ePublishing
ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗΣ
NATIONAL DOCUMENTATION CENTRE

**Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση**

Τόμ. 1 (2016)

10ο Πανελλήνιο και Διεθνές Συνέδριο «Οι ΤΠΕ στην Εκπαίδευση»

# Η διδασκαλία προβολών στη Γεωμετρία στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση με τη βοήθεια των ΤΠΕ

*Νικόλαος Ζαράνης, Γεώργιος Μ. Εξαρχάκος*

**Βιβλιογραφική αναφορά:**

Ζαράνης Ν., & Εξαρχάκος Γ. Μ. (2022). Η διδασκαλία προβολών στη Γεωμετρία στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση με τη βοήθεια των ΤΠΕ. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, *1*, 533–540. ανακτήθηκε από https://eproceedings.epublishing.ekt.gr/index.php/cetpe/article/view/3862

# Η διδασκαλία προβολών στη Γεωμετρία στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση με τη βοήθεια των ΤΠΕ

**Νικόλαος Ζαράνης[1], Γεώργιος Μ. Εξαρχάκος[2]**
nzaranis@edc.uoc.gr, gexar@teipir.gr
[1]Παιδαγωγικό Τμήμα Προσχολικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Κρήτης
[2]Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών ΤΕ, Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Πειραιά

## Περίληψη

Σκοπός της παρούσας μελέτης, η οποία αποτελεί μέρος μιας ευρύτερης έρευνας, είναι η διερεύνηση της χρήσεως των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών (ΤΠΕ) στη διδασκαλία της Γεωμετρίας στη τριτοβάθμια εκπαίδευση και ειδικότερα στις έννοιες των προβολών γεωμετρικών σχημάτων, σε σχέση με την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας. Αρχικά, παρουσιάζεται το θεωρητικό πλαίσιο της ένταξης των Νέων Τεχνολογιών στην εκπαίδευση και ειδικότερα η συμβολή τους στη κατανόηση μαθηματικών εννοιών, καθώς και το μοντέλο Allan Hoffer πάνω στο οποίο βασίστηκε η αξιολόγηση των φοιτητών της έρευνας. Στη συνέχεια, περιγράφεται η μεθοδολογία έρευνας που πραγματοποιήθηκε στο Β' έτος των φοιτητών του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών Τ.Ε. του ΑΕΙ Πειραιά Τ.Τ. και περιελάμβανε 90 φοιτητές της ομάδας ελέγχου και 99 φοιτητές της πειραματικής ομάδας. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι όλες οι δεξιότητες των φοιτητών στην κατανόηση των προβολών γεωμετρικών σχημάτων μπορούν να βελτιωθούν από την ενσωμάτωση των ΤΠΕ στην διδασκαλία βασισμένη στο μοντέλο του Allan Hoffer.

**Λέξεις κλειδιά:** Τριτοβάθμια Εκπαίδευση, ΤΠΕ, Γεωμετρία, προβολές σχημάτων

## ΤΠΕ και Μαθηματικά

Οι μαθητές από τα πρώτα έτη της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης μέχρι τα τελευταία έτη σχολικής τους ζωής αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην κατανόηση γεωμετρικών εννοιών (Dobbins, Gagnon, και Ulrich, 2014). Πολλοί διεθνείς οργανισμοί έχουν ασχοληθεί με το πρόβλημα αυτό και έχουν δώσει ένα σύνολο κατευθυντήριων γραμμών και εκπαιδευτικά πρότυπα για την αντιμετώπισή του (Common Core States Standards, 2011; National Council of Teachers of Mathematics Principles & Standards for School Mathematics, 2000). Σύμφωνα με τα πρότυπα αυτά για την εκμάθηση και τη διδασκαλία της γεωμετρίας οι κατευθυντήριες γραμμές έχουν μετακινηθεί από την έμφαση στην τυπική εκμάθηση γεωμετρικών ορισμών, θεωρημάτων και «μηχανιστικών» λύσεων, στην ανακάλυψη της επίλυσης γεωμετρικών προβλημάτων (problem solving). Η επίλυση προβλημάτων στον πραγματικό κόσμο γίνεται το επίκεντρο των βαθμίδων της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης και της ανώτερης εκπαίδευσης. Με τον τρόπο αυτό δημιουργήθηκαν οι προϋποθέσεις για να μετακινηθούν οι μαθητές από την επιφανειακή "γνώση" στην "κατανόηση" σε βάθος των απαιτούμενων μαθηματικών εννοιών (Porter et al., 2011).

Η ανάπτυξη εκπαιδευτικού λογισμικού για τα Μαθηματικά, προσελκύει ολοένα και περισσότερο το ερευνητικό ενδιαφέρον της επιστημονικής διεθνούς κοινότητας, με αποτέλεσμα τη δημιουργία νέων προγραμμάτων (Akkaya, Tatar, & Kagizmanli, 2011; Dimakos, & Zaranis, 2010). Λόγω των χαρακτηριστικών της οπτικής χωρικής αντίληψης κατά την μάθηση της διδασκαλίας γεωμετρίας, υπήρξε η τάση για διδαχθούν τα γεωμετρικά σχήματα με τις ΤΠΕ. Ωστόσο, οι έρευνες σχετικά με την αποτελεσματικότητα των ΤΠΕ απέφεραν ανάμεικτα αποτελέσματα. Οι αντίπαλοι των ΤΠΕ προέβαλαν τα μειονεκτήματα

T. A. Mikropoulos, N. Papachristos, A. Tsiara, P. Chalki (eds.), Proceedings of the 10th Pan-Hellenic and International Conference "ICT in Education", Ioannina: HAICTE. 23-25 September 2016. ISSN 2529-0916, ISBN 978-960-88359-8-6.

που επιφέρει η κατάχρησή τους από τους μαθητές. Για παράδειγμα, μια μετα-ανάλυση ερευνών (Zhang & Xin, 2012) έδειξε ότι η υποστηρικτική τεχνολογία ήταν λιγότερο αποτελεσματική από ότι άλλες βιωματικές παρεμβάσεις για μαθητές που παρουσίαζαν δυσκολίες στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών. Αντίθετα, οι υποστηρικτές των ΤΠΕ ισχυρίστηκαν ότι η τεχνολογία είναι ευεργετική, όταν χρησιμοποιείται ως πολλαπλά μέσα και διευκολύνει την ανάπτυξη συνεργατικών κοινοτήτων (Cheung & Slavin, 2012).

Ακόμα, ερευνητικά αποτελέσματα δείχνουν ότι η κατάλληλη χρήση των ΤΠΕ στα μαθηματικά συμβάλλει στην καλύτερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών από τους μαθητές (Dimakos, Zaranis, & Tsikopoulou, 2009; Reisa & Ozdemirb 2010). Έρευνες για τη διδασκαλία του γεωμετρικών σχημάτων με τη βοήθεια υπολογιστή (Bakar et al., 2010; Μπαραλής & Μεστές, 2010), για τη χρήση εκπαιδευτικών προγραμμάτων στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων (Zaranis, Baralis, & Skordialos, 2015; Zengina, Furkanb, & Kutlucaa, 2011) φανερώνουν τη θετική συσχέτιση ανάμεσα στη χρήση του υπολογιστή και την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των μαθητών/φοιτητών μέσης και πανεπιστημιακής εκπαίδευσης (Antohe, 2010; Borovik, 2011; Dikovic, 2009).

Τέλος, έρευνες έδειξαν ότι οι διαφορετικοί τύποι των εκπαιδευτικών τεχνολογιών δημιουργούν διαφορετικά επίπεδα αποτελεσματικότητας στην εκμάθηση γεωμετρικών εννοιών (Cheung & Slavin, 2012; 2013). Επιπλέον. οι ΤΠΕ λειτουργούν ως γνωστικό εργαλείο για τους μαθητές εφόσον μπορούν να υποστηρίζονται από αναπτυξιακά κατάλληλες εφαρμογές και λογισμικά ενσωματωμένα σε κατάλληλα εκπαιδευτικά σενάρια (Lee et al., 2004; Κόμης, 2005; Μικρόπουλος, 2006; Μικρόπουλος & Μπέλλου, 2010). Κατά συνέπεια μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως ένα επιπλέον εκπαιδευτικό μέσο για να υποστηρίξουν τις διαδικασίες μάθησης των μαθητών σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης.

Το επιστημονικό ενδιαφέρον των ερευνών μετατοπίζεται στο είδος του εκπαιδευτικού λογισμικού που μπορεί να εξασφαλίσει την ανάπτυξη των μαθηματικών δεξιοτήτων των σπουδαστών, καθώς και σε εκείνες που ενισχύονται περισσότερο. Σύμφωνα με τους Guven & Kosa (2008) καθώς και άλλους ερευνητές (Sahaa, Ayubb, & Tarmizic, 2010) δυναμικό εκπαιδευτικό λογισμικό μπορεί να επιφέρει θετικά αποτελέσματα στην βελτίωση της χωρικής ικανότητας των μαθητών. Ακόμα, έρευνες έχουν καταδείξει ότι δυναμικό εκπαιδευτικό λογισμικό μπορεί να βοηθήσει στην εκμάθηση τριγωνομετρικών εννοιών, κατανόηση των παραβολών, της συμμετρίας σχημάτων, της Αναλυτικής Γεωμετρίας καθώς και της Παραστατικής Γεωμετρίας (Borovik, 2011; Di Paola, Pedone, & Pizzurro, 2013; Guven & Kosa, 2008; Reisa & Ozdemirb, 2010; Sahaa, Ayubb, & Tarmizic 2010; Zengina, Furkanb, & Kutlucaa, 2011).

Ειδικότερα, ο Allan Hoffer (1981) έδωσε έμφαση στις δεξιότητες που αποκτά με τη συμμετοχική διδασκαλία ο μαθητής, τονίζοντας ότι έχουν μεγαλύτερη βαρύτητα από τις «ξερές» θεωρητικές γνώσεις και πρότεινε πέντε βασικές ικανότητες για τις γεωμετρικές έννοιες: Α) Οπτικές ικανότητες: ο μαθητής εξετάζει τα αντικείμενα, με τα οποία ασχολείται, από την οπτική πλευρά. Β) Λεκτικές ικανότητες: Τα Μαθηματικά χρησιμοποιούν λεκτικές εκφράσεις για τον ορισμό των γεωμετρικών σχημάτων. Γ) Ικανότητες Σχεδίασης: Η Γεωμετρία βοηθάει τους μαθητές να εκφράσουν τις ιδέες τους με σχήματα. Δ) Λογικές Ικανότητες: Κατά την επίλυση μαθηματικών ασκήσεων, οι μαθητές προσπαθούν να αναλύσουν το πρόβλημα και να αναγνωρίσουν αν κάποια υπόθεση είναι αληθής ή ψευδής. Ε) Ικανότητες Εφαρμογής: Η Γεωμετρία δεν είναι μόνο «η μέτρηση της γης» έλεγαν οι αρχαίοι Έλληνες που χρησιμοποιούσαν τα Μαθηματικά για να ερμηνεύσουν τα προβλήματα που αντιμετώπιζαν καθημερινά (Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2005).

Το μοντέλο που πρότεινε ο Hoffer (1981) για την κατανόηση γεωμετρικών εννοιών, εφαρμόσαμε στο εκπαιδευτικό λογισμικό που κατασκευάσαμε για την διδασκαλία των

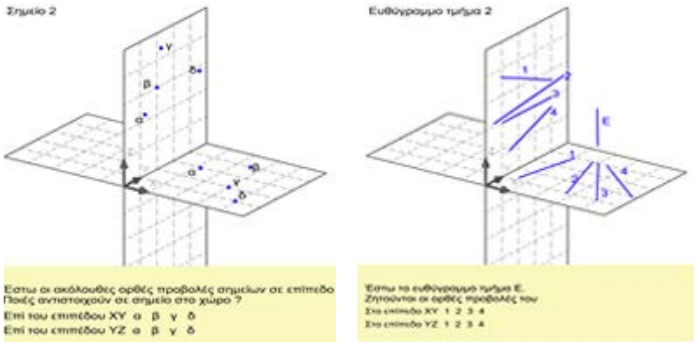
προβολών γεωμετρικών σχημάτων για τους φοιτητές του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών Τ.Ε. . του ΑΕΙ Πειραιά Τ.Τ. στην τριτοβάθμια εκπαίδευση.
Η παρούσα έρευνα βασισμένη στην ανωτέρω θεωρητική παρουσίαση θέτει τα παρακάτω ερευνητικά ερωτήματα:

1. Έχουν οι φοιτητές πριν τη διδακτική παρέμβαση μη στατιστικά σημαντική διαφορά στην κατανόηση των προβολών των γεωμετρικών σχημάτων που διδάχθηκαν με το προτεινόμενο εκπαιδευτικό λογισμικό σε σχέση με αυτούς που διδάχθηκαν με την παραδοσιακή μέθοδο;
2. Έχουν οι φοιτητές που διδάχθηκαν Γεωμετρία με το προτεινόμενο εκπαιδευτικό λογισμικό στατιστικά σημαντική βελτίωση την κατανόηση των προβολών των γεωμετρικών σχημάτων σε σχέση με αυτούς που διδάχθηκαν με την σχέση με την παραδοσιακή μέθοδο, μετά τη διδακτική παρέμβαση;

## Μεθοδολογία της έρευνας

Η παρούσα έρευνα, η οποία αποτελεί μέρος μιας ευρύτερης έρευνας για την διερεύνηση της κατανόησης των προβολών των γεωμετρικών σχημάτων, από τους φοιτητές της τριτοβάθμιας εκπαίδευσης, εκπονήθηκε στα ΑΕΙ Πειραιά Τ.Τ. στο Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Τ.Ε. το ακαδημαϊκό έτος 2013-14, στο Β' έτος των σπουδών τους. Η διδασκαλία επικεντρώθηκε στις ενότητες των προβολών των γεωμετρικών σχημάτων οι οποίες και είναι χρήσιμες τους φοιτητές του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών ΤΤ καθόσον τις χρησιμοποιούν και σε άλλα μαθήματα του κλάδου τους.
Το δείγμα της έρευνας ήταν 189 φοιτητές του δεύτερου έτους του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών Τ.Ε. του ΑΕΙ Πειραιά Τ.Τ. που χωρίστηκαν σε δύο ομάδες με τυχαίο τρόπο. Η πειραματική ομάδα (ΠΟ), που η διδακτική παρέμβαση για τις προβολές σχημάτων σε τρεις διαστάσεις, έγινε με τη βοήθεια των ΤΠΕ και την ομάδα ελέγχου (ΟΕ), που η διδακτική παρέμβαση για τις προβολές σχημάτων σε τρεις διαστάσεις, σχεδιάστηκε με την παραδοσιακή μέθοδο. Οι φοιτητές και των δύο ομάδων συμμετείχαν στο μάθημα «Σχέδιο με ΗΥ» του τετάρτου εξαμήνου σπουδών.
Η πειραματική ομάδα (ΠΟ), είχε 99 φοιτητές και είχε 4 τμήματα των 30 ή 31 ατόμων. Στην ΠΟ συμμετείχαν 122 φοιτητές, αλλά 23 φοιτητές αποχώρησαν από το μάθημα ή συμπλήρωσαν μόνο το ένα τεστ και δεν συμπεριλήφθησαν στο δείγμα. Το ποσοστό συμμετοχής στην ΠΟ ήταν 80,49%. Η ομάδα ελέγχου (ΟΕ), είχε 90 φοιτητές και είχε 4 τμήματα των 29 ή 30 ατόμων. Στην ΟΕ συμμετείχαν 118 φοιτητές, αλλά 28 φοιτητές αποχώρησαν από το μάθημα ή συμπλήρωσαν μόνο το ένα τεστ και δεν συμπεριλήφθησαν στο δείγμα. Το ποσοστό συμμετοχής στην ΠΟ ήταν 76,27%.
Οι φάσεις της έρευνας ήταν τρεις. Στην πρώτη φάση δόθηκε στους φοιτητές της ΠΟ και της ΟΕ τεστ (pre-test) για την αξιολόγηση της έννοιας των προβολών γεωμετρικών σχημάτων σε τρεις διαστάσεις, στις αρχές Μαΐου 2014. Το τεστ δόθηκε στους φοιτητές με την μορφή γραπτών εξετάσεων. Τα φύλλα αξιολόγησης περιείχαν ερωτήσεις σχετικά με τις προβολές για σημεία, ευθύγραμμα τμήματα, επίπεδα, κύβους και σφαίρες. Ενδεικτικά παραθέτουμε μερικές από τις ερωτήσεις για προβολή σημείου σε επίπεδο (Σχήμα 1- αριστερά) και ευθυγράμμου τμήματος (Σχήμα 1- δεξιά), καθώς και για προβολή επιπέδου (Σχήμα 2- αριστερά) και τομής κύβου (Σχήμα 2- δεξιά). Το τεστ αξιολόγησης για τις προβολές αποτελούσε μέρος ενός γενικότερου τεστ για τα στερεά το οποίο είχε διάρκεια σαράντα λεπτών. Οι απαντήσεις των φοιτητών καταγράφηκαν και κωδικοποιήθηκαν ώστε στον κάθε φοιτητή αντιστοιχούσε μια βαθμολογία ανάλογα με τις σωστές απαντήσεις.
Στη δεύτερη φάση πραγματοποιήθηκαν οι διδασκαλίες. Η ομάδα ελέγχου διδάχθηκε τις προβολές σχημάτων με τον παραδοσιακό τρόπο. Η διδασκαλία έγινε με την

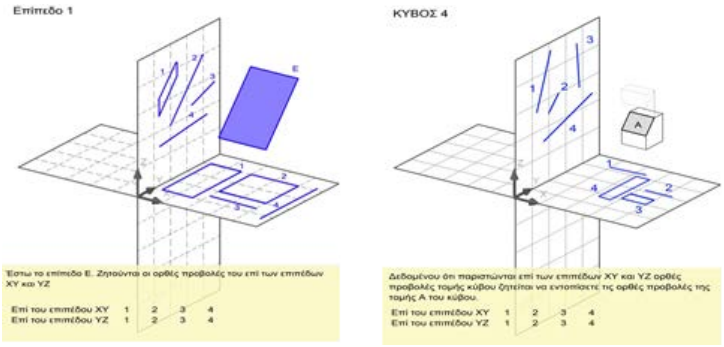
δασκαλοκεντρική μέθοδο στον πίνακα διδασκαλίας. Ο διδάσκων ανάπτυσσε την θεωρία και ακολουθούσαν ερωτήσεις από τους φοιτητές. Μετά από την ολοκλήρωση κάθε ενότητας ακολουθούσε ή διατύπωση ασκήσεων και η λύση τους από τον διδάσκοντα στον πίνακα.
Η πειραματική ομάδα διδάχθηκε με την βοήθεια των ΤΠΕ και η διδασκαλία ολοκληρώθηκε σε δύο στάδια. Στη διδακτική αυτή προσέγγιση υιοθετήθηκαν πρακτικές που περιλάμβαναν διδακτικές τεχνικές εμπορευόμενες από το μοντέλο του Hoffer (1981). Το πρώτο στάδιο ξεκίνησε με το εκπαιδευτικό λογισμικό για την διδασκαλία των προβολών σημείου, ευθύγραμμου τμήματος και επιπέδου σε τρισδιάστατο σύστημα συντεταγμένων. Η διδασκαλία των εννοιών αυτών διήρκησε δύο διδακτικές ώρες. Το δεύτερο στάδιο περιελάμβανε εκπαιδευτικό λογισμικό για την διδασκαλία των προβολών του κύβου και την διδασκαλία των προβολών της σφαίρας και διήρκησε δύο διδακτικές ώρες.



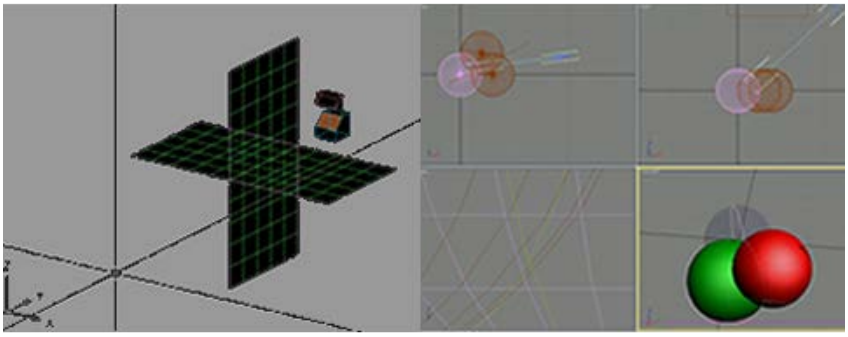

**Σχήμα 1. Φύλλο αξιολόγησης για προβολή σημείου (αριστερά) και ευθυγράμμου τμήματος (δεξιά).**

Το πρόγραμμα το οποίο χρησιμοποιήθηκε για την διδασκαλία των προβολών ήταν το AutoCAD. Πρόκειται για λογισμικό το οποίο επιτρέπει την δημιουργία μοντέλων (τρισδιάστατων αντικειμένων) χρησιμοποιώντας και ορίζοντας συντεταγμένες βάσει του καρτεσιανού συστήματος αξόνων. Με το λογισμικό αυτό μπορεί ο φοιτητής να «δημιουργήσει» ένα αντικείμενο δύο ή τριών διαστάσεων να δει οποιαδήποτε προβολή του επιθυμεί, να το «συνδέσει» με ένα σύστημα καρτεσιανό αξόνων, για να δημιουργήσει νέες τομές του αντικειμένου. Επίσης, υπάρχει η δυνατότητα αφού ο φοιτητής πραγματοποιήσει κάποια διαδικασία (π.χ. τομή, αλληλοτομία στερεών κ.ά.) να δει το αποτέλεσμα "στο χώρο", περιστρέφοντας σε πραγματικό χρόνο είτε όλο το αντικείμενο είτε τμήμα του (Σχήμα 3, αριστερά). Με τον τρόπο αυτό δίδεται η ευκαιρία να παρατηρηθεί και το στάδιο δημιουργίας προβολών του αντικειμένου, καθώς επίσης και την αντιστοίχιση των προβολών του χωρικού αντικειμένου προς τα επίπεδα προβολής. Με το λογισμικό AutoCAD ο φοιτητής μπορεί σε ένα τρισδιάστατο περιβάλλον να διαπιστώσει τα αποτελέσματα των ενεργειών του και να κατανοήσει πληρέστερα τις ιδιότητες των αντικειμένων. Ακόμα, χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα 3D Studio Max που πραγματοποιεί κατασκευή και κίνηση τρισδιάστατων σωμάτων (Σχήμα 3, δεξιά). Τέλος, το λογισμικό Camtasia χρησιμοποιήθηκε για την επεξεργασία αρχείων κινούμενης εικόνας και την προσθήκη σχολίων.
Στη διάρκεια της τρίτης φάσης δόθηκε τόσο την πειραματική όσο και στην ομάδα ελέγχου το ίδιο τεστ (post-test) για τη μέτρηση της βελτίωσης της κατανόησης της έννοιας των προβολών γεωμετρικών σχημάτων στις αρχές Ιουνίου του 2014. Η ανεξάρτητη μεταβλητή ήταν η διδακτική παρέμβαση με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού λογισμικού και η εξαρτημένη

μεταβλητή η βαθμολογία των φοιτητών στα τεστ πριν και μετά την διδασκαλία των προβολών των γεωμετρικών σχημάτων.




**Σχήμα 2. Φύλλο αξιολόγησης για προβολή επιπέδου (αριστερά) και τομής κύβου (δεξιά).**



**Σχήμα 3. Πλάγια τομή κύβου σε τρισδιάστατο σύστημα συντεταγμένων με το πρόγραμμα AutoCAD (αριστερά) και κίνηση σφαιρών σε τρισδιάστατο σύστημα συντεταγμένων με το πρόγραμμα 3D Studio Max (δεξιά).**

## Αποτελέσματα της έρευνας

Η παρούσα έρευνα, η οποία αποτελεί μέρος μιας ευρύτερης έρευνας, παρουσιάζει τα αρχικά αποτελέσματα διδασκαλίας και μάθησης των προβολών σχημάτων στη Γεωμετρία με την βοήθεια των ΤΠΕ. Η στατιστική επεξεργασία της βαθμολογίας των φοιτητών έγινε με το στατιστικό πρόγραμμα SPSS (ver. 19.)

Σκοπός της σύγκρισης πριν τη διδακτική παρέμβαση είναι να ελέγξουμε την ισοδυναμία των ομάδων, ενώ μετά τη διδακτική παρέμβαση είναι να διαπιστώσουμε αν κάποια από τις δύο ομάδες έχει καλύτερη επίδοση από την άλλη. Για τον λόγο αυτό πραγματοποιήθηκε ένα T-test που είχε δύο επίπεδα: την διδασκαλία με το εκπαιδευτικό λογισμικό (πειραματική ομάδα) και την διδασκαλία με την παραδοσιακή μέθοδο (ομάδα ελέγχου). Η εξαρτημένη μεταβλητή ήταν η βαθμολογία των φοιτητών στο τεστ πριν την διδακτική παρέμβαση (pre-test score). Το t-test για την ισότητα των μέσων δεν ήταν στατιστικά σημαντικό ($t$ = -1,585, $p$ = 0,115), υποδεικνύοντας μη στατιστικά σημαντικές διαφορές αρχικά, στη μάθηση των προβολών σχημάτων μεταξύ της πειραματικής και της ομάδας ελέγχου. Αν και η ομάδα ελέγχου είχε ένα μέσο όρο με υψηλότερη βαθμολογία από την πειραματική, η μέση διαφορά

στις βαθμολογίες προ της διδακτικής παρέμβασης ήταν -0,79502. Τα αποτελέσματα αυτά συνοψίζονται στον Πίνακα 1 και Πίνακα 2.
Προκειμένου να προσδιοριστεί εάν η απόδοση της πειραματικής ομάδας είναι σημαντικότερη από την απόδοση της ομάδας ελέγχου μετά την διδακτική παρέμβαση ένα ανεξάρτητο δείγμα βαθμολογίας δημιουργήθηκε από την διαφορά της βαθμολογίας των φοιτητών πριν και μετά την διδακτική παρέμβαση. Η ανεξάρτητη μεταβλητή είχε δύο επίπεδα τιμών όπως στην προηγούμενη δοκιμή: πειραματική και ελέγχου. Η εξαρτημένη μεταβλητή ήταν η βαθμολογία του φοιτητή μετά την διδασκαλία μειωμένη από βαθμολογία του φοιτητή πριν από την διδασκαλία. Η τιμή του t-test για την ισότητα των μέσων ήταν στατιστικά σημαντική, ($t$ = 2,032, $p$ = 0,044), υποδεικνύοντας σημαντικές στατιστικές διαφορές στις βαθμολογίες μεταξύ της πειραματικής και της ομάδας ελέγχου, όπως συνοψίζεται στον Πίνακα 3 και στον Πίνακα 4.

**Πίνακας 1. Στατιστικά στοιχεία της πειραματικής και ομάδας ελέγχου πριν από τη διδακτική παρέμβαση**

| Ομάδα | N | Mean | Std. Dev. | Std. Error |
|---|---|---|---|---|
| Πειραματική | 99 | 11,184 | 2,991 | 0,300 |
| Ελέγχου | 90 | 11,979 | 3,809 | 3,809 |

**Πίνακας 2. T-test ανεξάρτητων δειγμάτων για το τεστ πριν από τη διδακτική παρέμβαση**

| Pre-test | t | df | Mean difference | Sig. (2-tailed) |
|---|---|---|---|---|
| t-test | -1,5854 | 168,632 | -0,79502 | 0,115 |

**Πίνακας 3. Στατιστικά στοιχεία της πειραματικής και ομάδας ελέγχου από την διαφορά της βαθμολογίας των φοιτητών πριν και μετά την διδακτική παρέμβαση**

| Ομάδα | N | Mean | Std. Dev. | Std. Error |
|---|---|---|---|---|
| Πειραματική | 99 | 4,011 | 2,751 | 0,276 |
| Ελέγχου | 90 | 3,187 | 2,818 | 0,297 |

**Πίνακας 4. T-test ανεξάρτητων δειγμάτων για το τεστ από την διαφορά της βαθμολογίας των φοιτητών πριν και μετά την διδακτική παρέμβαση**

| Pre-test | t | df | Mean difference | Sig. (2-tailed) |
|---|---|---|---|---|
| t-test | 2,032 | 187 | 0,82377 | 0,044 |

## Συμπεράσματα – προτάσεις

Το γενικό συμπέρασμα που προκύπτει από την παρούσα έρευνα, το οποίο ωστόσο δεν μπορεί να γενικευθεί λόγω του εστιασμένου δείγματος σε φοιτητές του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών ΤΕ των ΤΕΙ Πειραιά, είναι πως οι φοιτητές της πειραματικής ομάδας έχουν υψηλότερη επίδοση στη συνολική βαθμολογία συγκριτικά με την ομάδα ελέγχου μετά την διδακτική παρέμβαση. Επομένως, γίνεται φανερό ότι αν και τα δύο είδη διδασκαλιών (παραδοσιακή και με τη βοήθεια των ΤΠΕ) βοήθησαν τους φοιτητές των δύο ομάδων,

ωστόσο η διδακτική παρέμβαση με την βοήθεια των ΤΠΕ βελτίωσε περισσότερο την κατανόηση των φοιτητών για τις προβολές σχημάτων στη Γεωμετρία.
Βέβαια η παρατηρούμενη διαφοροποίηση μεταξύ πειραματικής ομάδας και ομάδας ελέγχου οφείλεται συνολικά στο δίπολο διδακτική μεθοδολογία και διδακτικό εργαλείο, καθόσον το διδακτικό εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα έρευνα βασίζεται στο μοντέλο του Allan Hoffer. Η διδασκαλία, επομένως, με τη βοήθεια του υπολογιστή βασισμένη στο μοντέλο του Allan Hoffer βελτίωσε την απόδοση της πειραματικής ομάδας σε σχέση με την αντίστοιχη επίδοσή της στο τεστ πριν την διδασκαλία και την κατέστησε καλύτερη από την ομάδα ελέγχου η οποία διδάχθηκε με την παραδοσιακή μέθοδο.
Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας συμφωνούν με τα αποτελέσματα πολλών ερευνών (Borovik, 2011; Cheung & Slavin, 2012; 2013; Di Paola, Pedone, & Pizzurro, 2013; Guven & Kosa, 2008; Reisa & Ozdemirb, 2010; Sahaa, Ayubb, & Tarmizic, 2010; Zengina, Furkanb, & Kutlucaa, 2011) σύμφωνα με τα οποία η εμπλοκή και ενασχόληση των μαθητών – φοιτητών σε ένα περιβάλλον υπολογιστών, μπορεί να τα βοηθήσει σημαντικά στην ανακάλυψη, καλλιέργεια, κατανόηση και εκμάθηση μαθηματικών εννοιών. Επίσης, πλήθος ερευνών (Dimakos, & Zaranis, 2010; Dimakos, Zaranis, & Tsikopoulou, 2009; Μπαραλής & Μεστές, 2010), δίνουν παρόμοια αποτελέσματα με την έρευνά μας στον ελληνικό χώρο σε μαθητές πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, τονίζοντας ότι οι μαθητές αλληλεπιδρώντας με λογισμικό εμπλουτισμένο με αναπτυξιακά κατάλληλες μαθηματικές δραστηριότητες μέσα στο πλαίσιο μιας μαθηματικής διδακτικής θεώρησης, οδηγούνται στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.
Ευελπιστούμε ότι η παρούσα έρευνα θα συμβάλει στην ευρύτερη αποδοχή της αντίληψης, ότι οι θετικές επιδράσεις της Τεχνολογίας δεν εμφανίζονται απλώς και μόνο από την παρουσία των ΤΠΕ αλλά από τον τρόπο με τον οποίο η τεχνολογία χρησιμοποιείται από τους εκπαιδευτικούς. Είναι μια συνεχής πρόκληση για τον εκπαιδευτικό να αποφασίσει πώς αυτή η τεχνολογία μπορεί να χρησιμοποιηθεί καλύτερα σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης, ιδιαίτερα υπό το φως της τρέχουσας έρευνας. Τέλος, η μελέτη αυτή είναι απλά ένα μικρό κομμάτι στο παζλ της εκπαίδευσης για τη Γεωμετρία.

## Αναφορές


Akkaya, A., Tatar, E., & Kagizmanli, A. (2011). Using Dynamic Software in Teaching of the Symmetry in Analytic Geometry: The Case of GeoGebra. (WCES-2011). *Procedia Social and Behavioral Sciences* 15, 2540–2544. doi:10.1016/j.sbspro.2011.04.14.

Antohe, V. (2010). New methods of teaching and learning mathematics involved by GeoGebra. *First Eurasia Meeting of GeoGebra (EMG) May 11-13* Proceedings/ed. by Sevinç Gülseçen, Zerrin Ayvaz Reis, Tolga Kabaca.

Bakar, K. A., Ayub, A. F., Luan, W. S., & Tarmizi, R. A. (2010). Exploring Secondary School Students' Motivation Using Technologies in Teaching and Learning Mathematics. *Procedia Social and Behavioral Sciences 2*. (pp.4650-4654). Istanbul: World Conference on Educational Sciences (WCES-2010).

Borovik, A. (2011). Information technology in university-level mathematics teaching and learning: a mathematician's point of view. *Research in Learning Technology*, 19,(1), 73–85. doi: 10.1080/09687769.2010.548504.

Cheung, A. C., & Slavin, R. E. (2012). How features of educational technology applications affect student reading outcomes: a meta-analysis. *Educational Research Review*, 7(3), 198-215.

Cheung, A. C., & Slavin, R. E. (2013). The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K-12 classrooms: a meta-analysis. *Educational Research Review*, 9, 88-113.

Common Core States Standards et al., 2011. *Common Core States Standards Initiative*. Retrieved from http://www.corestandards.org.

Di Paola, F., Pedone, P., & Pizzurro, M., R. (2013). Digital and interactive Learning and Teaching methods in descriptive Geometry. *In 4th International Conference on New Horizons in Education. Procedia - Social and Behavioral Sciences 106* (2013) 873 – 885. doi: 10.1016/j.sbspro.2013.12.100.

Dikovic, L. (2009). Implementing dynamic mathematics resources with geogebra at the college level. *International Journal of Emerging Technologies in Learning* (IJET), 1 (3).

Dimakos, G. & Zaranis, N. (2010). The influence of the Geometer's Sketchpad on the Geometry Achievement of Greek School Students. *The Teaching of Mathematics*. Vol. XIII, 2, 113-124. (retrieved 29/3/2011, http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/tm/25/tm1324.pdf).

Dimakos, G., Zaranis, N., and Tsikopoulou, S., (2009). Developing Appropriate Technologies in Teaching Axial Symmetry in Compulsory Education. In N. Alexandris & V. Chrissikopoulos (Eds.), 13th Panhellenic Conference in Informatics – Workshop in Education. *Proceedings of PCI 2009. Department of Informatics, Ionian University & Department of Informatics,* University of Piraeus, Corfu, Greece, 2009, 107-116.

Dobbins, A., Gagnon, J. C., & Ulrich, T. (2014). Teaching geometry to students with math difficulties using graduated and peer-mediated instruction in a response-to- intervention model. *Preventing School Failure*, 58(1), 17-25. http://dx.doi.org/10.1080/1045988X.2012.743454.

Guven B., & Kosa, T. (2008). The effect of dynamic geometry software on student mathematics teachers spatial visualization skills. *The Turkish Online Journal of Educational Technology* – TOJET October 2008 ISSN: 1303-6521 volume 7 Issue 4 Article 11.

Hoffer A. (1981). Geometry is More than Proof, Mathematics Teacher, 11-18.

Κόμης, Β. (2005*). Εισαγωγή στη Διδακτική της πληροφορικής.* Αθήνα: Κλειδάριθμος.

Lee J., Luchini K., Michael B., Norris C. & Soloway E. (2004). More than just fun and games: assessing the value of educational video games in the classroom. *Conference on Human Factors in Computing Systems,* Vienna, Austria .

Μικρόπουλος, Τ. & Μπέλλου, Ι. (2010). *Σενάρια Διδασκαλίας με υπολογιστή*. Αθήνα: Κλειδάριθμος.

Μικρόπουλος, Τ. (2006). *Ο Υπολογιστής ως Γνωστικό Εργαλείο*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα

Μπαραλής, Γ., Μεστές Γ.(2010). Η έννοια του τραπεζίου στο αναλυτικό πρόγραμμα του δημοτικού σχολείου. Μια εναλλακτική διδακτική προσέγγιση χρησιμοποιώντας λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας. *Στο: Ελληνικό Ινστιτούτο Εφαρμοσμένης Παιδαγωγικής και Εκπαίδευσης (ΕΛΛ.Ι.Ε.Π.ΕΚ.), Μαθαίνω πώς να μαθαίνω.* Πρακτικά του 5ου Πανελλήνιου Συνέδριου. ΕΛΛ.Ι.Ε.Π.ΕΚ.

*National Council of Teachers of Mathematics Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va: NCTM, (2000). Retrieved from http://www.nctm. org/standards/.

Ντζιαχρήστος, Β.† & Ζαράνης, Ν. (2005). Η Διδασκαλία της Ανάλυσης και της Άλγεβρας με Βάση το Μοντέλο Van Hiele και τη Βοήθεια του Υπολογιστή. *Ήώς,* Αθήνα, (1), 159-170.

Porter, A., McMaken, J., Hwang, J., & Yang, R. (2011). Common core standards the new US intended curriculum. *Educational Researcher*, 40(3), 103-116.

Reisa, Z., A., & Ozdemirb, S. (2010). Using Geogebra as an information technology tool: parabola teaching. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 9, 565–572. (WCLTA 2010), doi:10.1016/j.sbspro.2010.12.198.

Sahaa, R., A., Ayubb, A., F., M., & Tarmizic R., A. (2010). The Effects of GeoGebra on Mathematics Achievement: Enlightening Coordinate Geometry Learning. Procedia Social and Behavioral Sciences 8 (2010) 686–693. *International Conference on Mathematics Education Research 2010* (ICMER 2010), doi:10.1016/j.sbspro.2010.12.095

Zaranis, N., Baralis, G., & Skordialos, E. (2015). The use of ICT in teaching subtraction to the first dgade students. *Proceedings of Fourteenth TheIIER International Conference, Paris, France,* 8th March 2015, 99-104. ISBN: 978-93-82702-72-6

Zengina, Y., Furkanb, H., & Kutlucaa, T. (2011). The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. (WCLTA 2011), *Procedia - Social and Behavioral Sciences 31* (2012) 183 – 187. doi:10.1016/j.sbspro.2011.12.038.

Zhang, D., & Xin, Y. P. (2012). A follow-up meta-analysis of word-problem-solving interventions for students with math learning problems. *The Journal of Educational Research*, 105(5), 303-318.