

## Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση

(2014)

9ο Πανελλήνιο Συνέδριο με Διεθνή Συμμετοχή "Τεχνολογίες της Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση"



Τα ρεαλιστικά μαθηματικά στο δημοτικό σχολείο με τη βοήθεια των ΤΠΕ: «Διδασκαλία της προπαίδειας του 8»

Κωνσταντίνος Παπαγεωργίου, Σοφία Τσαλίκη, Ευθυμία Τσολακίδου

### Βιβλιογραφική αναφορά:

Παπαγεωργίου Κ., Τσαλίκη Σ., & Τσολακίδου Ε. (2022). Τα ρεαλιστικά μαθηματικά στο δημοτικό σχολείο με τη βοήθεια των ΤΠΕ: «Διδασκαλία της προπαίδειας του 8». *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, 1101-1109. ανακτήθηκε από <https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/4048>

# Τα ρεαλιστικά μαθηματικά στο δημοτικό σχολείο με τη βοήθεια των ΤΠΕ: «Διδασκαλία της προπαίδειας του 8»

Παπαγεωργίου Κωνσταντίνος<sup>1</sup>, Τσαλίκη Σοφία<sup>2</sup>, Τσολακίδου Ευθυμία<sup>3</sup>

rakosta@primedu.uoa.gr, sotsa@primedu.uoa.gr, efthytsola@primedu.uoa.gr

<sup>1</sup>Μεταπτυχιακός Φοιτητής «Πληροφορική στην Εκπαίδευση» ΠΤΔΕ Αθηνών, <sup>2</sup>,

<sup>3</sup>Μεταπτυχιακή Φοιτήτρια «Πληροφορική στην Εκπαίδευση»ΠΤΔΕ Αθηνών,

## Περίληψη

Η παρούσα εισήγηση αφορά στη διδακτική των μαθηματικών με τη χρήση Τ.Π.Ε. στο δημοτικό σχολείο, με στόχο να αλλάξει τον παραδοσιακό τρόπο προσέγγισης και μέθοδο διδασκαλίας. Αποτελείται από 2 διακριτά μέρη. Το πρώτο, αποτελεί το θεωρητικό πλαίσιο των ρεαλιστικών μαθηματικών, ενώ το δεύτερο είναι πρακτικό και εστιάζεται στην εναλλακτική πρόταση διδασκαλίας της ενότητας «Διδασκαλία της προπαίδειας του 8». Η πρόταση μας έχει σκοπό να βελτιώσει την αρνητική στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά με παιγνιώδη και διασκεδαστικό τόπο και στηρίζεται στο μοντέλο της Εγκαθιδρυμένης Νόησης που έχει ως στόχο την επίλυση ρεαλιστικών προβλημάτων μέσα στο κοινωνικοπολιτιστικό πλαίσιο. Ταυτόχρονα αποτελεί ένα σύγχρονο εργαλείο στα χέρια του εκπαιδευτικού, αλλάζει τον τρόπο προσέγγισης της ενότητας και έρχεται σε σύγκρουση με τον παραδοσιακό. Η εποπτεία, μια από τις βασικές αρχές της διδακτικής των μαθηματικών, έρχεται να ολοκληρωθεί στις δραστηριότητες με υπολογιστή, που έχουν δημιουργηθεί με τη χρήση του προγράμματος Adobe Flash CS3 Professional. Άλλωστε οι εικόνες και το κείμενο επωμίζονται το βάρος της σύγχρονης διδακτικής.

**Λέξεις κλειδιά:** Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, Ρεαλιστικά Μαθηματικά, ΤΠΕ, Προπαίδια

## Εισαγωγή

Σε απάντηση προς την μηχανιστική προσέγγιση που κυριαρχούσε στην διδακτική πράξη της ολλανδικής σχολικής πραγματικότητας ως τις αρχές του 1970, αναπτύχθηκε μια έντονη ερευνητική δραστηριότητα που υποστήριζε την άποψη ότι τα ίδια τα φαινόμενα μέσω των οποίων αποκτούν περιεχόμενο οι μαθηματικές έννοιες, πρέπει να αποτελέσουν τη βάση στήριξης μιας διδακτικής διαδικασίας που θα στοχεύει στην κατάκτηση αυτών των εννοιών. Γύρω από αυτή την άποψη χτίστηκε η ρεαλιστική μαθηματική εκπαίδευση που επηρεάζει την Μαθηματική εκπαίδευση σε παγκόσμιο επίπεδο (Zaranis et al., 2013).

Τα ρεαλιστικά μαθηματικά είναι μια θεωρία διδασκαλίας και μάθησης, η θεμελίωση της οποίας βασίστηκε στη φιλοσοφική θεώρηση του Freudenthal το 1973 ότι "τα μαθηματικά είναι μια ανθρώπινη δραστηριότητα, άρα πρέπει να συνδέονται με την πραγματικότητα, να έχουν σχέση με την κοινωνία και να είναι βατά στους μαθητές" (Freudenthal, 1973). Ο Freudenthal ισχυρίζεται πως στη ρεαλιστική μαθηματική εκπαίδευση πηγή σχηματισμού εννοιών είναι η πραγματικότητα και πως δεν χρησιμοποιεί την πραγματικότητα μόνο για εφαρμογές. Η πραγματικότητα είναι στέρεα της μαθησιακής διαδικασίας και όχι μετέπειτα πεδίο εφαρμογής της γνώσης (Freudenthal, 1983).

Από αυτήν την προσέγγιση συμπεραίνουμε την ανάγκη σύνδεσης των μαθηματικών με πραγματικές καταστάσεις, οι οποίες όμως θα πρέπει να έχουν κάποιο νόημα για το μαθητή. Ο λόγος, όμως, που πήραν τα μαθηματικά αυτό το χαρακτηρισμό είναι διότι δίνεται έμφαση σε καταστάσεις τις οποίες μπορεί να φανταστεί ο μαθητής, με αποτέλεσμα να του κάνει νόημα και να αποτελέσει μια δημιουργική πορεία από τη διαισθητική μέχρι την τυπική

έκφραση (Κολέζα, 2000). Το μοντέλο διδασκαλίας των ρεαλιστικών μαθηματικών βασίζεται στην οικοδόμηση της γνώσης πάνω στα άτυπα μοντέλα των μαθητών, στην ομαδική διδασκαλία με αλληλεπίδραση της τάξης, στην καθοδηγούμενη προσωπική ανακάλυψη των μαθηματικών εννοιών από τους μαθητές και τέλος στον καθοδηγητή εκπαιδευτικό που διαθέτει ποικίλες εναλλακτικές στρατηγικές (Πινάτσας, 2007).

Οι περισσότερες εκπαιδευτικές έρευνες υποστηρίζουν τη συμβολή των Νέων Τεχνολογιών στη μαθησιακή διαδικασία, ειδικότερα στον τομέα των Μαθηματικών, όπου συμβάλλουν στην προσέγγιση του μαθήματος μέσα από διαφορετικούς τρόπους (Papert, 1980; Ράπτης & Ράπτη, 2007). Αυτό συμβαίνει, γιατί τα πλεονεκτήματα των ΤΠΕ, όπως η αλληλεπιδραστικότητα τους με το μαθητευόμενο, η προσαρμοστικότητα του περιεχομένου τους στους ρυθμούς μάθησης των μαθητών, η δυνατότητα δημιουργίας προσομοιώσεων και άλλων ανοιχτών περιβαλλόντων μάθησης (Ζαράνης & Οικονομίδης, 2009) αυξάνουν τα κίνητρα για ενεργητική μάθηση, υποστηρίζουν τη συνεργασία και παρέχουν αυθεντικές μαθησιακές συνθήκες (Βοσνιάδου, 2006), δεδομένα που αποτελούν, όπως προαναφέρθηκε, αντικείμενο των ρεαλιστικών μαθηματικών.

Από όλα τα παραπάνω συνάγεται ότι σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η διερεύνηση του βαθμού ικανότητας στην επίλυση ρεαλιστικών προβλημάτων. Οι υποθέσεις - ερωτήματα που τίθεται με την παρούσα εργασία είναι:

- Είναι ικανοί οι μαθητές να επιλύσουν προβλήματα πολλαπλασιασμού με τη χρήση ΤΠΕ, χωρίς να έχουν προηγουμένως διδαχθεί **συστηματικά** τον αλγόριθμο αυτής της πράξης;
- Μπορούν τα ρεαλιστικά μαθηματικά να συμβάλλουν στην κατανόηση της προπαίδειας του 8 με τρόπο που να αντιτίθεται στην απαρχαιωμένη τακτική της απομνημόνευσης;

Η παρούσα εργασία αποτελείται από 2 διακριτά μέρη. Το πρώτο, αποτελεί το θεωρητικό πλαίσιο της διδασκαλίας του πολλαπλασιασμού στα πλαίσια των ρεαλιστικών μαθηματικών, ενώ το δεύτερο είναι πρακτικό με τη χρήση του προγράμματος Adobe Flash CS3 Professional και εστιάζεται στην εναλλακτική πρόταση διδασκαλίας της ενότητας «Διδασκαλία της προπαίδειας του 8». Η διδακτική πρόταση που παρουσιάζεται αποτελεί ένα σύγχρονο εργαλείο στα χέρια του εκπαιδευτικού, αλλάζει τον τρόπο προσέγγισης της ενότητας και έρχεται σε σύγκρουση με τον παραδοσιακό.

### **Διδασκαλία του πολλαπλασιασμού στα πλαίσια των ρεαλιστικών μαθηματικών**

Η θεωρία της ρεαλιστικής μαθηματικής εκπαίδευσης διαμορφώθηκε στη βάση της θεωρίας των επιπέδων του Van Hiele, κατά την οποία διακρίνονται στη διαδικασία της μάθησης επίπεδα, στο καθένα από τα οποία τα αντικείμενα της μαθηματικής σκέψης διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τη φύση και ως προς την οργάνωση (Κολέζα, 2000). Στο πρώτο επίπεδο τα αντικείμενα της μαθησιακής διαδικασίας (αριθμοί ή σχήματα) εμπεριέχονται στο συγκεκριμένο υλικό (συγκεκριμένα αντικείμενα, οπτικά μοντέλα, σχήματα κ.λπ.) με το οποίο έρχεται σε επαφή ο μαθητής μέσω κατάλληλων δραστηριοτήτων. Στο δεύτερο επίπεδο, αντικείμενο της έρευνας είναι οι σχέσεις μεταξύ αριθμών ή σχημάτων. Ο μαθητής συνειδητοποιεί ότι οι αριθμοί και τα σχήματα είναι φορείς κάποιων ιδιοτήτων και επιχειρεί την οργάνωση των μεταξύ τους σχέσεων. Στο τρίτο επίπεδο οι ίδιες οι σχέσεις συνδέονται μεταξύ τους στα πλαίσια ενός επαγωγικού συλλογισμού. Τα σύνορα μεταξύ των επιπέδων αλληλοδιαπλέκονται και για να επιτευχθεί μάθηση σε ένα επίπεδο θα πρέπει να έχει συμπληρωθεί η μαθησιακή διαδικασία στο προηγούμενο επίπεδο (Ζαράνης, & Μπαραλής, 2012).

Ειδικότερα η διδασκαλία του πολλαπλασιασμού στα πλαίσια των ρεαλιστικών μαθηματικών στηρίζεται σε τρία επίπεδα:

- Το μηδενικό επίπεδο ή γραμμική δομή (linestructure) αποτελείται από την επαναλαμβανόμενη πρόσθεση ( $8+8+8+8=4 \times 8 = 32$ ).
- Το πρώτο επίπεδο ή η δομή ομάδας (groupstructure) περιλαμβάνει τον πολλαπλασιασμό σαν πράξη (έχω 5 φορές το 8).
- Το δεύτερο ή δομή ορθογωνίου (rectangularstructure) μπορεί να περιέχει μια δραστηριότητα που μπορεί να γίνει και βιωματικά και περιλαμβάνει το στρώσιμο μια περιοχής της τάξης με τετράγωνα κομμάτια για να φτιάξουμε τη γωνιά της φιλιαναγνωσίας. Αν κάθε γραμμή χωράει 8 τετράγωνα και στρώσουμε 9 γραμμές, πόσα τετράγωνα θα χρειαστούμε..

Ακόμα πρέπει να σημειωθεί ότι και οι δραστηριότητες των τριών επιπέδων έχουν 2 βαθμούς δυσκολίας. Στον πρώτο η πράξη πρέπει να βγαίνει ακριβώς (π.χ.  $8 \times 8 = 64$  ή  $3 \times 8 + 2 \times 8 = 40$ ), ενώ στον δεύτερο η πράξη δεν βγαίνει ακριβώς, καθώς έχουμε περισσότερα ή λιγότερα αντικείμενα. Για παράδειγμα, έχω 34 πορτοκάλια και θέλω να γεμίσω τις τσάντες 3 παιδιών με τον ίδιο αριθμό πορτοκαλιών χωρίς να αδικήσω κανέναν. Πόσα πορτοκάλια πρέπει να βάλω σε κάθε τσάντα;

### Διδακτική πρόταση: « Η προπαίδεια του 8»

Όσον αφορά στη διδακτική πρόταση που δημιουργήθηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας για την προπαίδεια του 8 των μαθηματικών της β' τάξης του δημοτικού σχολείου, θεωρήθηκε σαν δεδομένο ότι τα εποπτικά μέσα διδασκαλίας είναι ένας φορητός υπολογιστής και ένας βιντεο-προβολέας, με τα οποία ο δάσκαλος θα μπορεί να παρουσιάζει στα παιδιά τα προγράμματα flash-βίντεο και να τους δίνει τη δυνατότητα, να εκτελούν δραστηριότητες στον υπολογιστή από το θρανίο τους με τη βοήθεια του ασύρματου ποντικιού.

Υστερα από ανασκόπηση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας σχετικά με τη διδασκαλία της προπαίδειας, εντοπίστηκε το εκπαιδευτικό λογισμικό του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου του Υπουργείου Παιδείας και Θρησκευμάτων για τα μαθηματικά που απευθύνεται στους μαθητές της Β' τάξης του δημοτικού σχολείου. Όσον αφορά το σχεδιασμό, την επιλογή περιεχομένων, τη στοχοθεσία και τις προτεινόμενες δραστηριότητες, στηρίζεται στο περιεχόμενο του Αναλυτικού Προγράμματος για το μάθημα των μαθηματικών (ΔΕΠΠΣ, 2003). Δικός μας σκοπός είναι η δημιουργία δραστηριοτήτων σε ένα λογισμικό απλό και εύχρηστο, στηριζόμενο σε πραγματικές καταστάσεις, οι οποίες θα δίνουν νόημα στα παιδιά, σύμφωνα και με τις αρχές των ρεαλιστικών μαθηματικών για την εκμάθηση της προπαίδειας του 8 με παιγνιώδη τρόπο.

Όπως αναφέρθηκε, η προτεινόμενη διδασκαλία με τη χρήση του υπολογιστή στηρίζεται στα τρία επίπεδα των ρεαλιστικών μαθηματικών. Σε κάθε επίπεδο ακολουθείται η ίδια πορεία, η οποία εμπεριέχει μια δραστηριότητα βιωματική που πραγματοποιείται μέσα στην τάξη (ατομική ή ομαδική), μια δραστηριότητα που βασίζεται σε ένα φύλλο εργασίας και τέλος μια δραστηριότητα που πραγματοποιείται στον υπολογιστή. Όλες οι δραστηριότητες έχουν δύο υποερωτήματα ακολουθώντας τα δύο επίπεδα δυσκολίας που απαιτούνται από τα ρεαλιστικά μαθηματικά. Η διάρκεια της διδακτικής πρότασης που προτείνεται είναι 3 διδακτικές ώρες. Στην παρούσα εργασία πραγματοποιείται εστίαση μόνο στις δραστηριότητες που πραγματοποιούνται με υπολογιστή, καθώς η παρουσίαση ολόκληρης

της διδακτικής πρότασης με τα φύλλα εργασίας και τα βιωματικά παιχνίδια θα ξέφυγε από τους σκοπούς του παρόντος άρθρου.

Η ηρωίδα μας είναι η Άννα, ένα κοριτσάκι που της αρέσουν πολύ τα μαθηματικά. Στο flash που δημιουργήθηκε για την παρουσίαση της, η ίδια συστήνεται στους μαθητές και παρουσιάζει την αγάπη της για το συγκεκριμένο μάθημα. Ακόμα, ζητάει από τα παιδιά να τη βοηθήσουν στη διαδικασία προσέγγισης της γνώσης στα μαθηματικά (Σχήμα 1).



Σχήμα 1. Οθόνη από την παρουσίαση της ηρωίδας

Ακολουθεί η αφορμή για την ασχολία των μαθητών με την προπαίδεια του 8, στην οποία το κορίτσι παρουσιάζει την αγαπημένη συνήθειά της, που είναι η βόλτα στη θάλασσα και η παρατήρηση του βυθού. Η Άννα με την οικογένειά της πηγαίνει εκδρομή στη θάλασσα και ζητάει από τα παιδιά να την ακολουθήσουν (Σχήμα 2).



Σχήμα 2. Οθόνη στην οποία ζητάει από τα παιδιά να την ακολουθήσουν στο βυθό.

Πατώντας το αντίστοιχο κουμπί τα παιδιά μεταφέρονται σε μια οθόνη που αποτελεί το μενού των εργασιών (Σχήμα 3). Πατώντας το 1 μεταβαίνει στη δραστηριότητα του μηδενικού επιπέδου, το 2 στη δραστηριότητα του πρώτου επιπέδου και το 3 σε αυτήν του δευτέρου επιπέδου.

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ



Σχήμα 3. Οθόνη από το μενού

Πιέζοντας το 1 ο μαθητής μεταφέρεται στη δραστηριότητα του μηδενικού επιπέδου, της οποίας το σενάριο είναι το ακόλουθο:

«Την ώρα που η Άννα τελείωνε με τη δουλειά που της ανέθεσε ο ψαράς, πλησίασαν ο μπαμπάς και ο αδερφός της, με σκοπό να αγοράσουν ψάρια για να φάνε το βράδυ που θα γύριζαν στο σπίτι. Αμέσως, ο ψαράς τους βοήθησε να μπουν μέσα στη βάρκα για να πλησιάσουν στο ψυγείο και να διαλέξουν ό,τι ήθελαν. Η Άννα μαγεύτηκε μόλις ο ψαράς άνοιξε το καπάκι του ψυγείου και είδε το πολύχρωμο και πλούσιο περιεχόμενο. Αυτό που της έκανε εντύπωση ήταν ότι όλα ήταν χωρισμένα σε ομάδες των 8 και συσκευασμένα σε διχτάκια (Σχήμα 4).

**Α' επίπεδο δυσκολίας:** Έτσι άρχισε να μετράει και να γράφει πόσα θαλασσινά από κάθε είδος είχε μέσα το ψυγείο. Μπορείς να τη βοηθήσεις να βρει πόσα είναι τα θαλασσινά σε κάθε είδος;

Στην οθόνη του υπολογιστή θα εμφανίζεται το ψυγείο του ψαρά ,γεμάτο θαλασσινά σε οκτάδες. Όταν το ποντίκι του υπολογιστή ακουμπά σε κάθε ομάδα θαλασσινών ,η εικόνα θα μεγαθύνεται και τα παιδιά θα μπορούν εύκολα ,να μετρήσουν το περιεχόμενο κάθε διχτιού .Τα αποτελέσματα θα καταγράφονται σε ανάλογο πινακάκι που έχει σχεδιάσει ο δάσκαλος στο excel (Σχήμα 5).

**Β' επίπεδο δυσκολίας:** Καθώς η Άννα μετρούσε, ο αδερφός της παρατήρησε ότι δεν είχε μετρήσει ένα διχτάκι με γαρίδες κι ένα με καλαμαράκια. Αμέσως τη διόρθωσε κι εκείνη άρχισε πάλι να μετρά. Μπορείς να τη βοηθήσεις να διορθώσει τον πίνακα;».



Σχήμα 4. Οθόνη από το μηδενικό επίπεδο



Σχήμα 5. Οθόνη του α' επιπέδου δυσκολίας

Μέσω του κατάλληλου κουμπιού ο μαθητής μεταβαίνει στο μενού, όπου πιέζοντας το 2 μεταφέρεται στη δραστηριότητα του πρώτου επιπέδου, της οποίας το σενάριο είναι το ακόλουθο:

«Τελειώνοντας με τα βότσαλα του αδερφού της, η Άννα τρέχει στο αυτοκίνητο και φέρνει τη δική της συλλογή με βότσαλα (Σχήμα 6) .

**Α' επίπεδο δυσκολίας:** Αν έχει φτιάξει 9 οκτάδες, μπορείς να βοηθήσεις την Άννα να μετρήσει γρήγορα πόσα κοχύλια έχει στη συλλογή της (Σχήμα 7);

**Β' επίπεδο δυσκολίας:** Καθώς μετρούσε τη φώναξε ο μπαμπάς της για να της δώσει 2 σακουλάκια που είχε ξεχάσει στο αυτοκίνητο. Όταν επέστρεψε ξανάρχισε το μέτρημα. Μπορείς να βρεις πόσα κοχύλια έχει τελικά η Άννα;»

Στην οθόνη του υπολογιστή θα παρουσιάζονται όλα τα σακουλάκια με τα βότσαλα .Οι μαθητές καλούνται να βοηθήσουν την Άννα να υπολογίσει πόσα βότσαλα έχει συνολικά.



Σχήμα 6. Οθόνη από το πρώτο επίπεδο



Σχήμα 7. Οθόνη του β' επιπέδου δυσκολίας

Μεταφερόμενος ο μαθητής με τα κατάλληλα κουμπιά στην οθόνη του μενού και πιέζοντας το 3 μεταφέρεται στη δραστηριότητα του δεύτερου επιπέδου, της οποίας το σενάριο είναι το ακόλουθο:

«Το μεσημέρι που σχολάσε η Άννα μπήκε στο σχολικό για να γυρίσει σπίτι. Στο δρόμο καθώς χάζεψε έξω από το παράθυρο είδε ένα ιχθυοπωλείο και θυμήθηκε τον ψαρά που συνάντησε στην παραλία. Όταν έφτασε στο σπίτι, αμέσως πρότεινε στον μπαμπά της να πάνε στο ιχθυοπωλείο που είχε δει.

Μπήκαν λοιπόν στο ψαράδικο και ο μπαμπάς πρότεινε να φτιάξουν στο σπίτι μια μακαρονάδα με θαλασσινά. Τότε η Αννούλα πήγε στον πάγκο με τα μύδια και πρότεινε η μακαρονάδα να έχει μόνο μύδια (Σχήμα 8).

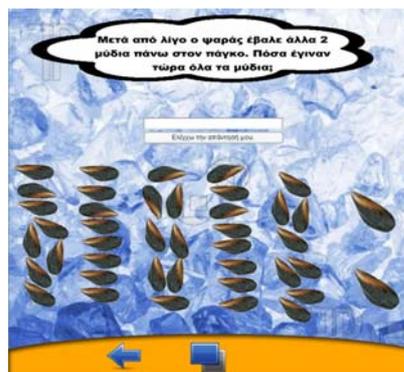
**Α' επίπεδο δυσκολίας:** Μπροστά στον πάγκο είχε 5 σειρές από 8 μύδια. Πόσα ήταν όλα μαζί (Σχήμα 9);

**Β' επίπεδο δυσκολίας:** Μετά από λίγο ο ψαράς έβαλε άλλα 2 μύδια πάνω στον πάγκο. Πόσα έγιναν τώρα όλα τα μύδια;»

Η οθόνη του υπολογιστή θα παρουσιάζει το ψαράδικο. Ο μπαμπάς της Άννας διαλέγει μύδια. Τα παιδιά της τάξης καλούνται να υπολογίσουν πόσα είναι τα μύδια και να συμπληρώσουν το αποτέλεσμα.



Σχήμα 8. Οθόνη από το δεύτερο επίπεδο



Σχήμα 9. Οθόνη του β' επιπέδου δυσκολίας

Όπως προαναφέρθηκε, οι δραστηριότητες που παρουσιάστηκαν αποτελούν μέρος μιας ευρείας διδακτικής πρότασης. Στα πλαίσια αυτά χρησιμοποιήθηκε σαν μέσο αξιολόγησης των γνώσεων που κατέκτησαν τα παιδιά ένα φύλλο εργασίας, το οποίο στηρίζεται στα ρεαλιστικά μαθηματικά και περιέχει δραστηριότητες όλων των επιπέδων.

### Συμπεράσματα - Συζήτηση

Σύμφωνα με τη διεθνή βιβλιογραφία η χρήση των ΤΠΕ στη διδακτική και μαθησιακή διαδικασία ευνοεί και προωθεί νέες, εναλλακτικές μορφές διδασκαλίας που είναι περισσότερο συμβατές με τις σύγχρονες παιδαγωγικές και διδακτικές αρχές (Ράπτης&Ράπτη, 2007). Πιο συγκεκριμένα, η δική μας εφαρμογή προωθεί και υποστηρίζει τη μετάβαση από τη μετωπική διδασκαλία στη διδασκαλία με ομάδες και τη συνεργατική μάθηση. Είναι το κλειδί για μια πιο μαθητοκεντρική διδασκαλία, κατά την οποία οι ΤΠΕ χρησιμοποιούνται ως εργαλείο. Το μάθημα σταματάει πλέον να είναι μια διάλεξη, αλλά αποκτά διευρευνητικό και ανακαλυπτικό χαρακτήρα. Η σχολική τάξη μετατρέπεται από παθητική και κινητοποιημένη σε τάξη που στηρίζεται στην ενεργή συμμετοχή των μαθητών, στην μεταξύ τους επικοινωνία και στις αυθεντικές δραστηριότητες. Ένα άλλο σημαντικό στοιχείο είναι ότι οι γνωστοί τρόποι επικοινωνίας δίνουν τη θέση τους σε πολλαπλές αναπαραστάσεις, εικόνες, κείμενα, σύμβολα, χάρτες πολλαπλών αναπαραστάσεων. Ο υπολογιστής είναι ένα εργαλείο που δεν έχει προκατάληψη και προσωπική σχέση με τους μαθητές συνεπώς δεν τους κρίνει. Ωστόσο, θα πρέπει να τονίσουμε πως σε καμία περίπτωση η χρήση του υπολογιστή δεν αντικαθιστά το σχολικό εγχειρίδιο, αλλά λειτουργεί ενισχυτικά και συμπληρωματικά.

Επιπλέον, θεωρούμε ότι η παραπάνω διδακτική παρέμβαση, μπορεί να υλοποιηθεί εύκολα μέσα στη σχολική τάξη, καθώς δεν χρειάζονται ειδικές γνώσεις τόσο από πλευράς εκ/κου στη χρήση ΤΠΕ όσο και από πλευράς μαθητών. Όμως και ο υλικός εξοπλισμός είναι αρκετά προσιτός. Τέλος, θεωρούμε ότι η διδακτική μας παρέμβαση είναι ανοιχτή σε μελλοντική έρευνα και διερεύνηση. Στα πλαίσια αυτά θεωρούμε ότι θα ήταν ιδιαίτερα σημαντική η πρακτική εφαρμογή του στη σχολική τάξη, ώστε να μπορεί να αξιολογηθεί έμπρακτα ο βαθμός επίτευξης των στόχων μας, ενώ πιστεύουμε ότι και η αξιολόγηση μέσω δραστηριοτήτων στον υπολογιστή θα ήταν πιο θελκτική και αποτελεσματική για τα ίδια τα παιδιά.

Από όλα όσα αναφέρθηκαν αποδεικνύεται ότι η πρώτη υπόθεση της έρευνας μας επαληθεύεται. *Είναι ικανοί οι μαθητές να επιλύσουν προβλήματα πολλαπλασιασμού χωρίς να έχουν*

προηγουμένως διδαχθεί συστηματικά τον αλγόριθμο αυτής της πράξης, καθώς μπορούν να εφαρμόζουν εναλλακτικές στρατηγικές (μέσω των flash-βίντεο) που μπορεί να τους οδηγήσουν στη λύση. Η διδασκαλία του αλγόριθμου, από την άλλη πλευρά, αποδεικνύεται από την παραδοσιακή διδασκαλία πως μόνη της δεν αρκεί για να προσφέρει λύσεις σε προβλήματα που υποβάλλονται στους μαθητές εκτός της ροής της καθιερωμένης ύλης. Μία νέα πρόταση που θα χρησιμοποιεί τις ΤΠΕ για τη διδασκαλία των μαθηματικών και όχι τα προβλήματα ως εργαλεία εμπέδωσης της θεωρίας, σε ένα επαναλαμβανόμενο σχήμα, του τύπου θεωρία- εμπέδωση χωρίς εκπλήξεις, ίσως να δίνει την απάντηση σε αυτό αλλά και σε άλλα ερωτήματα.

Η δεύτερη υπόθεση επαληθεύεται επίσης: *Μπορούν τα ρεαλιστικά μαθηματικά να συμβάλλουν στην κατανόηση της προπαίδειας του 8 με τρόπο που να αντιτίθεται στην απαρχαιωμένη τακτική της απομνημόνευσης.* Μια απάντηση στις διαπιστωμένες αδυναμίες της μαθηματικής εκπαίδευσης, νομίζουμε πως μπορεί να δώσουν καινούριες ολοκληρωμένες προτάσεις διδασκαλίας που θα εδράζονται σε ένα πλήρες θεωρητικό υπόβαθρο που θα λαμβάνει υπόψη του όλα τα τελευταία επιστημονικά και ερευνητικά δεδομένα και θα επιφέρει αλλαγές τόσο στο περιεχόμενο των σχολικών εγχειριδίων όσο και στην γενικότερη διαχείριση της τάξης από τον δάσκαλο.

Ένα άλλο ερώτημα που προκύπτει και θα μπορούσε να μελετηθεί μελλοντικά είναι: *Μπορούν οι μαθητές να «εισχωρούν» στο νόημα του προβλήματος με όρους της πραγματικής ζωής ή αντιμετωπίζουν αυστηρά «μαθηματικά» τα ρεαλιστικά προβλήματα;* Για τη μελέτη του συγκεκριμένου ερωτήματος απαιτείται εφαρμογή στην τάξη.

Κλείνοντας παραθέτουμε την άποψη του James Joseph Sylvester για τα μαθηματικά που δείχνει τον ανεξάντλητο πλούτο, τις δυνατότητες και τις προοπτικές αυτής της μαγικής επιστήμης. "Τα μαθηματικά δεν είναι ένα βιβλίο κλεισμένο σε δύο εξώφυλλα και δεμένο με μπρούτζινους συνδετήρες, που το περιεχόμενό του δεν χρειάζεται παρά μόνο υπομονή για να γίνει κτήμα μας. Δεν είναι ορυχείο που οι θησαυροί του χρειάζονται χρόνο για να γίνουν κτήμα μας και που κάποια στιγμή οι φλέβες και τα κοιτάσματά του θα εξαντληθούν. Δεν είναι εύφορο χωράφι που κι αυτό κάποια στιγμή εξαντλείται μέσα από την απόδοση των διαδοχικών σοδειών. Δεν είναι ήπειρος ή ωκεανός που η έκτασή τους μπορεί να χαρτογραφηθεί και το περιγράμματά τους να οριστεί με σαφήνεια. Τα μαθηματικά είναι απεριόριστα μέσα στον χώρο που θεωρούν πολύ μικρό για τις φιλοδοξίες τους. Οι δυνατότητές τους είναι απεριόριστες, όπως οι κόσμοι που αποκαλύπτονται και πολλαπλασιάζονται στα μάτια των αστρονόμων. Δεν μπορούν να περιοριστούν σε καθορισμένα σύνορα ή να αναχθούν σε ορισμούς παντοτινού κύρους, όπως η συνείδηση, η ζωή, που φαίνεται να υπολανθάνει σε κάθε μονοκύτταρο οργανισμό σε κάθε άτομο ύλης, σε κάθε φύλλο, μπουμπούκι και κύτταρο και είναι πάντα έτοιμη να προβάλλει με νέες μορφές φυτικής και ζωικής ύπαρξης."

## Αναφορές

- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht-Holland: Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structure*. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Papert, S. (1991). *Νοητικές θύελλες. Παιδιά, ηλεκτρονικοί υπολογιστές και δυναμικές ιδέες*. Αθήνα: Οδυσσέας.
- Zaranis, N., Kalogiannakis, M. & Papadakis, S. (2013). Using mobile devices for teaching realistic mathematics in kindergarten education. *Creative education*, 4, 1-10. doi: 10.4236/ce.2013.47A1001.
- Βοσνιάδου, Σ. (2006). *Σχεδιάζοντας περιβάλλοντα μάθησης υποστηριζόμενα από τις σύγχρονες τεχνολογίες*. Αθήνα: GUTENBERG.

- ΔΕΠΠΣ (2003). *Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών*. Αθήνα: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Ανακτήθηκε στις 3 Απριλίου 2013 από <http://www.pi-schools.gr/programs/depps>
- Ζαράνης, Ν., & Μπαραλής, Γ. (2012). Η διδασκαλία του κύκλου στην Α΄ τάξη του δημοτικού σχολείου με την βοήθεια των ΤΠΕ. Στο Χ. Καραγιαννίδης, Π. Πολίτης, Η. Καρασαββίδης (επ.), *Πρακτικά Εργασιών 8ου Πανελλήνιου Συνεδρίου με Διεθνή Συμμετοχή - Τεχνολογίες Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, (e-book available: <http://hcicte2012.uth.gr/main/sites/default/files/proc/HCICTE2012-Proceedings.htm>). Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Βόλος, 28-30 Σεπτεμβρίου 2012.
- Ζαράνης, Ν. & Οικονομίδης, Β. (2009). *Οι Τεχνολογίες της πληροφορίας και των επικοινωνιών στην προσχολική εκπαίδευση*. Αθήνα: Γρηγόρης.
- Κολέζα, Ε. (2000). *Ρεαλιστικά μαθηματικά στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση*. Αθήνα: Leader Books
- Πινάτσος, Π. (2007). *Σχολικά εγχειρίδια και πλαίσιο εφαρμογής ρεαλιστικών μαθηματικών, Πρακτικά 24<sup>ου</sup> ΕΜΕ*, Κοζάνη.
- Ράπτης, Α. & Ράπτη, Α. (2007). *Μάθηση και διδασκαλία στην εποχή της πληροφορίας, Ολική προσέγγιση, Τόμος Α΄*. Αθήνα: έκδοση συγγραφέων.