύπαρξή της. Ως τέτοια αναφέρονται η κατοχή στέρεας γνώσης, η ικανότητα παραγωγής συλλογισμών, η γνώση ευρετικών αρχών και στρατηγικών, η θετική στάση, ατομικά χαρακτηριστικά όπως αυτοπεποίθηση και επιμονή, καθώς και επικοινωνιακές δεξιότητες που επιτρέπουν μαθηματικές συνδιαλλαγές (Stacey, 2007). Με βάση τα παραπάνω, στην ανάλυση των συζητήσεων που ακολουθεί, το ενδιαφέρον εστιάζεται στα σημεία όπου οι μαθητές συζητάνε για στρατηγικές.

Σε έρευνά της με μαθητές 5ης και 6ης τάξης σε δημοτικό σχολείο της Μελβούρνης, η Bragg διαπίστωσε ότι η παρότρυνση των μαθητών μιας πειραματικής ομάδας να συζητήσουν για τα παιχνίδια που έπαιξαν είχε εκπαιδευτική αξία, αφού αρκετοί μαθητές έδειξαν ικανοί να διατυπώνουν με σαφήνεια τις στρατηγικές που ανέπτυξαν κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού (Bragg, 2007). Οι μαθητές φάνηκε να αντιλαμβάνονται ότι επωφελούνται όταν επιχειρούν να εξηγήσουν στους συμμαθητές τους τις κινήσεις και τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν.

Αντίστοιχα, έρευνα που έλαβε χώρα σε δημοτικό σχολείο της Ουτρέχτης με μαθητές ηλικίας 10-12 ετών, έδειξε ότι οι μαθητές μπορούν με σαφήνεια να εξηγήσουν το πώς αλληλεπιδρούν με το παιχνίδι και να μιλήσουν για τις στρατηγικές που δοκιμάζουν, ιδίως όταν υπάρχει υποβοήθηση - παρακίνηση (Jonker et al, 2009).

Μεθοδολογία - Πληροφορίες για τη διδακτική παρέμβαση

Η προτεινόμενη διδακτική παρέμβαση έγινε σε δημοτικό σχολείο αστικής περιοχής κατά το σχολικό έτος 2014-2015, με τη συμμετοχή και των 20 μαθητών ενός τμήματος Ε' τάξης και είχε διάρκεια περίπου 3 μηνών.

Περιγραφή Δραστηριοτήτων

Αρχικά χρησιμοποιήθηκε η απλή εκδοχή του παιχνιδιού (NIM_{135}) και στη συνέχεια η σύνθετη (NIM_{1357}). Για κάθε εκδοχή του παιχνιδιού (απλή – σύνθετη) ακολουθήθηκε η ίδια διαδικασία. Οι μαθητές έπαιξαν αρχικά 4 παρτίδες, ακολούθησε η διδακτική παρέμβαση που περιγράφεται παρακάτω, ενώ μετά την ολοκλήρωσή της οι μαθητές έπαιξαν εκ νέου τις 4 παρτίδες με τους ίδιους αντιπάλους και με την ίδια σειρά παιξίματος (οι λεγόμενες επαναληπτικές παρτίδες).

Η διδακτική παρέμβαση συνίσταται στις ακόλουθες δραστηριότητες σχολιασμού – συζήτησης:

i) σχολιασμός επιλεγμένων παιχνιδιών (4) σε απολογιστικές συνεδρίες που διεξάγονται πρόσωπο με πρόσωπο στην τάξη.
ii) σχολιασμός επιλεγμένων παιχνιδιών (4) σε απολογιστικές συνεδρίες που λαμβάνουν χώρα σε διαδικτυακό περιβάλλον chat. Χρησιμοποιήθηκε το εργαλείο chat του λογισμικού WebClass (virtual class software) που διατίθεται ως ελεύθερη εφαρμογή στο site κοινωνικής δικτύωσης Edmodo.
iii) σχολιασμός με χρήση της τεχνικής του ομιλούντος υποκειμένου (think aloud protocol) από τους μαθητές, την ώρα διεξαγωγής των παιχνιδιών.

Η επιλογή των προς σχολιασμό παιχνιδιών για τις απολογιστικές συνεδρίες έγινε από τους ερευνητές. Αρχικά, έγινε προσπάθεια να επιλεγούν τα παιχνίδια εκείνα όπου φαίνεται οι παίχτες να ακολούθησαν (συνειδητά ή μη) κάποια στρατηγική (κατά προτίμηση διαφορετική σε κάθε παιχνίδι). Στη συνέχεια, προκειμένου οι μαθητές να μείνουν ικανοποιημένοι από τη διαδικασία και να δείξουν ενδιαφέρον, έγινε προσπάθεια να εξασφαλιστεί ότι τα παιχνίδια που προκρίθηκαν για ομαδικό σχολιασμό είναι παιχνίδια στα οποία συμμετείχαν διαφορετικοί κάθε φορά μαθητές.

Όσον αφορά το τελευταίο μέρος της διδακτικής παρέμβασης, το σχολιασμό δηλαδή παιχνιδιών με χρήση της τεχνικής του ομιλούντος υποκειμένου, αυτή έλαβε χώρα κατά τη διάρκεια της 1ης επαναληπτικής παρτίδας. Με άλλα λόγια, μετά τις απολογιστικές συνεδρίες στην τάξη και στο περιβάλλον chat, όλοι οι μαθητές κλήθηκαν να σχολιάσουν την πρώτη επαναληπτική παρτίδα που έπαιξαν, εξηγώντας (ύστερα από σχετική παρότρυνση του ερευνητή όπου χρειάστηκε) τις κινήσεις και τις γενικότερες αποφάσεις τους την ώρα διεξαγωγής του παιχνιδιού.

Προκαταρκτικά Αποτελέσματα

Στο παρόν άρθρο έγινε ανάλυση τεσσάρων εκ των απολογιστικών συνεδριών που έλαβαν χώρα στην ολομέλεια της τάξης (επιλέχτηκε η 1η και η 4η απολογιστική συνεδρία τόσο για την απλή όσο και για τη σύνθετη εκδοχή του παιχνιδιού). Ως μονάδα ανάλυσης χρησιμοποιήθηκε το μήνυμα / συνεισφορά στο διάλογο. Συνεισφορά θεωρούνται ότι αποτελούν οι φράσεις - προτάσεις που πρόλαβε να διατυπώσει ένας συμμετέχοντας μέχρι να πάρει το λόγο ο επόμενος. Η κωδικοποίηση που παρουσιάζεται παρακάτω έγινε από τους εισηγητές του άρθρου. Ο έλεγχος της αξιοπιστίας (intercoder reliability test) έγινε με τη βοήθεια του δείκτη Cohen's Kappa (kappa > 0.8, p.<0.001) και φανέρωσε ύπαρξη πολύ καλής συμφωνίας μεταξύ των κωδικογράφων.

Στους πίνακες 1 και 2 φαίνεται για κάθε απολογιστική συνεδρία το πλήθος των συνεισφορών κάθε μαθητή συνολικά και το πλήθος εκείνων των συνεισφορών που περιγράφουν ή εξηγούν κάποια στρατηγική που χρησιμοποιήθηκε στο παιχνίδι (ο αριθμός στην παρένθεση). Για λόγους αισθητικής, στον πίνακα 1 παρουσιάζονται τα δεδομένα αναφορικά με τους πρώτους 11 μαθητές που συμμετείχαν στην έρευνα, ενώ στον πίνακα 2 τα δεδομένα για τους υπόλοιπους 9 καθώς και το σύνολο (και για τους 20 μαθητές).

Στους πίνακες εμφανίζονται τα ψευδώνυμα των μαθητών, που χρησιμοποίησαν στο λογαριασμό που έφτιαξαν στο Edmodo. Όλα τα ψευδώνυμα έχουν σχέση με τα μαθηματικά και επιλέχθηκαν από τους ίδιους τους μαθητές. Η 1η και 2η απολογιστική συνεδρία αφορούν την απλή εκδοχή του παιχνιδιού (NIM_{135}), ενώ η 3η και 4η την σύνθετη εκδοχή (NIM_{1357}).

Πίνακας 1. Συχνότητα συνεισφορών κάθε μαθητή ανά συνεδρία

Συνεδρία	Αϊνστάιν	Πρόσθεση	Διαίρεση	Κλάσμα	Πολ/σμός	Αφαίρεση	Αριθμητής	Κυκλικός	Τριγωνούλα	Αριθμούλα	Επαλήθευση
1η	5(1)	2(0)	7(0)	6(0)	0(0)	4(0)	0(0)	4(0)	1(0)	2(1)	1(1)
2η	10(0)	7(0)	16(0)	0(0)	3(0)	3(0)	0(0)	1(0)	4(1)	4(0)	2(0)
3η	1(1)	0(0)	6(1)	4(1)	0(0)	0(0)	0(0)	4(1)	1(0)	3(2)	0(0)
4η	0(0)	8(0)	12(2)	1(0)	0(0)	0(0)	4(0)	6(0)	2(0)	8(2)	2(0)
Συν.	16(2)	17(0)	41(3)	11(0)	3(0)	7(0)	4(0)	15(1)	8(1)	17(5)	5(1)

Πίνακας 2. Συχνότητα συνεισφορών κάθε μαθητή ανά συνεδρία (συνέχεια)

Συνεδρία	Κομπιουτεράκι	9stein	Ευκλείδης	Υπολ.Τσέπης	Διαβήτης	Μετρητής011	Διαγώνιος	1082004	Τάνγκραμ	**Σύνολο**
1η	2(0)	8(1)	4(0)	1(0)	5(0)	24(3)	0(0)	5(1)	0(0)	81(8)
2η	6(0)	12(2)	6(0)	3(0)	3(0)	11(2)	0(0)	5(1)	8(0)	104(6)
3η	3(0)	6(2)	1(0)	3(0)	2(1)	7(2)	0(0)	3(1)	1(0)	45(12)
4η	1(0)	13(3)	0(0)	4(0)	6(1)	14(4)	2(0)	3(2)	3(0)	89(14)
Συν.	12(0)	39(8)	11(0)	11(0)	16(2)	56(11)	2(0)	16(5)	12(0)	319(40)

Από τους πίνακες προκύπτει ότι από τις 319 συνεισφορές που συνολικά έκαναν οι μαθητές, εκείνες που σχετίζονται με στρατηγικές είναι 40 (12,5% επί του συνόλου των συνεισφορών). Το ποσοστό μπορεί να θεωρηθεί ως σχετικά χαμηλό. Επιπλέον, τέτοιου είδους συνεισφορές (δηλαδή σχόλια σχετικά με στρατηγικές) κάνουν οι μισοί μαθητές της τάξης (10), ενώ τα μισά από αυτά προέρχονται από δύο μαθητές. Οι υπόλοιποι μαθητές, μολονότι οι περισσότεροι συμμετέχουν στη συζήτηση, δε συνεισφέρουν σε αυτό το κομμάτι.

Ακολουθεί μια συνοπτική αναφορά σε βασικές στρατηγικές που εντοπίστηκαν στις παραπάνω συζητήσεις. Σημειώνεται ότι ανάμεσα στις στρατηγικές που συζητάνε οι μαθητές, υπάρχουν και ορισμένες ατελείς ή και ακατάλληλες.

α) αναγνώριση διατάξεων που οδηγούν σε βέβαιη νίκη (ή σε βέβαιη ήττα)

Κάποιοι μαθητές, παρατηρώντας τα παιχνίδια τους και αυτά των συμμαθητών τους, αντιλαμβάνονται ότι υπάρχουν ορισμένες διατάξεις που όταν εμφανίζονται στο ταμπλό του παιχνιδιού, «προεξοφλούν» την εξέλιξη του παιχνιδιού.

«…αν καταφέρεις και αφήσεις ένα από κάθε γλυκό, πάντα κερδίζεις.»
(*"Επαλήθευση" – από την 1η απολογιστική συνεδρία*)

«Αν υπάρχουν τρία από δύο σειρές, π.χ. 3 ντόνατ και 3 κρουασάν, ε τότε, είσαι καταδικασμένος»
(*"1082004" – από τη 2η απολογιστική συνεδρία*)

Το γεγονός ότι οι μαθητές φαίνεται να κατανοούν (ή έστω να απομνημονεύουν) γιατί ορισμένες διατάξεις οδηγούν με βεβαιότητα σε νίκη ή σε ήττα, δε σημαίνει ότι όλοι τους είναι σε θέση να αξιοποιήσουν αυτή τη γνώση (ως στρατηγική) για να πάρουν τη νίκη. Στρατηγική μπορεί να θεωρηθεί ότι υπάρχει όταν οι μαθητές μεθοδεύουν τις προηγούμενες κινήσεις στο παιχνίδι, προκειμένου να εμφανιστεί στο ταμπλό η επιθυμητή διάταξη, την κατάλληλη στιγμή.

> «Εκτός του ότι πρέπει να αφήσει ένα από κάθε σειρά, γλυκό, πρέπει όμως να έχει, να δώσει και τη σειρά στον αντίπαλο γιατί άμα έπαιζε ο ίδιος, είναι ποιος θα το καταφέρει, πρέπει να δώσει τη σειρά στον άλλο…»
>
> (*"Μετρητής011" – από την 1η απολογιστική συνεδρία*)

β) στρατηγική της εργασίας προς τα πίσω (backwards driven)

Μολονότι θεωρείται ότι το παιχνίδι NIM ενδείκνυται για κάτι τέτοιο (Reeves & Gleichowski, 2007), σε ελάχιστες περιπτώσεις οι παίχτες διατυπώνουν την πρόθεσή τους να βασίσουν τις πρώτες τους κινήσεις προς την επίτευξη ενός τελικού στόχου που έχουν εξ αρχής προσδιορίσει στο μυαλό τους. Τα αποσπάσματα που ακολουθούν είναι και τα μοναδικά σχετικά αποσπάσματα που υπάρχουν για το παιχνίδι NIM_{135}.

> «Ας πούμε, άμα παίξει από την αρχή και έχει στόχο να αφήσει 3 γλυκά που να είναι ένα από διαφορετική σειρά το κάθε ένα…»
>
> (*"Αριθμούλα" – από την 1η απολογιστική συνεδρία*)

> «Ότι εκτός από όλα αυτά που είχαμε σχεδιάσει, το τι θα κάνει ο αντίπαλος και όλα αυτά, ό,τι στρατηγική και να ακολουθήσουμε πρέπει να σκεφτούμε πώς θα πάει τρία ντόνατ και τρία κρουασάν.»
>
> (*"Μετρητής011" – από τη 2η απολογιστική συνεδρία*)

γ) στρατηγική των δοκιμών - εναλλακτικών σεναρίων

Πρόκειται για την προσπάθεια ορισμένων μαθητών από μία δεδομένη θέση του παιχνιδιού, να υπολογίσουν όλα τα πιθανά σενάρια που μπορεί να συμβούν. Αυτό γίνεται με σχετική επιτυχία στην απλή εκδοχή του παιχνιδιού. Αντίθετα, στην πιο σύνθετη (NIM_{1357}) οι μαθητές αδυνατούν να εξαντλήσουν τις εναλλακτικές κινήσεις και συνήθως μπερδεύονται ή αυθαιρετούν προεξοφλώντας κινήσεις του αντιπάλου.

> «Πάμε να δούμε άλλη δοκιμή. Άμα πάρει τα 2 κρουασάν μπορεί να πάρει τα 2 ντόνατ ώστε τώρα δε θα κάνει λάθος πιστεύω και δε, θα πάρει τα… γιατί άμα πάρει τα 3, θα τον νικήσει, οπότε πιστεύω δεν θα κάνει τέτοιο λάθος. Θα το σκεφτεί και θα πάρει 2 κι αυτός. Μετά παίρνω 1, παίρνει 1 και χάνω πάλι….»
>
> (*"Μετρητής011" – από την 1η απολογιστική συνεδρία*)

δ) στρατηγική αναμονής (στρατηγική των «μικρών» κινήσεων)

Αυτή η στρατηγική εμφανίζεται περισσότερο στην πιο σύνθετη εκδοχή NIM (NIM_{1357}). Οι μαθητές τείνουν να μαζεύουν ένα μόνο γλυκό κάθε φορά που είναι η σειρά τους να παίξουν, κάνοντας τα παιχνίδια αυτά να διαρκούν περισσότερο (μεγαλύτερο πλήθος κινήσεων). Συνήθως, η στρατηγική αυτή χρησιμοποιείται από μαθητές που δεν έχουν ξεκάθαρα στο μυαλό τους μια ιδέα για το πώς θα παίξουν κι έτσι τηρούν τη λεγόμενη «στάση αναμονής»

περιμένοντας τον αντίπαλο να πάρει πρωτοβουλία, ώστε στη συνέχεια να προσαρμόσουν κατάλληλα τις δικές τους κινήσεις.

> «…Μετά να παίρνουνε ανά ένα και μέχρι να έρθει, να φτάσει η ευκαιρία που να μην πάρεις ένα. Μέχρι να μπερδευτεί ο άλλος…»
> (*"9stein" – από την 3η απολογιστική συνεδρία*)

> «Πιστεύω ότι δεν πρέπει να είχαν στρατηγική στο μυαλό τους. Απλώς προσπαθούν να παρατείνουν το παιχνίδι όσο γίνεται»
> (*"Κλάσμα" – από την 3η απολογιστική συνεδρία*)

ε) μετάβαση σε μια προηγούμενη - οικεία εκδοχή του παιχνιδιού

Πρόκειται για μια στρατηγική που χρησιμοποιήθηκε όταν οι μαθητές έπαιξαν τη σύνθετη εκδοχή του παιχνιδιού (NIM_{1357}). Αρκετοί μαθητές συνειδητοποίησαν ότι υπάρχει αυξημένη πιθανότητα το παιχνίδι να εξελιχθεί με τέτοιο τρόπο, ώστε στο ταμπλό να εμφανιστεί αυτούσια η προηγούμενη απλή εκδοχή του παιχνιδιού (NIM_{135}). Λόγω της προηγούμενής τους εμπειρίας, οι μαθητές επιδιώκουν να εμφανίζεται το παλιό παιχνίδι (NIM_{135}) στο ταμπλό, γιατί μάλλον αισθάνονται ότι είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν σωστά τις γνώσεις που αποκόμισαν κατά την πρώτη φάση της διδακτικής παρέμβασης.

> «Εάν πάρει όλα τα κρουασάν, θα γίνει όπως ήτανε το παλιό παιχνίδι και ο αντίπαλος, άμα έχουμε τον τέλειο αντίπαλο, θα πάρει τα τρία ντόνατ …»
> (*"1082004" – από την 4η απολογιστική συνεδρία*)

Συμπεράσματα - Συζήτηση αποτελεσμάτων

Η προκαταρκτική ανάλυση των διαλόγων των μαθητών, που παρουσιάστηκε παραπάνω, έδειξε ότι υπάρχουν δείγματα «επιθυμητής» μαθηματικής σκέψης στις συζητήσεις των μαθητών που λαμβάνουν χώρα κατά τη διάρκεια των απολογιστικών συνεδριών στην τάξη. Ωστόσο, η συχνότητα εμφάνισης τέτοιου είδους αναφορών είναι μάλλον χαμηλή. Επιπλέον, φαίνεται πως δεν είναι σε θέση όλοι οι μαθητές να συμμετέχουν σε μια παραγωγική μαθηματική συζήτηση αναλύοντας και επεξηγώντας στρατηγικές.

Πρόκειται για επισημάνσεις που έχουν γίνει από αρκετούς ερευνητές. Οι μαθητές σχολικής ηλικίας (Stylianou & Blanton, 2002) φαίνεται ότι αισθάνονται άβολα όταν καλούνται να διατυπώσουν μαθηματικούς συλλογισμούς και να αιτιολογήσουν τα πεπραγμένα τους. Αυτό ίσως οφείλεται στο ότι στη σχολική τάξη μάλλον δε δημιουργούνται επαρκείς ευκαιρίες για τους μαθητές να εμπλακούν σε δραστηριότητες επίλυσης προβλημάτων, ώστε να αναπτύξουν σχετικές δεξιότητες. Η ιδέα των μαθηματικών συζητήσεων που προάγουν την ανάπτυξη μαθηματικών επιχειρημάτων και συλλογισμών, συχνά έρχεται σε σύγκρουση με τη μαθηματική «κουλτούρα» που συνήθως καλλιεργείται στις τάξεις, στο πλαίσιο της οποίας θεωρείται μαθηματικά χρήσιμο μόνο ότι οδηγεί στην εκ των προτέρων μοναδική σωστή – αναμενόμενη απάντηση (Mueller & Yankelewitz, 2014).

Αυτό φάνηκε και στους μαθητές του τμήματος που συμμετείχε στην έρευνα, όπου παρατηρήθηκε ότι υπήρχαν σταθερά κάποιοι μαθητές που συμμετείχαν στη συζήτηση με τρόπο «καταστροφικό» για την εξέλιξή της. Οι μαθητές αυτοί προσπαθούσαν σε κάθε ερώτηση να δώσουν γρήγορα μια οριστική τελική απάντηση, χωρίς να ενδιαφέρονται να εξηγήσουν πώς οδηγήθηκαν σε αυτήν. Επιπλέον, θεωρούσαν καθήκον τους, σε κάθε

συλλογισμό που διατύπωναν οι συμμαθητές τους, άμεσα (και συνήθως μονολεκτικά) να αποφαίνονται ως προς την ορθότητά του, χωρίς ωστόσο να τεκμηριώνουν με επιχειρήματα την κρίση τους αυτή.

Ένα άλλο στοιχείο που προέκυψε από την προκαταρκτική ανάλυση των αποτελεσμάτων είναι ότι στις συζητήσεις των μαθητών γίνονται πολλές αναφορές σε συγκεκριμένους «κανόνες» - πρακτικές που φαίνεται «να δουλεύουν» και να οδηγούν σε νίκη, οι οποίες όμως δεν είναι σίγουρο ότι αποτελούν προϊόν ορθού μαθηματικού συλλογισμού. Παρατηρήθηκε ότι ενώ πολλοί μαθητές κατά τη διάρκεια των συζητήσεων ήταν σε θέση να διακρίνουν αν η εκάστοτε κίνηση του παιχνιδιού ήταν κατάλληλη ή μη, συνέχιζαν να κάνουν αβίαστα λάθη κατά τη διεξαγωγή παιχνιδιών (ακόμα και προς το τέλος της παρέμβασης). Από το στοιχείο αυτό, καθώς και από την ανάλυση των συζητήσεων, φάνηκε ότι οι μαθητές μάλλον κατάφεραν να αποστηθίσουν ένα πεπερασμένο σύνολο σχηματισμών - κανόνων (π.χ. στην απλή εκδοχή NIM πρέπει να μείνει ένα γλυκό σε κάθε γραμμή), χωρίς όμως να αντιλαμβάνονται το λόγο που ο σχηματισμός αυτός οδηγούσε στη συγκεκριμένη εξέλιξη του παιχνιδιού. Οι εν λόγω μαθητές μάλλον είχαν αποκτήσει ένα είδος εργαλειακής (instructional) κατανόησης, αναγνωρίζοντας τι πρέπει να κάνουν (τους βασικούς σχηματισμούς νίκης). Δεν φαίνεται όμως να είχαν φτάσει στη λεγόμενη σχεσιακή (relational) κατανόηση, δηλαδή στο επίπεδο όπου όχι μόνο ξέρουν τι πρέπει να κάνουν, αλλά γνωρίζουν και για ποιο λόγο οι κινήσεις τους επιφέρουν το συγκεκριμένο αποτέλεσμα (Back et al, 2010).

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το σύντομο χρονικό διάστημα υλοποίησης της διδακτικής παρέμβασης και το γεγονός ότι δεν υπήρχε μεγάλο χρονικό περιθώριο ώστε οι μαθητές να εξοικειωθούν σε ικανοποιητικό βαθμό με τις προτεινόμενες διδακτικές προσεγγίσεις, πιθανόν επηρέασε τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας. Θα είχε, επομένως, ενδιαφέρον, μελλοντικά να υλοποιηθεί η παραπάνω διδακτική παρέμβαση με ένα τμήμα που έχει προετοιμαστεί επαρκέστερα για να εργαστεί με την προτεινόμενη προσέγγιση και φυσικά να υλοποιηθεί για μεγαλύτερη χρονική διάρκεια.

Μελλοντικά, γίνονται σκέψεις ώστε να αναπτυχθεί περισσότερο η ψηφιακή εκδοχή του παιχνιδιού και να συμπεριλάβει, πέρα από το ίδιο το παιχνίδι, κάποιες (ίσως προαιρετικές) υποστηριχτικές δομές που θα μπορούσαν να βοηθήσουν τους παίχτες στο να εξηγήσουν τις στρατηγικές τους. Με άλλα λόγια, θα είχε ενδιαφέρον να γίνει προσπάθεια να ενσωματωθεί ένα μέρος της διδακτικής παρέμβασης στην ψηφιακή εκδοχή του παιχνιδιού και να εξεταστεί το κατά πόσο κάτι τέτοιο βελτιώνει την ποιότητα των μαθηματικών συλλογισμών που διατυπώνουν οι μαθητές.

Κάτω από αυτές τις συνθήκες, είναι ιδιαίτερα ενθαρρυντικό το γεγονός ότι οι μαθητές έδειξαν ενδιαφέρον για τις συζητήσεις και συνέχισαν να προσπαθούν καθόλη τη διάρκεια της διδακτικής παρέμβασης, κάνοντας ολοένα και πιο ενδιαφέρουσες συνεισφορές και βελτιώνοντας σταδιακά την ποιότητα των συζητήσεων αυτών. Άλλωστε, σε κάθε περίπτωση, όπως συχνά αναφέρεται (McClarty et al, 2012), δεν θα πρέπει να προκαλεί απογοήτευση η περίπτωση διδακτικών παρεμβάσεων στις οποίες δεν προκύπτει κάποιο εντυπωσιακό μετρήσιμο όφελος από τη χρήση των ηλεκτρονικών εκπαιδευτικών παιχνιδιών. Και αυτό γιατί η χρήση τους παρέχει ένα τεράστιο εύρος ευκαιριών μάθησης, οι οποίες δε είναι εύκολο να γίνουν άμεσα αντιληπτές, ίσως ούτε καν να προσδιοριστούν με ακρίβεια.

Αναφορές

Back, R.J., Mannila, L. & Wallin, S. (2010). Student Justifications in High School Mathematics. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Eds.) *Proceedings of the sixth congress of the*

European Society for research in mathematics education. January 28th - February 1st 2009, Lyon. Working Group 2: Argumentation and proof, (pp.291-300). France: INRP

Bilgin, C., Baek, Y. & Park, H. (2015). How debriefing strategies can improve student motivation and self-efficacy in game-based learning. *Journal of Educational Computing Research*, 53 (2), 155-182

Bottino, R., Ott, M. & Tavella, M. (2014). Serious gaming at school: reflections on students' performance, engagement and motivation. *International Journal of Game-Based Learning*, 4 (1), pp.21-36

Bottino, R. et al (2007). Developing strategic and reasoning abilities with computer games at primary school level. *Computers & Education*, 49 (4), 1272-1286

Bragg, L. (2007). Students' conflicting attitudes towards games as a vehicle for learning mathematics: a methodological dilemma. *Mathematics Education Research Journal*, 19 (1), 29-44

Cockcroft Committee (1982). *Mathematics counts*. London: HMSO

Conway, J. (1976). *On numbers and games*. London: Academic Press

Crookall, D. (2010). Serious games, debriefing, and simulation/gaming as a discipline. *Simulation & Gaming*, 41 (6), 898-920

Djaouti, D. et al (2011). Origins of Serious Games. In M. Ma, A. Oikonomou & L.Jain (eds.). *Serious games and edutainment applications*, Berlin: Springer, pp. 25-43

Ernest, P. (1986). Games: a rationale for their use in the teaching of mathematics in school. *Mathematics in School*, 15 (1), 2-5

Fanning, R. & Gaba, D. (2007). The role of debriefing in simulation-based learning. *Simulation in Healthcare*, 2 (2), 115-125

Freiman, V. & Applebaum, M. (2016). Engaging elementary school students in mathematical reasoning using investigations: Example of a Bachet strategy game. *Mathematics Teaching – Research Journal Online*. 8 (1-2) Retrieved 28 April 2017 from http://www.hostos.cuny.edu/MTRJ/archives/volume8/issue12/Engaging elementary school students.pdf

Houssart, J. & Sams, C. (2008). Developing mathematical reasoning through games of strategy played against the computer. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 15 (2), 59-71

Jonker, V., Wijers, M., Van Galen, F. (2009). *The motivational power of mini-games for the learning of mathematics*. Retrieved 19 July 2015 from http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/20090706-ECGBL2009_jonker_wijers_galen.pdf

Kafai, Y. (2006). Playing and making games for learning. *Games and Culture*, 1 (1), 36-40

Ke, F. (2008). A case study of computer gaming for math: engaged learning from gameplay? *Computers & Education,* 51, 1609-1620

Kenna, A. (2015). The Impact of Maths Game Based Learning On Children's Higher Order Thinking Skills. In G. Adams (Ed.) *Proceedings of the British society for research into learning mathematics, 35 (3)*, 67-71

Lee, K. P. (1996). The use of mathematical games in teaching primary mathematics. *The Mathematics Educator*, 1 (2), 172-180

McClarty, K. et al (2012). *A literature review of gaming in education. Research report*. Pearson Publishing

Mueller, M. & Yankelewitz, D. (2014). Fallacious argumentation in student reasoning: Are there benefits? *European Journal of Science and Mathematics Education*, 2 (1), 27-38

Offenholley, K. (2012). Gaming your mathematics course: the theory and practice of games for learning. *Journal of Humanistic Mathematics*, 2 (2), 79-92

Reeves, C. & Gleichowski, R. (2007). Engaging contexts for the game of Nim. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12 (5), 251-255

Stacey, K. (2007). *What is mathematical thinking and why is it important?* Retrieved 13 October 2016 from http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/paper_pdf/Kaye%20Stacey.pdf

Stylianou, D. & Blanton, M. (2002). *Sociocultural factors in undergraduate mathematics: The role of explanation and justification*. Retrieved 21 December 2016 from http://users.math.uoc.gr/~ictm2/ICTM2Proceedings.zip

Young, M. et al (2012). Our princess is in another castle: a review of trends in serious gaming for education. *Review of Educational Research*, 82 (1), 61-89